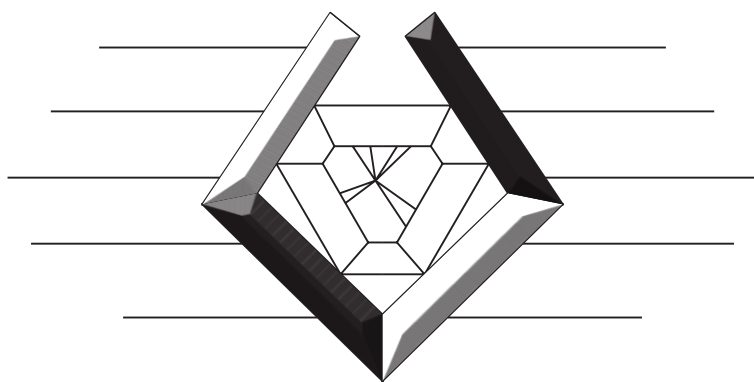




ВЫДАЮЩИЕСЯ УЧЕНЫЕ Национального исследовательского УНИВЕРСИТЕТА ИТМО

*Серия монографий ученых Санкт-Петербургского государственного
университета информационных технологий, механики и оптики
(бывшего Ленинградского института точной механики и оптики)*

Основана в 2000 году по решению
Ученого Совета университета
в ознаменование 100-летия со дня создания
в составе Ремесленного училища цесаревича Николая
Оптико-механического и часового отделения,
превращенного трудами нескольких
поколений профессоров и преподавателей
в один из ведущих
университетов России



Выпуск 15

Редакционная коллегия серии:
проф. В. Н. Васильев (председатель), проф. Г. Н. Дульнев,
проф. Ю. Л. Колесников, проф. Г. И. Новиков,
доц. Н. К. Мальцева (ученый секретарь)

Главный редактор – заслуженный деятель науки и техники РСФСР,
действительный член Российской академии естественных наук,
профессор Г. Н. Дульнев

Н. А. Ярышев

**НАУЧНАЯ ШКОЛА
И ШКОЛА ЖИЗНИ**

ББК 31.36
ТЗ 63.3
Я79
УДК 535 (075.8)

Ярышев Н.А.

Я79 Научная школа и школа жизни. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2010. – 296 с. –
Серия «Выдающиеся ученые Национального исследовательского
университета ИТМО».

Во введении приводятся исторические сведения о научной школе Кондратьева – Дульнева. В настоящее время она известна под названием «Теплофизика в приборостроении и технологии».

В первой из двух частей приводится сокращенное репринтное воспроизведение издания монографии «Теоретические основы измерения нестационарной температуры». Изложены теоретические основы измерения нестационарной температуры жидкостей, газов и твердых тел при одновременном влиянии на измерительный преобразователь температуры нескольких тепловых воздействий. Проводится анализ сложных процессов теплообмена с учетом теплоотвода, излучения и действия дополнительных источников теплоты. Приводятся примеры решения практических задач.

Во второй части приведены воспоминания автора о прожитых годах, путях знакомства с теплофизикой и проблемами температурных измерений, работе в Ленинградском институте точной механики и оптики (ныне СПбГУ ИТМО).

The Introduction to this book contains the historical data about the Kondratyev-Dulnev's Scietific School today known as «Thermophysics in Instrument making and Technology».

In the first of two parts principles of spatial invariance at designing hi-tech optical devices are considered. Concepts of spatial transfer functions are defined and functions of imposing, an inclination and quality of the image are analyzed. Different types, criteria and ways of calculation of optical systems spatial invariance are described.

In the second part Author's memoirs on his young years, on the way he got acquainted to optical instrument making, on his experience in Leningrad Institute of Precision Mechanics and Optics (nowadays – St.Petersburg National Research University of Information Technologies, Mechanics and Optics) are published.

**ББК 31.36
ТЗ 63.3**

ISBN 978-5-7577-0371-8

© Санкт-Петербургский государственный
университет информационных технологий,
механики и оптики, 2010.

© Н.А. Ярышев, 2010.

© Центр распределенных издательских систем
СПбГУ ИТМО, 2010.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Вступительное слово Г.Н. Дульнева.....	7
Введение. Научная школа Кондратьева – Дульнева	10
Часть первая. Моделирование процессов измерения нестационарной температуры (<i>сокращенное репринтное воспроизведение монографии «Теоретические основы измерения нестационарной температуры»</i>).....	15
Раздел первый. Общие закономерности теплообмена измерительных преобразователей температуры	16
Раздел второй. Измерение температуры жидкостей и газов	104
Раздел третий. Измерение температуры на поверхности и внутри тела	177
Часть вторая. Школа жизни	253
О родителях, детстве и юности.....	254
Студенческие годы	259
От ассистента до декана ИФФ	270
Развивая кафедру Физики.....	274
У руля учебной и учебно-методической работы ЛИТМО.....	281
Создавая Естественнонаучный факультет	286
Заключение	289
Основные даты жизни и научно-педагогической деятельности Н.А. Ярышева.....	292
Основные научные публикации Н. А. Ярышева	293



Профессор Николай Алексеевич Ярышев



Г.Н. Дульнев

Жизнь и деятельность Николая Алексеевича Ярышева связана с Санкт-Петербургским государственным университетом информационных технологий, механики и оптики (ранее – Ленинградским институтом точной механики и оптики) уже более шестидесяти лет.

Он является выпускником нашего вуза. После окончания аспирантуры при кафедре Теплофизики, последовательно прошел все ступеньки преподавательской деятельности: работал ассистентом, доцентом, профессором. За 15 лет работы на кафедре Теплофизики Н.А. Ярышев сформировал и прочитал несколько специализированных курсов, принимал активное участие в подготовке и выпуске большого коллектива инженеров-теплофизиков. Под его руководством закончили аспирантуру и защитили кандидатские диссертации 15 учеников, 4 из которых стали докторами наук, профессорами, в том числе в Китае и Польше.

С 1973 года по 2002 год профессор Н.А. Ярышев успешно руководил кафедрой Физики – одной из крупнейших в университете. За этот период обновлена учебно-методическая база, дважды модернизирован весь лабораторный практикум. Опыт проведения этой работы был одобрен в 1980 году коллегией Минвуза СССР. Начиная с 1989 года, коллектив кафедры Физики проводит комплексную работу по совершенствованию всего учебного процесса, включая создание фронтальных компьютеризированных учебных лабораторий, банков данных, программно-методического обеспечения, тестов контроля усвоения знаний студентами. Результаты этой работы, проводимой при тесном взаимодействии с РНПО «Росучприбор», получили одобрение в НМС по физике Минобразования России, регулярно докладывались на ряде международных конференций и демонстрировались на выставках (Москва, Санкт-Петербург, Челябинск, Ростов-на-Дону, Нижний Новгород, Венгрия, США, Швейцария и др.). Разработанное на кафедре, учебное оборудование рекомендовано Министерством образования Российской Федерации к тиражированию и использованию в системе инженерно-технических вузов России.

Н.А.Ярышев руководил Инженерно-физическим факультетом в должностях заместителя декана по научной работе и декана факультета,

был председателем научно-методического совета вуза. С 1980 по 1985 год он работал проректором ЛИТМО по учебной работе.

Организатор и первый декан Естественнонаучного факультета (1993-97), руководил его деятельностью по подготовке инженеров-педагогов по перспективной специальности «Профессиональное обучение. Компьютерные технологии».

В настоящее время Николай Алексеевич работает профессором кафедры Физики.

Н.А.Ярышев – ведущий специалист в области нестационарной теплопроводности, контактной термометрии и термостабилизации тепловых режимов объектов приборостроения. Им выполнен цикл исследований по развитию классической теории регулярного теплового режима, обобщающих результаты анализа тепловой инерции объектов и формирования поля температур при комплексных тепловых воздействиях. Сформулированы обобщенные подходы и дано теоретическое обоснование проблемы контактной динамической термометрии при измерении нестационарной температуры газов, жидкостей и твердых тел.

Результаты исследований Н.А.Ярышева докладывались на многих международных и общесоюзных конференциях, включены в справочные и нормативные материалы, отражены в монографических и справочных изданиях других авторов в странах СНГ, Польше, Германии. В рамках правительственных и комплексных научных программ был выполнен цикл работ по исследованию и расчету средств измерения температур и тепловых потоков для объектов ракетной техники.

Многолетняя научно-консультационная и рецензионная деятельность Н.А.Ярышева инициировала развитие исследований и создание научных школ по теплофизике и термометрии в НИИ и вузовских центрах ряда регионов бывшего Союза, включая Москву, Киев, Харьков, Львов, Минск, Одессу, Новочеркасск и др.

Н.А.Ярышев активно участвовал в работе научно-методических Советов по физике Минвуза СССР и Северо-Западного региона, Научного совета по тепло- и массообмену при ГКНТ СССР, был членом Межведомственной комиссии по тепловым и температурным измерениям, участвовал в работе комиссии по термометрии в ядерных реакторах. В 1994 году он был избран членом-корреспондентом Метрологической академии России.

Входит в состав трех специализированных советов по защита диссертаций. Имеет более 150 печатных научных трудов, в том числе семь книг, опубликованных в центральных издательствах страны. Под его редакцией подготовлено более 30 учебных и учебно-методических пособий.

Награжден орденами Почета (2000), Знак Почета, медалями «В память 250-летия Ленинграда», «Ветеран труда», «В память 300-летия Санкт-Петербурга» (2004) и другими.

Свое восьмидесятилетие Николай Алексеевич Ярышев встречает с большим запасом нерастрченных сил и новых для отечественного образования идей.

Профессора Н.А. Ярышева отличают скромность, отзывчивость, высокая работоспособность, безграничная любовь к науке и студентам. Нам, его коллегам, доставляет огромную радость работать плечом к плечу с таким достойным человеком.

В предлагаемой книге в первой из двух частей изложены теоретические основы измерения нестационарной температуры жидкостей, газов и твердых тел при одновременном влиянии на измерительный преобразователь температуры нескольких тепловых воздействий. Проводится анализ сложных процессов теплообмена с учетом теплоотвода, излучения и действия дополнительных источников теплоты. Приводятся примеры решения практических задач.

Во второй части приведены воспоминания автора о прожитых годах, путях знакомства с теплофизикой и проблемами температурных измерений, работе в Ленинградском институте точной механики и оптики (ныне Национальный исследовательский университет ИТМО).

*Г. Н. Дульнев,
заслуженный деятель науки и техники РСФСР,
действительный член Российской академии естественных наук,
ректор ЛИТМО (1974-1986), профессор*

Научная школа Кондратьева – Дульнева

Всю жизнь я гордился тем, что как специалист сформировался в научной школе Кондратьева – Дульнева.

Когда в 1948 году я поступил в ЛИТМО, кафедре Тепловых и контрольно-измерительных приборов возглавлял Георгий Михайлович Кондратьев (1887–1958). Это был один из крупнейших в нашей стране специалистов по тепловым измерениям. Он окончил Физико-математический факультет Петербургского Университета (1912) и Физико-механический факультет Петроградского политехнического института (1923). В 1917–1918 гг. он прошел обучение на Высших педагогических курсах, а затем в течение двух лет работал научным сотрудником Педагогического института им. А.И. Герцена. Более десяти лет он работал в Ленинградском ВНИИ метрологии.

В 1936 году Георгий Михайлович начал преподавательскую деятельность в вузах. Сначала он преподавал в Ленинградском институте холодильной промышленности, а с 1938 года в ЛИТМО. В нашем институте он занимал различные должности: профессор кафедры Теплосилового контроля (1938–42); заведующий кафедрой Физики (1949–50), заведующий кафедрой Тепловых и контрольно-измерительных приборов (1950–58), декан Инженерно-физического факультета (1948–52).

При поступлении в ЛИТМО я, конечно же, не знал, что придет время и мне доведется быть профессором кафедры Теплофизики, заведующим кафедрой Физики, деканом Инженерно-физического факультета. Другими словами, в конце 1940-х годов я и не мог предположить, что мне суждено пройти по многим ступенькам, по которым до меня прошел один из моих главных учителей Г. М. Кондратьев.

Г.М. Кондратьев параллельно с работой в ЛИТМО возглавлял отдел тепловых измерений во Всесоюзном научно-исследовательском институте метрологии имени Д.И. Менделеева (ВНИИМ). Незадолго до нашего появления на кафедре, за создание основ теории регулярного теплового режима он получил Сталинскую премию. Свою знаменитую монографию «Регулярный тепловой режим» он завершил на наших глазах.

Георгий Михайлович Кондратьев основал и развил в нашем вузе научно-педагогическую школу «Тепло- и массообмен в приборостроении». Он – создатель ряда приборов, автор более 60 научных трудов и 10 изобретений, доктор технических наук, профессор. В 1957 году ему было присвоено почетное звание «Заслуженный деятель науки и техники РСФСР».



*Георгий Михайлович
Кондратьев*

В 1954 году я завершил обучение в институте и был оставлен при кафедре Тепловых и контрольно-измерительных приборов для обучения в аспирантуре. Моим научным руководителем был профессор Г.М. Кондратьев. Георгий Михайлович предложил мне исследовать влияние тепловой инерции измерителей температуры в нестационарных условиях теплообмена.

В 1957 году по инициативе Г.М. Кондратьева приказом Министерства высшего и среднего специального образования СССР при кафедре Тепловых и контрольно-измерительных приборов ЛИТМО была открыта одна из первых в нашей стране проблемных лабораторий. Основные научные исследования, проводившиеся в этой лаборатории, были связаны с анализом и обеспечением нормального теплового режима различного рода приборов и устройств (электронных, оптических, оптико-электронных), а также с созданием систем охлаждения и термостабилизации.



Профессор Г.М. Кондратьев консультирует своих учеников по методике изучения теплофизических свойств апатитов в лаборатории кафедры Тепловых и контрольно-измерительных приборов (на фотографии слева направо): студент Н.А. Ярышев и аспиранты Г.Н. Дульнев и С.Д. Радкевич. 1951 г.

В 1957 году я завершил обучение в аспирантуре и успешно защитил диссертацию на соискание ученой степени кандидата технических наук. Тогда же приступил к преподавательской работе. Сначала я был зачислен на должность ассистента кафедры Тепловых и контрольно-измерительных приборов, а в 1960 стал работать уже в должности доцента этой же кафедры.

К сожалению, в 1958 году Георгия Михайловича Кондратьева не стало. С 1958 года кафедру Тепловых и контрольно-измерительных приборов и проблемную лабораторию возглавил один из его учеников Геннадий Николаевич Дульнев.

Г.Н. Дульнев, окончил Инженерно-физический факультет ЛИТМО и в 1950 году поступил в аспирантуру при кафедре Тепловых и контрольно-измерительных приборов. В 1953 году защитил кандидатскую диссертацию, которая была подготовлена под руководством профессора Г.М. Кондратьева и была посвящена тепловым режимам полупроводниковых элементов. С этого времени в работах Г.Н. Дульнева получило развитие научное



*Коллеги Г.Н. Дульнев, Н.А. Ярышев,
50-е годы*

направление, находящееся на стыке двух областей – теплофизики и электронного приборостроения. Уже через пять лет, в 1958 году, он защитил докторскую диссертацию «Теплообмен в системах с источниками энергии». В ней были обоснованы приближенные методы анализа тепловых режимов сложных объектов приборостроения, в частности электронных приборов.

Одним из сотрудников проблемной лаборатории был Платунов Евгений Степанович. Он обучался в ЛИТМО в одной учебной группе со мной. В 1970 году он успешно защитил

диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук и в настоящее время известен как ведущий в нашей стране специалист в области теплофизических измерений. За годы работы в этой области ему удалось собрать вокруг себя группу учеников и вместе с ними разработать совокупность оригинальных динамических методов и создать серию приборов. Эти методы и эти приборы позволили изучать теплофизические свойства материалов в широкой области температур.

В 1975 году Е. С. Платунов перешел на работу в Ленинградский технологический институт холодильной промышленности (ныне Санкт-Петербургский государственный университет низкотемпературных

и пищевых технологий, СПбГУНиПТ) на должность заведующего кафедрой Физики. Там, по его инициативе и при поддержке Министерства приборостроения СССР, при кафедре Физики была открыта отраслевая научно-исследовательская лаборатория по разработке динамических методов теплофизических измерений.

За годы работы в СПбГУНиПТ вокруг Е. С. Платунова на кафедре Физики сформировалась самостоятельная научная школа в области низкотемпературных теплофизических измерений. По ее разработкам в 1970–1980 гг. был организован промышленный выпуск более 500 теплофизических приборов научного назначения.

Среди прямых учеников Е. С. Платунова девять докторов наук и более 30 кандидатов наук. Он является автором и соавтором семи учебников по физике и теплофизическим измерениям, трех монографий по теплофизике и словаря-справочника по физике.

Приятно отметить, что наше творческое сотрудничество с Г.Н. Дульневым и Е.С. Платуновым продолжается уже многие годы. Одним из его результатов является научная монография «Прикладная физика. Теплообмен в приборостроении», изданная в серии «Выдающиеся ученые Университета ИТМО» в 2003 году. В числе соавторов этой монографии на первом месте заслуженно указана фамилия нашего общего учителя Георгия Михайловича Кондратьева.

В 1965 году кафедра Тепловых и контрольно-измерительных приборов была переименована в кафедру Теплофизики.

В 1969 году по рассмотрению совокупности трудов, основой которых была научная монография «Теоретические основы измерения нестационарных температур» (1967), Ученый совет ЛИТМО принял решение о присуждении мне ученой степени доктора технических наук, что и было утверждено Высшей аттестационной комиссией СССР.

В 1970 году меня перевели на должность профессора кафедры Теплофизики.

Научная школа, основанная Георгием Михайловичем Кондратьевым и Геннадием Николаевичем Дульневым, продолжает развиваться. Трудami его учеников и последователей она реформировалась в школу под названием «Теплофизика в приборостроении и технологии». В настоящее время ее возглавляют доктора технических наук, профессора А.В. Шарков и Г.Н. Лукьянов. Александр Васильевич Шарков работает заведующим кафедрой Компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга, а Геннадий Николаевич Лукьянов – декан Инженерно-физического факультета, одновременно заведует кафедрой Электроники.



Торжественное собрание коллектива ЛИТМО в Ленинградском дворце молодежи, посвященное празднованию 50-летнего юбилея института.

На фотографии (слева направо): первый ряд – секретарь парткома В.Л.Рудин, министр высшего и среднего специального образования СССР В.П.Елютин, ректор Г.Н Дульнев, Герой Социалистического Труда главный конструктор ОКБ «Электроавтоматика» выпускник ЛИТМО 1935 года П.А.Ефимов (крайний справа), во втором ряду (за В.П. Елютиным) – проректор Н.А. Ярышев. 1980 г.



В день торжественного посвящения первокурсников в студенты. Новое пополнение вуза получило возможность познакомиться с ведущими учеными нашего института, услышать от них теплые напутствия и полезные практические советы. На фотографии – президиум торжественного заседания: в первом ряду (слева направо) – ректор Г.Н. Дульнев, заместитель секретаря комитета ВЛКСМ Н.К. Мальцева, профессор М.М. Русинов, секретарь парткома В.Л. Рудин, председатель месткома Ю.В. Кузнецов (крайний справа), во втором ряду - деканы факультетов, профессора Н.А.Ярышев (Инженерно-физический факультет), Г.Н.Новиков (факультет Точной механики и вычислительной техники), Л.Н.Андреев (Оптический факультет). 1978 г.

Часть первая

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИЗМЕРЕНИЯ
НЕСТАЦИОНАРНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ**

*(сокращенное репринтное
воспроизведение монографии
“Теоретические основы
измерения нестационарной температуры”)*

Общие закономерности теплообмена измерительных преобразователей температуры

ГЛАВА ПЕРВАЯ

Измерительные преобразователи температуры

1.1. Основные понятия и определения

Температура. В термодинамике равновесных процессов (термостатике) температурой называют физический параметр, определяющий состояние термодинамического (термического) равновесия системы макроскопических тел и имеющий одинаковое значение для всех макроскопических частей системы. Природные и промышленные процессы, как правило, неравновесны, и, следовательно, использование понятия температуры не всегда применимо.

При изучении неравновесных процессов широко используется принцип локального термодинамического равновесия, сущность которого состоит в том, что состояние элементарных объемов вещества, содержащих еще достаточно большое число микрочастиц (например, атомов, ионов, электронов) допустимо характеризовать термодинамическими параметрами (в том числе и температурой), значения которых можно рассматривать как некоторые непрерывные функции координат и времени. Иными словами, принцип локального термодинамического равновесия предполагает, что время релаксации (время установления статистического равновесия) в элементарном объеме много меньше соответствующего времени для макросистемы в целом. Анализируя далее обмен энергией, импульсом и веществом между элементарными объемами, удастся получить уравнения переноса, позволяющие решать многие задачи неравновесной термодинамики и механики сплошных сред.

Применение пространственно-временного поля температуры для большинства рассматриваемых в этой книге задач теплообмена системы тел является правомочным. Однако, чтобы использовать для сильно неравновесных систем и кратковременных процессов понятие температуры как единого термодинамического параметра

системы, требуется специальное обоснование или оно вообще не может быть использовано. Ограничимся двумя характерными примерами.

Вполне доступно технически измерить температуру с помощью термопары, поместив ее внутрь объема, где происходит электрический разряд в газе. Однако показания термопары будут соответствовать значениям температуры только собственного спая термопары. Лампа дневного света — характерный пример неравновесной термодинамической системы. С известными ограничениями можно говорить о четырех подсистемах — коллективах электронов, ионов, нейтральных атомов, наконец, стенках колбы, каждая из которых, обмениваясь энергией с остальными подсистемами, находится сама по себе в состоянии термодинамического равновесия или близка к нему. Но тогда приходится вводить для характеристики состояния каждой подсистемы ее собственную температуру, определяемую соответствующими методами. В итоге окажется, что температура электронов исчисляется значениями десятков тысяч кельвин, ионов — несколькими сотнями кельвин, а температура стенок колбы лампы дневного света близка к температуре тела человека. Ясно, что в этих условиях использовать контактные методы измерения температуры удастся лишь для контроля распределения температуры стенок лампы, а для определения характеристик процессов внутри нее нужно применять спектральные методы анализа.

Распад единой системы на подсистемы может наблюдаться при воздействии очень коротких импульсов лазерного излучения на вещество, когда в начале процесса нет термодинамического равновесия между электронами и решеткой кристалла твердого тела. Перечисление таких явлений можно было бы продолжить. Однако в большинстве практических задач принцип локального термодинамического равновесия соблюдается и внимание экспериментатора, использующего контактный метод измерения температуры, должно быть направлено на устранение или учет тех источников помех, о которых частично говорится в предлагаемой книге.

Составные элементы измерителей температуры. Температура относится к классу физических величин, непосредственное измерение которых невозможно. Поэтому все существующие методы ее измерения основаны на измерении какой-либо физической величины, однозначно связанной с температурой, например электрического сопротивления, электродвижущей силы, объема или давления. Применяемые методы принято разделять на контактные (зондовые) и бесконтактные (оптические). При контактных методах измерения чувствительный орган измерителя температуры — спай термопары, термометр сопротивления, резервуар жидкостного термометра — находится в непосредственном контакте с жидкой, твердой или газообразной исследуемой средой.

Для проведения измерений температуры необходимо иметь комплекс приборов, который условно можно разделить на несколько элементов.

1. Измерительный преобразователь температуры (ИПТ) или термодатчик, частично или полностью находящийся в контакте с исследуемой средой и являющийся своего рода «преобразователем» температуры в иную физическую величину, подлежащую измерению. Важнейшим органом термодатчика, непосредственно воспринимающим и преобразующим тепловое воздействие среды, является его термочувствительный элемент.

2. Регистрирующий или регулирующий прибор.

3. Элемент, передающий сигнал, возникающий в термочувствительном элементе термодатчика, к регистрирующему прибору.

В приборах, использующих зависимость термоэлектродвижущей силы от температуры, термодатчиком является полностью собранная термопара, термочувствительным элементом — рабочий спай термоэлектродов, регистрирующим прибором — гальванометр, милливольтметр или потенциометр, а передаточным элементом — компенсационные и соединительные провода. У манометрических термометров термодатчиком служит термобаллон, чувствительным элементом — газ, пар или жидкость, а капиллярная трубка играет роль передаточного элемента. В жидкостных стеклянных термометрах термодатчиком является резервуар, чувствительным элементом — наполнитель (ртуть, спирт), а регистрирующим — шкала термометра.

В приборах, основанных на измерении электрического сопротивления, термодатчиком является полупроводниковый или металлический термометр сопротивления, чувствительным элементом — обмотка термометра или вещество полупроводника, передаточным элементом — токоподводящие провода, а регистрирующим прибором — логометр, электрический или электронный прибор для измерения сопротивлений.

В практике автоматического регулирования измерительный орган, преобразующий подлежащую регулированию физическую величину, часто называют датчиком. Термины «измерительный преобразователь температуры», «термодатчик», «датчик температуры» используются в литературе как равноценные понятия, однако, с целью единообразия под измерительным органом в дальнейшем будем понимать измерительный преобразователь температуры.

1.2. Классификация и источники методических погрешностей средств измерений температуры

Средства измерений температуры (измерительные преобразователи, приборы, установки или информационные измерительные системы), подобно средствам измерения других физических вели-

чин, не могут обеспечить определение действительного значения температуры элементарного объема исследуемого объекта, поскольку физические принципы и исходные условия проведения измерений в той или иной степени оказываются нарушенными. Результат измерения температуры t_a будет отличаться от ее действительного значения t_d на величину

$$\Delta t = t_a - t_d, \quad (1.1)$$

называемую абсолютной погрешностью измерения температуры. В соответствии с ГОСТ 16263—70 погрешность измерения может выражаться в долях действительного значения измеряемой величины и называется относительной погрешностью измерения δt .

Положение МПТШ-68 предусматривает запись результата измерения температуры в кельвинах и градусах Цельсия. Относительная погрешность (в процентах) измерения температуры с целью однозначности представляется в виде

$$\delta t = (T_a - T_d)/T_d, \quad (1.2)$$

где

$$\left. \begin{aligned} T_d &= t_d + T_0 = t_d + 273,15; \\ T_a &= t_a + T_0 = t_a + 273,15; \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

T_d и T_a — значения температуры, К; t_d и t_a — значения температуры, °С.

Погрешность измерения определяется приближенно с той или иной точностью в зависимости от условий и применяемых средств измерений, числа наблюдений и методов обработки экспериментальных данных. Погрешности измерений с целью их детального изучения и учета классифицируют по ряду признаков [10, 12, 34, 46, 52, 59, 62, 63, 65].

Для измерения любой физической величины используются определенные методы измерений, средство измерения и способ фиксации результата. В зависимости от этого абсолютную погрешность измерения температуры Δt можно разделить на три составляющие — методическую Δt_m , инструментальную Δt_n , и погрешность наблюдения Δt_o :

$$\Delta t = \Delta t_m + \Delta t_n + \Delta t_o. \quad (1.4)$$

Методическая погрешность измерения температуры Δt_m возникает из-за неточности выполнения принципа (метода) измерений, недостаточной изученности явлений теплообмена между исследуемым объектом и чувствительным элементом измерительного преобразователя температуры, и как следствие этого, неточного знания количественных взаимосвязей исследуемой температуры и регистрируемой величины, в соответствующем масштабе отражающих результат измерения температуры.

Инструментальная, или приборная, погрешность измерения температуры $\Delta t_{\text{и}}$ возникает из-за несовершенства конкретных средств измерения температуры, использования этих средств в условиях, отличающихся от нормальных. Инструментальную погрешность разделяют на две составляющие — основную и дополнительную. Первая характеризует точностные возможности средств измерений в нормальных условиях, вторая учитывает влияние отклонений от этих условий. Для удобства и однозначности оценки погрешностей средств измерений в известных рабочих условиях проводится регламентация метрологических характеристик средств измерения. Номенклатура и определения нормируемых метрологических характеристик устанавливаются согласно ГОСТ 8.009—84.

Погрешность регистрации наблюдения $\Delta t_{\text{и}}$ («личная» погрешность) определяется квалификацией и особенностями наблюдателя (неправильный отчет и снятие показаний, расшифровка записей и результатов регистрации). Как правило, эта составляющая погрешности при исключении ошибок экспериментатора незначительна по сравнению с $\Delta t_{\text{и}}$ и $\Delta t_{\text{сл}}$.

В зависимости от закономерности изменения (характера проявления) погрешность Δt разделяют на систематическую $\Delta t_{\text{сист}}$ и случайную $\Delta t_{\text{сл}}$ погрешности:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{сист}} + \Delta t_{\text{сл}}. \quad (1.5)$$

Систематической погрешностью измерения температуры $\Delta t_{\text{сист}}$ называют составляющую погрешности измерения, которая остается постоянной или закономерно изменяется в процессе измерений (либо при их повторении). Систематическую погрешность оценивают расчетным путем или экспериментально и в результате измерения вводят соответствующую поправку.

Случайной погрешностью измерения температуры $\Delta t_{\text{сл}}$ называют составляющую погрешности измерения Δt , которая заранее не предсказуема и изменяется случайным образом при повторных измерениях температуры теми же средствами измерения. Закономерности проявления случайной погрешности и оценка ее могут быть выявлены при многократных наблюдениях температуры с последующей статистической обработкой результатов измерений (см. ГОСТ 8.207—76). В полученное значение случайной погрешности $\Delta t_{\text{сл}}$ войдет и та часть систематической погрешности, которая из-за сложности и приближенности оценки $\Delta t_{\text{сист}}$ не могла быть ранее учтена при нахождении $\Delta t_{\text{сист}}$. Эту неучтенную систематическую погрешность, входящую в $\Delta t_{\text{сл}}$, называют также неисключенным остатком систематической погрешности.

Измеряемая температура может быть стационарной (постоянной) или нестационарной, т. е. изменяться с течением времени. В зависимости от этого погрешность измерения температуры подразделяют на статическую $\Delta t_{\text{ст}}$ и динамическую $\Delta t_{\text{дин}}$:

$$\Delta t = \Delta t_{\text{ст}} + \Delta t_{\text{дин}}. \quad (1.6)$$

Динамическая составляющая погрешности $\Delta t_{\text{дин}}$ вызвана скоростью изменения исследуемой величины $t_d(\tau)$ от времени τ и невозможностью регистрации средствами измерения мгновенных значений нестационарной температуры из-за теплоинерционных свойств ИПТ.

Разделение погрешности измерения температуры Δt на те или иные составляющие в соответствии с выражениями (1.4), (1.5) или (1.6) проводят в зависимости от конкретных условий, требований и возможностей оценки погрешности результатов измерений.

Согласно общим положениям информационной теории измерений и информационно-измерительной техники процесс измерения температуры, выполняемый любым средством измерения, заключается в преобразовании входной информации — температуры



Рис. 1.1. Структурная схема средств измерений температуры

исследуемого объекта — в величину на выходе измерительного устройства, количественно выражающую результат измерения в удобной для дальнейшего использования форме. Совокупность преобразований исходной информации по-

ясняется структурной схемой, каждый элемент которой может характеризовать определенный вид преобразований [33, 46, 58, 80].

Упрощенно, без детализации промежуточных преобразований измерительной информации, структурную схему измерения температуры можно представить в виде последовательного соединения трех элементов — звеньев структурной схемы (рис. 1.1): измерительного (первичного) преобразователя температуры ИПТ, одного или нескольких промежуточных (вторичных) преобразователей ПП и измерительного (показывающего, регистрирующего на диаграмме или в цифровой форме) прибора ИПр.

Входное воздействие $x_{\text{вх}}$ (исследуемое значение температуры) преобразуется чувствительным элементом ИПТ в температуру чувствительного элемента, которая затем преобразуется в выходной сигнал ИПТ U (например, в термо-ЭДС для термопарного ИПТ или в электрическое сопротивление терморезисторного ИПТ), поступающий на ПП. В зависимости от выбора конкретного средства измерения ПП выполняют функции масштабных или функциональных преобразований, передачи и усиления по мощности измерительной информации. Воздействие U_n преобразуется ИПр в выходную величину $U_{\text{вых}}$ в форме, пригодной для анализа температурного режима исследуемого объекта. Результирующая погрешность измерения $\Delta = U_{\text{вых}} - x_{\text{вх}}$ определяется суммой погрешностей каждого элемента измерительной цепи (рис. 1.1), который может иметь свои погрешности — методическую или инструментальную, си-

стематическую или случайную. Оценка результирующей погрешности измерения температуры в общем случае является сложной задачей, требующей детального анализа всей измерительной цепи. Эта задача в настоящее время решается поэтапно с учетом специфики измерений и применяемых измерительных средств.

Контактные методы измерения температуры объектов, находящихся в твердом, жидком или газообразном состояниях, основаны на том, что чувствительный элемент ИПТ должен находиться в условиях термодинамического равновесия с исследуемым объектом. Только в таком состоянии температура t_s чувствительного элемента преобразователя равна температуре t_d объекта в исследуемой его зоне. Несоблюдение исходного принципа контактной термометрии, характерное для реальных условий измерений, приводит к возникновению методической погрешности

$$\Delta t_m = t_s - t_d. \quad (1.7)$$

Измерительный преобразователь температуры является чужеродным телом, в той или иной степени возмущающим ранее существовавшее поле температуры исследуемого объекта. Учесть это возмущение в общем случае можно после изучения всего комплекса явлений теплообмена, происходивших до и после монтажа ИПТ на объекте. Определение погрешностей измерения температуры является, таким образом, частью общей проблемы исследования теплообмена системы тел, находящихся в контакте с окружающими средами или телами.

Формулировке задачи теплообмена предшествует качественный анализ, имеющий целью: а) выяснение исходного теплового состояния исследуемого объекта; б) разработку тепловой модели ИПТ в соответствии с предполагаемыми условиями его размещения в объекте; в) выявление тепловых воздействий (режимных факторов), определяющих возникновение методической погрешности, т. е. определение источников методических погрешностей.

Измерительный преобразователь температуры (его воспринимающая часть) рассматривается как некоторая система, подверженная со стороны исследуемого объекта и других объектов различным тепловым воздействиям, которые определяют процесс теплообмена и характер изменения температуры внутри ИПТ и в зоне его расположения. Важнейшими из них являются следующие воздействия [10, 87]:

1. Тепловое воздействие исследуемого объекта — основное или полезное, информативное воздействие.

2. Теплообмен излучением между ИПТ и его окружением (для газообразных и других частично прозрачных объектов).

3. Теплопередача между отдельными элементами ИПТ (теплоотвод по ИПТ).

4. Влияние внешних нетепловых источников энергии (например, преобразование в теплоту кинетической энергии потока газа в результате полного или частичного его торможения около ИПТ).

5. Влияние внутренних источников теплоты (например, нагрев чувствительного элемента термометра сопротивлением измерительным током).

Все перечисленные воздействия, исключая тепловое воздействие исследуемого объекта, являются помехосоздающими источниками возникновения нежелательных методических погрешностей измерения температуры, совместное влияние которых приводит к отклонению температуры ИПТ от значения температуры исследуемого объекта.

Принимая меры защиты, можно уменьшить погрешность до необходимого минимального значения. Если это удастся сделать, то единственным фактором оказывается тепловое воздействие исследуемого объекта. И если тепловое воздействие объекта изменяется во времени, то остается лишь одна составляющая методической погрешности, обусловленная тепловой инерционностью собственно ИПТ. Часто эту составляющую называют динамической погрешностью ИПТ. Однако внести дополнительную динамическую составляющую погрешности может и любой из перечисленных выше источников, если интенсивность его воздействия достаточно велика и изменяется с течением времени.

Искажение показаний, обусловленное нестационарными тепловыми процессами в ИПТ и между ИПТ и окружающей средой, принято объяснять тепловой или термической инерцией, а искажение, вызываемое механическими и электромеханическими особенностями измерительного прибора и передающего элемента, — механической или электромеханической инерцией измерительного комплекса.

Указанные выше погрешности свойственны в той или иной степени всем контактным методам измерений, независимо от принципа действия выбранных приборов, и являются методическими погрешностями.

Каждый из применяемых приборов вносит в результат измерения дополнительную погрешность, зависящую от особенностей конструкции и принципа действия его и называемую инструментальной погрешностью.

Суммарное воздействие различных источников ошибок приводит к тому, что измерительный комплекс регистрирует не температуру среды t , а некоторую отличную от нее температуру t_s (рис. 1.2). Следовательно, одна из основных задач при контактном измерении температуры заключается в определении действительной температуры t по измеренной температуре t_s , т. е. состоит в оценке суммарной погрешности измерения.

Возникает также и обратная задача — определение температуры измерительного комплекса, если действительное или пред-

полагаемое изменение температуры среды, где находится ИПТ, задано. И как следствие ее — подбор измерительного комплекса с такими параметрами, при которых погрешность температурных измерений в данных условиях не превышала бы заранее заданного допустимого значения.

Действие сил трения и сопротивления, определяющих механическую инерцию передаточных и регистрирующих частей, в отдельных случаях достаточно велико. Однако анализ источников погрешностей показывает, что основные погрешности имеют тепловую природу. Быстродействие современных регистрирующих приборов, особенно электронных, исчисляется секундами и долями секунд, а процесс теплообмена между ИПТ и средой может занимать значительно большее время.

Количественный анализ методических погрешностей ИПТ в конечном итоге заключается в обосновании и выборе математической модели, определяющей процесс теплового взаимодействия объекта исследования с ИПТ. Такие модели в первом приближении можно классифицировать следующим образом:

1. ИПТ оказывает относительно слабое влияние на температуру исследуемого объекта (при измерении температуры жидкостных и газовых сред), поэтому методическая погрешность определяется воздействиями основного информативного и помехосоздающих факторов непосредственно на ИПТ. В этом случае наблюдается одностороннее направленная передача тепловых воздействий.

2. ИПТ оказывает обратное воздействие на температуру исследуемого объекта, однако, оно может быть непосредственно выражено через температуру объекта (например, учет тормозящего действия термоприемника, помещенного в высокоскоростной поток газа).

3. ИПТ оказывает значительное возмущающее воздействие на температуру исследуемого объекта (при измерении температуры поверхности твердых тел). Здесь требуется формулировка совместной задачи теплообмена и анализа полей температуры в системе объект — ИПТ.

С учетом этих особенностей проводится формулировка задач теплообмена и анализ погрешностей для различных случаев измерения температуры.

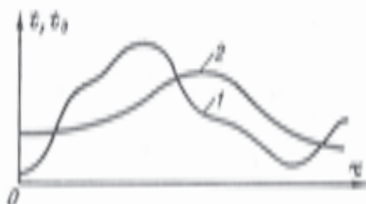


Рис. 1,2. Изменение температуры от времени
1 — температура среды t_0 , 2 — температура ИПТ t_1



*В лаборатории кафедры Тепловых и контрольно-измерительных приборов
(слева направо): ассистент А.Ф.Бегункова, аспирант Н.А.Ярышев,
инженер В.Ф. Беляева, профессор Г.М. Кондратьев. 1954 г.*



Заседание Ученого совета факультета Оптико-электронного приборостроения.

*На фотографии (на переднем плане слева направо):
Г.Н. Дульнев, Н.А. Ярышев, А.Н.Гордов, Е.С.Платунов.
Апрель 1972 г.*

Уравнения теплопроводности и расчетные формулы теплообмена

2.1. Законы Фурье и Ньютона

Обмен внутренней энергией в форме теплоты в твердых, жидких и газообразных телах происходит тремя различными путями: теплопроводностью, конвекцией и излучением. Носителями энергии являются частицы вещества (например, молекулы, атомы, электроны, ионы), ансамбли этих частиц, перемещающиеся в определенном направлении или колеблющиеся около некоторых положений равновесия, а также волны упругих колебаний и электромагнитные волны.

При решении многих инженерных задач допустимо представлять вещество как сплошную среду, не рассматривая микроструктуру вещества и природу носителей энергии. Исследование закономерностей передачи теплоты в такой среде значительно упрощается, если ввести понятие температуры, определив ее как параметр состояния тела, характеризующий степень его нагрева. С учетом ограничений, указанных в § 1.1, температура тела, в дальнейшем обозначаемая t , является функцией координат x, y, z и времени τ и определяет процесс переноса теплоты теплопроводностью. Совокупность значений температуры во всех точках исследуемого тела в заданный момент времени называется температурным полем и характеризуется некоторой функцией $t(x, y, z, \tau)$. Различают нестационарное $t(x, y, z, \tau)$ и стационарное $t(x, y, z)$ температурные поля. В зависимости от числа пространственных координат температурное поле может быть одномерным, двумерным или трехмерным. В некоторых случаях распределение температуры по объему тела может быть принято равномерным, и температура его будет изменяться только от времени («нульмерное» температурное поле).

Совокупность точек, имеющих в заданный момент времени одну и ту же температуру, образует изотермическую поверхность (или линию для двумерного температурного поля). Передача теплоты в теле может происходить лишь в направлениях изменения температуры, т. е. при переходе через изотермические поверхности в сторону уменьшения температуры.

Основой для исследования процесса передачи теплоты является закон теплопроводности Фурье. Тепловой поток q , проходящий через единичную площадку изотермической поверхности, прямо пропорционален абсолютной величине изменения температуры dt/dn по нормали к этой площадке:

$$q = -\lambda \frac{dt}{dn} n_0 = -\lambda \operatorname{grad} t, \quad (2.1)$$

где q — вектор теплового потока; t — температура, °C или K; n_0 — единичный вектор нормали n к изотермической поверхности; $\text{grad } t$ — градиент температуры.

В прямоугольной системе координат x, y, z

$$\text{grad } t = \frac{\partial t}{\partial x} i + \frac{\partial t}{\partial y} j + \frac{\partial t}{\partial z} k,$$

где i, j, k — единичные векторы. Абсолютная величина (модуль) градиента в направлении нормали

$$|\text{grad } t| = \frac{\partial t}{\partial n}. \quad (2.2)$$

Абсолютная величина вектора теплового потока q называется часто удельным тепловым потоком или плотностью теплового потока. Полное количество теплоты dQ , прошедшее через участок поверхности dS за время $d\tau$, определяется по уравнению

$$dQ = q dS d\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial n} dS d\tau, \quad (2.3)$$

Отношение

$$dQ/d\tau = q dS$$

называется полным тепловым потоком, проходящим через поверхность dS . Входящий в уравнения (2.1) — (2.3) коэффициент пропорциональности λ характеризует способность тела передавать теплоту и называется теплопроводностью вещества тела.

Теплопроводность зависит от температуры вещества, его влажности, плотности, давления. Значения теплопроводности различных веществ приведены в теплофизических справочниках [39, 56, 66, 73], а методы их определения рассматриваются в работах [30, 72]. Для количественной оценки процесса теплообмена между телом и средой служит закон Ньютона, согласно которому удельный тепловой поток q , передаваемый через единичную площадку поверхности тела в среду, прямо пропорционален разности температур $t - t_c$ между поверхностью тела и средой:

$$q = \alpha \Delta t = \alpha (t - t_c), \quad (2.4)$$

где t — температура поверхности тела; t_c — температура среды (жидкой или газообразной) на достаточном удалении от тела; Δt — разность температур (температурный перепад).

Входящий в уравнение (2.4) коэффициент пропорциональности характеризует интенсивность обмена теплотой между телом и окружающей его средой и называется коэффициентом теплоотдачи. Чем больше величина α , тем интенсивнее происходит теплообмен.

Закон Ньютона (2.4) аналогичен закону Ома в электротехнике, поэтому часто вместо коэффициента теплоотдачи α применяется

обратная ей величина, называемая термическим сопротивлением теплоотдаче:

$$R_{\alpha} = 1/\alpha.$$

В действительности обмен теплотой между телом и средой происходит тремя способами: теплопроводностью, тепловым излучением и конвекцией. Поэтому простота аналитического выражения (2.4) является чисто условной, и вся сложность при расчете теплообмена состоит в определении коэффициента теплоотдачи α , который является сложной функцией многих переменных, в том числе и температуры поверхности и среды. Несмотря на это, закон Ньютона широко используется при аналитическом исследовании процессов теплопроводности в твердых телах, а коэффициент теплоотдачи в первом приближении принимается постоянным. Последнее допущение, естественно, нуждается в обосновании при решении конкретных задач.

Если коэффициент теплоотдачи α одинаков для всех участков поверхности тела, то полное количество теплоты dQ , передаваемое телом в среду за время $d\tau$, равно

$$dQ = \Lambda (t_s - t_e) d\tau = \frac{t_s - t_e}{R} d\tau, \quad (2.5)$$

где t_s — средняя температура поверхности тела; t_e — температура среды; Λ

$$\Lambda = 1/R = \alpha S.$$

По аналогии с величинами α и R_{α} коэффициенты Λ и R называются соответственно полной термической проводимостью и полным термическим сопротивлением теплообмену между телом и средой.

2.2. Уравнение теплопроводности. Граничные условия теплообмена

Аналитическое исследование процесса передачи теплоты в твердом теле сводится к нахождению его температурного поля, т. е. к определению функциональной зависимости $t = t(x, y, z, \tau)$.

Общие закономерности переноса теплоты выражаются дифференциальным уравнением теплопроводности (уравнением Фурье), которое выводится на основе закона сохранения энергии при составлении теплового баланса элементарного объема вещества тела с окружающим его веществом. Окончательный вид уравнения зависит от многих условий: является ли тело неподвижным или движущимся, однородным и изотропным или неоднородным и анизотропным, действуют ли в нем источники энергии, происходят ли фазовые и химические превращения и т. п.

Для однородного изотропного тела при наличии в нем источников (или стоков) теплоты, распределенных по объему тела, уравнение Фурье имеет вид:

$$c_v(t) \frac{\partial t}{\partial \tau} = \operatorname{div} [\lambda(t) \operatorname{grad} t] + w, \quad (2.6)$$

где $w = w(x, y, z, \tau)$ — функция распределения мощности источников (стоков) теплоты по объему тела, Вт/м³; $c_v = c\gamma$ — объемная теплоемкость вещества тела, равная произведению удельной теплоемкости вещества c на его плотность γ , Дж/(м³·К); grad и div — операции градиента и дивергенции.

При выводе уравнения (2.6) предполагалось, что теплофизические свойства материала тела (его плотность γ , удельная теплоемкость c и теплопроводность λ) зависят от температуры. Если коэффициенты c , γ и λ в процессе теплообмена остаются неизменными, уравнение (2.6) принимает более простой вид:

$$\partial t(x, y, z, \tau) / \partial \tau = a \Delta t(x, y, z, \tau) + w(x, y, z, \tau) / (c\gamma), \quad (2.7)$$

где Δ — оператор Лапласа, вид которого зависит от выбора системы координат.

В системе координат Декарта

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

Вид оператора Δ в цилиндрической и сферической системах координат приведен в работах [23, 25, 40].

Комплекс $a = \lambda / (c\gamma)$ является теплофизической характеристикой вещества и называется коэффициентом температуропроводности.

В стационарных условиях теплообмена температура t от времени не зависит, и уравнение Фурье (2.7) преобразуется в уравнение Пуассона:

$$\Delta t(x, y, z) = -w(x, y, z) / \lambda. \quad (2.8)$$

Если источники теплоты в теле отсутствуют ($w = 0$) и режим стационарный, уравнение теплопроводности (2.8) переходит в уравнение Лапласа:

$$\Delta t(x, y, z) = 0.$$

Вывод дифференциальных уравнений теплопроводности в зависимости от особенностей процесса теплообмена дан в руководствах по теплопередаче [25, 40, 82].

Для дальнейшего изложения полезно получить дифференциальное уравнение, связывающее в процессе теплообмена изменение средней по поверхности t_s и объему t_v температуры. Пусть система, состоящая из нескольких плотно соприкасающихся между собой тел с различными теплофизическими коэффициентами, находится

в теплообмене со средой, температура t_0 которой задана. Если теплофизические свойства системы не зависят от температуры и постоянны в процессе теплообмена, то на основе закона сохранения энергии получается следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{dt_V(\tau)}{d\tau} + m_0 t_S(\tau) = m_0 t_0(\tau) + \frac{1}{C} [W(\tau) + Q(\tau)]; \quad m_0 = \frac{\alpha S}{C}, \quad (2.9)$$

где S — площадь поверхности теплообмена системы со средой, m^2 ; C — теплоемкость системы, равная сумме полных теплоемкостей, входящих в систему тел, Дж/К; $W(\tau)$ и $Q(\tau)$ — полные мощности действующих внутри и на поверхности системы источников теплоты:

$$W(\tau) = \int_V w(x, y, z, \tau) dV;$$

$$Q(\tau) = \int_S q(x_S, y_S, z_S, \tau) dS.$$

Уравнение (2.9) для однородного изотропного тела может быть получено в результате интегрирования уравнения (2.7) по объему системы V с последующим использованием теоремы Остроградского—Гаусса.

Для определения температурного поля в исследуемом теле или системе тел необходимо знать форму и размеры тел, их теплофизические свойства, а также начальное распределение температуры и условия теплообмена рассматриваемого тела с окружающими его средой и телами. Закономерности теплового взаимодействия выражаются в виде так называемых граничных условий, форма задания которых зависит от особенностей теплообмена. Наиболее часто встречаются четыре вида граничных условий.

1. Если известен закон изменения во времени температуры поверхности тела, то такие условия называются граничными условиями первого рода:

$$t(x, y, z, \tau)|_S = f(x, y, z, \tau), \quad (2.10)$$

где f — заданная функция.

2. Граничное условие второго рода означает задание плотности теплового потока $q_S(\tau)$, проходящего через любой участок поверхности тела.

3. При теплообмене тела со средой по закону Ньютона (2.4) действуют так называемые граничные условия третьего рода. Теплота, подведенная путем теплопроводности к единичному участку поверхности тела, отдается в окружающую среду, и на основе выражений (2.1) и (2.4) получаем

$$\left[\frac{\partial t}{\partial n} + \frac{\alpha}{\lambda} (t - t_0) \right]_S = 0. \quad (2.11)$$

Индекс S означает, что температура t и ее изменение $\partial t / \partial n$ по нормали к поверхности выбираются на соответствующем участке

поверхности тела. Отношение $\alpha/\lambda = h$ часто называют относительным коэффициентом теплоотдачи.

Во всех перечисленных выше случаях в стационарном режиме значения $t_s(\tau)$, $q_s(\tau)$ и $t_c(\tau)$ постоянны для всей поверхности тела и не зависят от времени.

4. Условия четвертого рода характеризуют особенности передачи теплоты вследствие теплопроводности и выражают равенство температуры и тепловых потоков на границе раздела двух тел:

$$t_1|_S = t_2|_S; \quad \lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial n} \Big|_S = \lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial n} \Big|_S. \quad (2.12)$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся к величинам первого и второго тела, а S означает границу их раздела. Условия (2.12) справедливы для идеального контакта. В действительности из-за микрощероховатостей фактическая поверхность соприкосновения значительно меньше геометрической. С учетом термического сопротивления контактирующих поверхностей условия на границе раздела двух твердых тел преобразуются к виду

$$-\lambda_1 \frac{\partial t_1}{\partial n} \Big|_S = \frac{(t_1 - t_2)_S}{R_k} = -\lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial n} \Big|_S,$$

где R_k — термическое сопротивление контакта соприкасающихся тел, $\text{м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}$.

При больших тепловых нагрузках термическое сопротивление контакта может быть соизмеримо или превышать термическое сопротивление тел и приводить к нежелательному перегреву и замедлению процессов нестационарного теплообмена. Вопросы теплопередачи между соприкасающимися поверхностями рассмотрены в работах [56, 81].

Все перечисленные выше граничные условия являются линейными условиями теплообмена, если коэффициенты α , λ и R_k не зависят от температуры. Выбор граничных условий определяется конкретными особенностями процесса; в некоторых случаях для разных участков поверхности теплообмена могут использоваться граничные условия различных видов.

2.3. Теплообмен излучением

При расчете теплопередачи между различными элементами термоприемника и окружающими его телами и средами значительное влияние может оказывать, особенно при высокой температуре, передача теплоты путем излучения. Температурное (тепловое) излучение определяется тепловым состоянием тела, его температурой. Носителями энергии теплового излучения являются электромагнитные волны или фотоны, распространяющиеся в вакууме со скоростью $3 \cdot 10^8$ м/с.

Интегральная поверхностная плотность излучения абсолютно черного тела E_0 (излучательность), количественно равная мощности энергии излучения с единицы площади поверхности абсолютно черного тела, имеющего температуру T , определяется законом Стефана—Больцмана:

$$E_0 = \sigma_0 T^4 = C_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4, \quad (2.13)$$

где T — абсолютная температура тела, К; σ_0 или C_0 — постоянные Стефана—Больцмана [23, 45], Вт/(м²·К⁴):

$$\sigma_0 = C_0 \cdot 10^{-8} = 5,67 \cdot 10^{-8}.$$

Величину E_0 называют также удельным тепловым потоком энергии излучения. Распределение плотности энергии излучения по спектру длин волн или частотам устанавливается законом Планка.

Тепловое излучение реальных тел может значительно отличаться от излучения абсолютно черного тела. Для оценки интегральной поверхностной плотности излучения E реального тела пользуются уравнением вида (2.13), вводя в него коэффициент $\varepsilon(T)$, учитывающий отклонение излучения реального физического тела от излучения абсолютно черного тела при той же температуре:

$$E = \varepsilon(T) E_0 = \varepsilon(T) \sigma_0 T^4. \quad (2.14)$$

Кoeffициент $\varepsilon(T)$ характеризует излучательную способность в зависимости от температуры T и называется степенью черноты или коэффициентом черноты излучения тела. Коэффициент $\varepsilon(T)$ является физической постоянной излучателя. В большинстве случаев он определяется экспериментально, так как на его значение оказывает влияние состояние поверхности.

Способность тела поглощать тепловое излучение характеризуется коэффициентом поглощения A , который численно равен отношению потоков поглощенного телом и падающего излучения. В условиях термодинамического равновесия взаимосвязь между коэффициентами излучения и поглощения может быть установлена на основе закона Кирхгофа:

$$E(T)/A(T) = E_0(T). \quad (2.15)$$

Из уравнений (2.14) и (2.15) следует, что в условиях термодинамического равновесия коэффициент черноты собственного теплового излучения тела $\varepsilon(T)$ и коэффициент поглощения $A(T)$ равны.

Если температура поглощающего тела и температура тела-излучателя отличны друг от друга, то $\varepsilon \neq A$. Коэффициент поглощения будет зависеть как от физических особенностей тела и его температуры, так и от температуры излучающего тела. Чем больше разница в температуре, тем больше отличается коэффициент чер-

ноты ϵ от коэффициента поглощения A . Например, при температуре $T = 300$ К коэффициент черноты полированного алюминия $\epsilon = 0,09$, коэффициент поглощения того же алюминия при температуре источника излучения 1000 К составляет 0,15, а при температуре 6000 К (излучение Солнца) будет 0,26—0,30.

Таблица коэффициентов черноты излучения различных тел приведена в работе [45].

При расчете теплообмена излучением между телами во многих задачах поглощением лучистой энергии в газовой среде, разделяющей тела, пренебрегают и считают среду лучепрозрачной (непоглощающей). Это объясняется тем, что одно- и двухатомные реальные газы обладают малым тепловым излучением и поглощением до температур 1000—2000 К.

Результирующий тепловой поток $\dot{Q}_{12}$ между двумя телами, имеющими температуру T_1 и T_2 и образующими замкнутую систему, находится по уравнению

$$\dot{Q}_{12} = C_0 \epsilon_{\text{пр}} \left[\frac{\epsilon_1}{A_1} \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \frac{\epsilon_2}{A_2} \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] H_{12}, \quad (2.16)$$

где ϵ_1 , ϵ_2 , A_1 и A_2 — коэффициенты черноты излучения и поглощения двух тел; $\epsilon_{\text{пр}}$ — приведенный коэффициент черноты системы двух тел; H_{12} — взаимная поверхность излучения тел; C_0 — постоянная Стефана—Больцмана.

Приведенный коэффициент черноты системы двух тел рассчитывается по уравнению

$$\epsilon_{\text{пр}} = \left[1 + \varphi_{12} \left(\frac{1}{A_1} - 1 \right) + \varphi_{21} \left(\frac{1}{A_2} - 1 \right) \right]^{-1}, \quad (2.17)$$

здесь φ_{12} и φ_{21} — коэффициенты облученности, или угловые коэффициенты.

Коэффициенты φ_{12} и φ_{21} суть отношения потоков излучения $\dot{Q}_1$ и $\dot{Q}_2$, испускаемых телами 1 и 2, к результирующему потоку $\dot{Q}_{12}$. Взаимная поверхность излучения тел H_{12} есть некоторая характеристика системы, имеющая размерность площади и зависящая от формы, размеров и взаимного расположения тел:

$$H_{12} = \varphi_{12} S_1 = \varphi_{21} S_2.$$

Если разница между температурами T_1 и T_2 такова, что $\epsilon_1 \approx A_1$ и $\epsilon_2 \approx A_2$, то формула (2.16) принимает более простой вид:

$$\dot{Q}_{12} = C_0 \epsilon_{\text{пр}} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] H_{12}. \quad (2.18)$$

Уравнения (2.16) и (2.18) выведены в предположении, что вся поглощенная телом энергия излучения превращается в теплоту, а тела, образующие замкнутую систему, являются серыми, т. е. распределение энергии излучения их в зависимости от длины волны подобно распределению энергии в спектре черного тела. Вывод

формул, значения угловых коэффициентов φ_{12} , φ_{21} и взаимной поверхности излучения H_{12} приведены в работах [45, 82]. Так, для двух параллельных плоскостей, размеры которых значительно больше расстояния между ними, $\varphi_{12} = \varphi_{21} = 1$, $H_{12} = S_1 = S_2$, где S_1 и S_2 — площади поверхностей пластин, м^2 .

Если тело 1 не имеет вогнутостей и находится внутри другого тела 2, то $\varphi_{12} = 1$; $\varphi_{21} = S_1/S_2$, а взаимная поверхность излучения $H_{12} = S_1$. Если дополнительно поверхность второго тела много больше первого ($S_2 \gg S_1$), то из формулы (2.17) следует:

$$e_{\text{пр}} = A_1 = e_1. \quad (2.19)$$

Уравнением (2.18) можно пользоваться и для приближенной оценки теплообмена незамкнутой системы из двух тел, полагая $e_{\text{пр}} \approx e_1 e_2$ при условии, что коэффициенты черноты тел, участвующих в теплообмене, достаточно высоки.

Как следует из уравнений (2.16) и (2.18), процесс теплообмена излучением между двумя телами является нелинейным и определяется законом четвертых степеней (2.14). Однако для удобства проведения технических расчетов и решения внутренних задач теплопроводности (передача теплоты между отдельными частями твердого тела) уравнения (2.16) и (2.18) можно линеаризовать, введя понятие коэффициента теплоотдачи лучеиспусканием α_n . По аналогии с уравнением (2.4) определим удельный тепловой поток излучением q_n для системы двух тел:

$$q_n = Q_{12}/H_{12} = \alpha_n (t_1 - t_2), \quad (2.20)$$

где

$$\alpha_n = C_0 e_{\text{пр}} \frac{\left[\frac{e_1}{A_1} \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \frac{e_2}{A_2} \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]}{T_1 - T_2}, \quad (2.21)$$

или при условии, что $e_1 \approx A_1$ и $e_2 \approx A_2$,

$$\alpha_n = e_{\text{пр}} C_0 f(t_1, t_2), \quad (2.22)$$

где

$$f(t_1, t_2) = \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] / (T_1 - T_2); \quad (2.23)$$

здесь $T_1 = t_1 + 273,2$; $T_2 = t_2 + 273,2$, а t_1 и t_2 — значения температуры тел 1 и 2 в международной стоградусной шкале, $^{\circ}\text{C}$.

Если поверхность тела 2 значительно больше тела 1, т. е. фактически происходит теплообмен излучением между телом 1 и средой с температурой t_c , то удельный поток излучения q_n определится по уравнению

$$q_n = \alpha_n (t_1 - t_c), \quad (2.24)$$

в котором коэффициент теплоотдачи излучением находится по формулам (2.22) и (2.23), где принимается $e_{\text{пр}} = e_1$ и $t_2 = t_c$. Если

абсолютные значения температуры T_1 и T_2 таковы, что $0,9 < T_1/T_2 < 1,1$, то функция $f(t_1, t_2)$ с погрешностью не более 1 % может быть рассчитана по приближенной формуле:

$$f(t_1, t_2) = 4 \cdot 10^{-2} \left[\frac{0,5 (T_1 + T_2)}{100} \right]^3.$$

2.4. Конвективный теплообмен. Числа подобия

Конвективным теплообменом называется процесс переноса теплоты частицами движущегося газа или жидкости. В отличие от явления теплопроводности в конвективном переносе энергии участвуют не отдельные молекулы или атомы, а большие массы движущейся жидкости (газа). В подавляющем большинстве случаев конвективный теплообмен преобладает над передачей теплоты теплопроводностью и излучением.

При решении инженерных задач для расчета конвективного теплообмена между поверхностью твердого тела и жидкостью используют закон Ньютона (2.4). Коэффициент пропорциональности α , характеризующий интенсивность передачи теплоты, называют коэффициентом теплоотдачи. Численное значение коэффициента конвективной теплоотдачи α (или α_k) зависит от многих факторов, определяющих теплообмен, и, в первую очередь, от режима движения жидкости около поверхности тела. При малых скоростях течение жидкости является упорядоченным струйным или ламинарным. С увеличением скорости возникает вихревой или турбулентный режим движения. В зависимости от природы движения различают свободное (естественное) и вынужденное движение жидкости. Первое вызвано разностью плотностей в неравномерно прогретой жидкости, второе возникает под действием внешних сил (ветра, насоса и т. п.).

Детальный анализ процессов конвективного теплообмена возможен на основе изучения процессов переноса энергии, количества движения (импульса) и массы в пограничном слое жидкости, расположенном непосредственно около поверхности тела. Закономерности конвективного переноса теплоты могут быть установлены при совместном решении системы уравнений теплопроводности и движения жидкости. Аналитически эту задачу удастся решить лишь в ограниченном числе случаев для сравнительно простых условий обтекания. Формулировка и решение отдельных задач конвективного переноса теплоты даны в курсах по теплообмену [23, 44, 45, 82].

Наиболее надежные значения коэффициентов конвективной теплоотдачи находятся опытным путем. Однако большое число параметров, влияющих на процесс конвективного теплообмена, затрудняет проведение опытов, их обработку и использование по-

лученных данных. При изучении конвективного теплообмена так же, как и при анализе иных процессов, большую помощь оказывает теория подобия, на основе которой устанавливаются группы подобных явлений и обобщенные переменные — числа (критерии) подобия, характеризующие данную группу явлений. Эти числа подобия составляются из различных физических параметров и имеют нулевую размерность. Результаты аналитического и опытного исследования выражаются обычно в критериальном виде. Применение методов подобия позволяет рационально исследовать изучаемое явление, вводя ограниченное число обобщенных переменных, вместо всей совокупности физических параметров, набор которых для данного явления может быть значительным.

При изучении конвективного теплообмена наиболее часто используются следующие числа подобия:

число Нуссельта, определяющее интенсивность теплообмена:

$$Nu = \alpha d / \lambda; \quad (2.25)$$

число Прандтля, характеризующее физические свойства среды:

$$Pr = \nu / a; \quad (2.26)$$

число Грасгофа, характеризующее теплообмен при свободной конвекции:

$$Gr = \beta g d^3 \Delta t / \nu^2; \quad (2.27)$$

число Рейнольдса, определяющее теплообмен при вынужденной конвекции:

$$Re = u d / \nu; \quad (2.28)$$

число Маха, определяющее теплообмен при высокоскоростном движении газа:

$$M = v / a_s. \quad (2.29)$$

В эти выражения входят следующие величины: α — коэффициент конвективной теплоотдачи, Вт/(м²·К); d — определяющий размер тела, м; λ — теплопроводность жидкой или газообразной среды, Вт/(м·К); ν — кинематическая вязкость среды, м²/с; a — коэффициент температуропроводности среды, м²/с; g — ускорение в поле тяготения, м/с²; β — температурный коэффициент объемного расширения, 1/К; Δt — разность между температурой поверхности тела и жидкости за пределами пограничного слоя, К; v — скорость потока жидкости, м/с; a_s — скорость распространения звука в среде, м/с.

Так как входящие в числа подобия (2.25) — (2.29) физические величины зависят от температуры, значения этих чисел рассчитываются при температуре, называемой далее определяющей. В качестве такой температуры выбираются температура поверхности тела t_n , температура жидкости $t_{ж}$ или средняя температура $t_m =$

$= 0,5 (t_{ж} + t_n)$. В соответствии с этим числа подобия снабжаются индексами «п», «ж» или «пж».

Помимо перечисленных выше чисел подобия, при решении задач теплопроводности в твердых телах применяются:

число Био

$$Bi = \alpha d / \lambda; \quad (2.30)$$

число Фурье

$$Fo = \alpha \tau / d^2, \quad (2.31)$$

где α и λ — коэффициент температуропроводности и теплопроводность тела; τ — время.

Опытные результаты по исследованию конвективного теплообмена обычно представляют в виде формулы

$$Nu = A Gr^{n_1} Re^{n_2} Pr^{n_3},$$

где показатели степеней n_1 , n_2 , n_3 и множитель пропорциональности A находят путем обработки экспериментальных данных. Для одной и той же группы подобных явлений (например, процессы теплообмена поперечно обтекаемых цилиндров) различные исследователи предлагают разные уравнения. Помимо некоторого неизбежного расхождения опытных данных, положенных в основу предлагаемых эмпирических уравнений, численные значения коэффициентов (показателей и множителя пропорциональности) зависят от выбора определяющей температуры, для которой находятся физические параметры и числа подобия. Коэффициенты эмпирических формул меняются также в зависимости от пределов изменения аргументов степенных формул.

Ниже приводятся некоторые уравнения для оценки среднего значения коэффициентов конвективной теплоотдачи, полученные отечественными исследователями и применяемые в практике теплотехнических расчетов.

2.5. Теплообмен при свободной конвекции

Свободное движение жидкостей в неограниченном пространстве вызвано разностью плотностей макрочастиц жидкости. Числами подобия, определяющими интенсивность конвективного теплообмена при свободном (естественном) движении, являются числа Грасгофа и Прандтля. Характерная особенность процесса — слабая зависимость коэффициента теплоотдачи от формы тела.

Для расчета среднего по поверхности коэффициента теплоотдачи между телом и неограниченной средой при свободном движении жидкости М. А. Михеевым предложена следующая оценочная формула, полученная в результате обобщения экспериментальных данных:

$$Nu_m = A (Gr Pr)_m^n. \quad (2.32)$$

В качестве определяющей температуры взята средняя температура t_m между температурой поверхности тела t_n и температурой жидкости $t_{ж}$ за пределами пограничного слоя:

$$t_m = 0,5 (t_{ж} + t_n). \quad (2.33)$$

Величины A и n выбираются в зависимости от произведения чисел Gr и Pr из табл. 2.1. Уравнение с показателем степени $n = 1/4$ характеризует ламинарный режим движения жидкости; значению $n = 1/3$ соответствует вихревой автомодельный режим теплообмена (средний коэффициент теплообмена перестает зависеть от определяющего размера тела d). При значениях $GrPr < 10^{-8}$ теплоотдача определяется теплопроводностью среды и имеет место

Таблица 2.1. Значения величин A и n в формуле (2.32)

$(GrPr)_m$	A	n
$1 \cdot 10^{-8} - 5 \cdot 10^8$	1,18	1/8
$5 \cdot 10^8 - 2 \cdot 10^9$	0,54	1/4
$2 \cdot 10^9 - 1 \cdot 10^{10}$	0,135	1/3

так называемый пленочный режим теплообмена, отличающийся значительной неустойчивостью. В этих условиях критерий Нуссельта принимается постоянным и для цилиндрических тел $Nu_m = 0,5$, а для тел шаровой формы $Nu_m = 2$.

Уравнение (2.32) применяется для оценки коэффициента конвективной теплоотдачи α тел различной формы, причем за определяющий размер d выбирается для шаров и горизонтально расположенных цилиндров (провода, труб) их диаметр; для вертикальных труб и пластин — высота охлаждаемого (нагреваемого) участка; для горизонтально расположенных пластин и плит — меньшая сторона плиты. Рассчитанные значения коэффициента теплоотдачи увеличиваются на 30 %, если теплоотдающая поверхность обращена вверх, и уменьшаются на 30 %, если теплоотдающая поверхность обращена вниз.

При определении коэффициента теплоотдачи тел в воде и воздухе уравнению (2.32) можно придать следующий вид:

$$\alpha = A_1 (\Delta t / d^5)^{1/8}; \quad \alpha = A_2 (\Delta t / d)^{1/4}; \quad \alpha = A_3 (\Delta t)^{1/3}, \quad (2.34)$$

соответственно для $n = 1/8$, $1/4$ и $1/3$.

Значения коэффициентов A_1 , A_2 и A_3 в зависимости от средней температуры t_m приведены в табл. 2.2.

Таблица 2.2. Значения коэффициентов A_1 , A_2 и A_3

Коэффициент	Температура $t_{\text{ж}}$, °C									
	-50	-20	0	20	50	100	200	300	500	1000
Воздух (при нормальном давлении)										
A_1 , Вт·м ^{-11/3} ·К ^{-9/8}	0,279	0,285	0,291	0,295	0,302	0,314	0,337	0,349	0,372	0,407
A_2 , Вт·м ^{-7/4} ·К ^{-5/4}	1,50	1,44	1,42	1,36	1,33	1,27	1,22	1,10	0,99	0,81
A_3 , Вт·м ⁻² ·К ^{-4/3}	1,94	1,83	1,69	1,57	1,48	1,33	1,13	0,99	0,81	0,56
Вода (на линии насыщения)										
Коэффициент	Температура $t_{\text{ж}}$, °C									
	0	20	40	60	80	100	150	200	250	300
Вода (на линии насыщения)										
A_1 , Вт·м ^{-11/3} ·К ^{-9/8}	9,30	13,1	15,7	17,5	19,0	20,0	21,8	22,6		
A_2 , Вт·м ^{-7/4} ·К ^{-5/4}	70	112	149	178	205	227	273	305		
A_3 , Вт·м ⁻² ·К ^{-4/3}	102	200	290	360	425	480	610	710		

Для расчета коэффициента теплоотдачи горизонтальных цилиндров и труб М. А. Михеев и И. М. Михеева получили следующую уточненную формулу [45]:

$$Nu_{ж} = 0,50 (Gr Pr)_{ж}^{0,25} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{п}} \right)^{0,25}, \quad (2.35)$$

Здесь за определяющую температуру берется температура жидкости $t_{ж}$, определяющим размером является диаметр. Влияние направления теплового потока на теплоотдачу учитывается отношением критериев Прандтля в степени 0,25, вычисляемых соот-

Таблица 2.3. Значения коэффициентов конвективной теплоотдачи при свободной конвекции

Перегрев Δt , К	Определяющий размер d , м			
	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}
В воздухе				
5	1 300	130	27	6,5
50	1 400	155	37	11,2
500	2 200	240	56	17,0
В воде				
5	30 000	5 200	1 200	560
50	35 000	8 300	2 400	1 300

ветственно при значениях температуры жидкости и поверхности тела. Формула (2.35) справедлива при изменении произведения чисел Gr и Pr в пределах от 10^3 до 10^8 . Для воздуха она упрощается и принимает вид

$$Nu_{ж} = 0,47 Gr_{ж}^{0,25}.$$

В качестве примера в табл. 2.3 приведены значения коэффициентов конвективной теплоотдачи, рассчитанных для горизонтально расположенных нитей термометров сопротивления, лабораторной незащищенной термопары и технического термоприемника. Диаметры d нитей термометров составляют 10^{-5} и 10^{-4} м, диаметр термоэлектродов термопары равен 10^{-3} м, а термоприемника 10^{-2} м. Перегрев Δt всех измерителей в воде составляет 5 и 50 К, а в воздухе — соответственно 5, 50 и 500 К. Температура воздуха и воды принята равной 20 °С.

Пример 2.1. Оценить влияние направления теплового потока при конвективном теплообмене горизонтально расположенного цилиндрического термоприемника диаметром $d = 10^{-3}$ м в воде при разности температуры $\Delta t = 10$ К. Температура воды $t_{ж} = 20$ °С.

Для расчета воспользуемся уравнением (2.35). Подставляя значения теплофизических параметров в выражения (2.26) и (2.27), находим значения чисел подобия:

$$Pr_{ж} = 7,02; \quad Gr_{ж} = \frac{1,82 \cdot 10^{-4} \cdot 9,81 \cdot 10^{-6} \cdot 10}{(1 \cdot 10^{-6})^3} = 1,78 \cdot 10^4.$$

Отношение чисел Прандтля при температуре термоприемника t_n , равной 30 и 10 °C, составляет

$$Pr_{20}/Pr_{30} = 7,02/5,42 = 1,30; \quad Pr_{20}/Pr_{10} = 7,02/9,52 = 0,74.$$

Расчет по формуле (2.35) дает следующее значение коэффициента теплоотдачи при температуре термоприемника $t_n = 30$ °C и $\Delta t = 10$ K:

$$\alpha = 0,60 \cdot 10^2 \cdot 0,50 \cdot (1,78 \cdot 10^4 \cdot 7,02)^{0,25} \cdot 1,30^{0,25} = 560 \cdot 1,07 = 600 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

При аналогичном расчете для значений температуры $t_n = 10$ °C получим $\alpha = 560 \cdot 0,93 = 520 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$. Как видно из примера, изменение знака Δt оказывает заметное влияние на величину коэффициента теплоотдачи. Отклонение от среднего значения $\alpha = 560 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$, вычисленного без учета влияния направления теплового потока, составляет 7 %.

Конвективный теплообмен в ограниченном пространстве. При изучении сложного процесса теплообмена в замкнутом пространстве (газовые или жидкостные прослойки, щели) вместо коэффициента теплоотдачи α вводят эквивалентную теплопроводность $\lambda_{эки}$ и определяют удельный тепловой поток через прослойку по формуле для плоской стенки

$$q = \lambda_{эки} \Delta t / \delta = \lambda_{эки} (t_1 - t_2) / \delta, \quad (2.36)$$

где δ — толщина прослойки, м; t_1 и t_2 — температура поверхности тел 1 и 2, ограничивающих прослойку.

Для приближенной оценки эквивалентной теплопроводности $\lambda_{эки}$ плоских, цилиндрических и шаровых прослоек может быть использована формула

$$e_k = \lambda_{эки} / \lambda = 0,18 (GrPr)_{ж}^{0,25}; \quad (2.37)$$

здесь e_k — так называемый коэффициент конвекции, равный отношению эквивалентной теплопроводности $\lambda_{эки}$ к теплопроводности λ вещества прослойки. Значения чисел Gr и Pr , а также теплопроводности λ жидкости или газа находятся при температуре

$$t_{ж} = 0,5 (t_1 + t_2).$$

Формула (2.37) справедлива при $10^3 < (GrPr)_{ж} < 10^{10}$. Если произведение $(GrPr)_{ж} < 10^3$, то коэффициент конвекции $e_k = 1$ и передача теплоты через прослойку происходит только путем теплопроводности. Определяющим размером является толщина прослойки δ . В сложных задачах (наклонные прослойки, учет пути конвективного потока) предложены специальные эмпирические зависимости.

Пример 2.2. В промышленных установках для защиты от механических повреждений термоприемник устанавливают в термопатрон. Для улучшения теплопередачи в пространство между термопатроном и термоприемником в некоторых случаях засыпают металлические опилки, заливают масло, ртуть или иную жидкость. Требуется оценить, насколько улучшается теплообмен по сравнению с теплопередачей через воздушный зазор при заполнении его трансформаторным маслом или ртутью. Термоприемник цилиндрический, диаметром 10^{-2} м. Толщина зазора между наружной поверхностью термоприемника и внутренней поверхностью термопатрона $\delta = 2 \cdot 10^{-3}$ м. В начальной стадии процесса теплообмена температура термоприемника $t_1 = 20^\circ\text{C}$, а термопатрона $t_2 = 180^\circ\text{C}$. Эквивалентную теплопроводность воздушного зазора будем определять по уравнению (2.37). Средняя температура воздуха $t_{\text{ж}} = 100^\circ\text{C}$; число Прандтля $Pr_{\text{ж}} = 0,688$; число Граушофа $Gr_{\text{ж}} = 6,3 \cdot 10^3$. Коэффициент конвекции воздушной прослойки $\epsilon_{\text{к}} = 1,46$, тогда $\lambda_{\text{экв}} = 1,46 \cdot \lambda = 4,68 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К).

Эквивалентный коэффициент конвективной теплоотдачи для воздушного зазора на основе уравнения (2.36) равен $\alpha_{\text{к}} = \lambda_{\text{экв}}/\delta = 23,4$ Вт/(м²·К).

Поскольку между термоприемником и термопатроном существует теплообмен излучением, необходимо найти коэффициент $\alpha_{\text{л}}$. Для расчета воспользуемся уравнением (2.22). По формуле (2.23) температурная функция $f = 2,17$, а приведенный коэффициент черноты системы термоприемник — термопатрон находится по уравнению (2.17). Полагая коэффициенты поглощения равными $A_1 = A_2 = 0,8$ (окисленные стальные поверхности) и принимая радиус термоприемника $R = 5 \cdot 10^{-3}$ м, имеем $\epsilon_{\text{пр}} = 0,7$, тогда по формуле (2.22) находим коэффициент теплоотдачи излучением $\alpha_{\text{л}} = 8,6$ Вт/(м²·К). Полный эквивалентный коэффициент теплоотдачи для воздушного зазора $\alpha_{\text{экв}} = \alpha_{\text{к}} + \alpha_{\text{л}} = 23,4 + 8,6 = 32$ Вт/(м²·К).

Расчет коэффициентов конвекции $\epsilon_{\text{к}}$, эквивалентных теплопроводностей $\lambda_{\text{экв}}$ и эквивалентных коэффициентов теплоотдачи $\alpha_{\text{экв}}$ при заполнении зазора трансформаторным маслом и ртутью проводится аналогично расчету для воздушного зазора без учета теплообмена излучением. Воспользовавшись значениями теплофизических параметров, получаем: для трансформаторного масла $\epsilon_{\text{к}} = 2,85$, $\lambda_{\text{экв}} = 0,295$ Вт/(м·К), $\alpha_{\text{экв}} = 147$ Вт/(м²·К); для ртути $\epsilon_{\text{к}} = 1,51$, $\lambda_{\text{экв}} = 13,5$ Вт/(м·К) и $\alpha_{\text{экв}} = 6750$ Вт/(м²·К).

Следовательно, при заполнении воздушного зазора трансформаторным маслом теплообмен улучшается в 4,7 раза, а ртутью — в 220 раз.

Однако улучшение теплообмена окажет существенно меньший эффект на нестационарные характеристики термоприемника, так как с течением времени разность температуры между термоприемником и термопатроном будет понижаться, а общая теплоемкость системы при заполнении ее жидкостью увеличится. Детальный расчет динамических свойств может быть выполнен на основе результатов, приведенных в последующих главах.

2.6. Теплообмен при вынужденной конвекции

Теплообмен при поперечном обтекании тел. Коэффициент теплоотдачи при поперечном обтекании тел зависит от физических свойств среды и скорости ее движения (числа Прандтля и Рейнольдса). В отличие от свободной конвекции здесь существенное влияние оказывает форма обтекаемого тела, его ориентация в потоке, характер движения жидкости. Для разных участков поверхности тела коэффициент теплоотдачи может изменяться в довольно широких пределах. В опытах определяется, как правило, среднее по поверхности значение коэффициента теплоотдачи, которое затем используется при проведении теплотехнических расчетов.

Для нахождения среднего коэффициента теплоотдачи поперечно обтекаемого горизонтального цилиндра могут быть взяты формулы, полученные в результате обработки опытных данных А. А. Жукаускаса [45]:

при ламинарном течении жидкости ($5 < Re_{ж} < 10^5$)

$$Nu_{ж} = 0,50 Re_{ж}^{0,6} Pr_{ж}^{0,38} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{н}} \right)^{0,25}; \quad (2.38)$$

при турбулентном течении ($10^5 < Re_{ж} < 2 \cdot 10^6$)

$$Nu_{ж} = 0,25 Re_{ж}^{0,6} Pr_{ж}^{0,38} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{н}} \right)^{0,25}, \quad (2.39)$$

Этим формулам можно придать следующий вид:

$$\alpha = B_1 \sqrt{\frac{v}{d}} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{н}} \right)^{0,25}; \quad \alpha = B_2 \frac{v^{0,6}}{d^{0,4}} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{н}} \right)^{0,25}, \quad (2.40)$$

где B_1 и B_2 — коэффициенты, соответственно измеряемые в $Вт \cdot м^{-2} \cdot с^{1/2} \cdot К^{-1}$ и $Вт \cdot м^{-2,2} \cdot с^{0,6} \cdot К^{-1}$. Значения коэффициентов

Таблица 2.4. Значения коэффициентов B_1 и B_2

Коэффициент	Температура потока $t_{ж}$, °C									
	—20	0	20	50	100	200	300	500	800	1000
Воздух (при нормальном давлении)										
B_1	2,73	2,87	2,87	2,87	2,87	2,87	2,85	2,83	2,66	2,62
B_2	4,22	4,42	4,34	4,28	4,17	3,97	3,85	3,60	3,25	3,10
Коэффициент	Температура потока $t_{ж}$, °C									
	0	10	20	40	60	80	100	120	150	
Вода (на линии насыщения)										
$B_1 \cdot 10^{-3}$	0,56	0,59	0,63	0,68	0,72	0,75	0,79	0,79	0,80	
$B_2 \cdot 10^{-3}$	1,05	1,15	1,24	1,41	1,55	1,66	1,74	1,81	1,88	

B_1 и B_2 для воды и воздуха в зависимости от температуры потока $t_{ж}$ приведены в табл. 2.4.

На коэффициент теплоотдачи оказывает влияние угол атаки (ориентации цилиндра в потоке). Если, однако, угол между направлением движения потока и осью цилиндра отклоняется от прямого не более чем на 20° , изменение коэффициента теплоотдачи невелико и его можно не учитывать.

Для поперечно обтекаемых тел различного сечения и формы (например, квадратные, шестигранные, трехгранные призмы; эллиптические сечения, шары) предложены эмпирические формулы. Обобщенная формула для теплоотдачи при обтекании шара, полученная В. Д. Кацнельсоном и Ф. А. Тимофеевой, имеет вид

$$Nu_{\text{ж}} = 2 + 0,03 Re_{\text{ж}}^{0,54} Pr_{\text{ж}}^{0,33} + 0,35 Re_{\text{ж}}^{0,58} Pr_{\text{ж}}^{0,356}. \quad (2.41)$$

Для расчета чисел подобия в формулах (2.38) — (2.41) определяющими величинами являются температура $t_{\text{ж}}$, скорость потока v и диаметр d цилиндра или шара. Влияние изменения теплофизических свойств жидкости в пограничном слое при изменении направления теплового потока учитывается отношением чисел Прандтля, вычисляемых при температурах жидкости $t_{\text{ж}}$ и поверхности тела $t_{\text{н}}$.

Пример 2.3. Для измерения температуры струн нагретого воздуха используется термopapa, электроды которой сварены встык и расположены перпендикулярно потоку газа. Диаметр «королька» (спая) термopapa в два раза больше диаметра термоэлектродов. Требуется определить разницу в коэффициентах теплоотдачи для электродов и спая, если скорость потока $v = 10$ м/с, температура струн $t_{\text{ж}} = 200^\circ\text{C}$. Диаметр термоэлектродов $d = 5 \cdot 10^{-4}$ м, а температура $t_{\text{н}} = 20^\circ\text{C}$.

По формуле (2.28) определяется значение числа Рейнольдса $Re_{\text{ж}} = 1,43 \cdot 10^3$. Режим обтекания ламинарный. Расчет коэффициента теплоотдачи должен проводиться по первой из формул (2.40).

Пользуясь данными табл. 2.4, находим

$$\alpha = 2,87 \sqrt{\frac{10}{5 \cdot 10^{-4}}} \left(\frac{0,680}{0,703} \right)^{0,25} = 400 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{K)}.$$

Для определения коэффициента теплоотдачи спая термopapa воспользуемся уравнением (2.41). Значение числа Рейнольдса для шара будет $Re_{\text{ж}} = 287$. Число Нуссельта $Nu_{\text{ж}} = 2 + 0,03 \cdot (287)^{0,54} \cdot 0,680^{0,33} + 0,35 \cdot (287)^{0,58} \cdot 0,680^{0,356} = 2 + 0,36 + 4,24 = 6,6$, откуда $\alpha = 6,6 \cdot 3,93 \cdot 10^{-9} / 1 \cdot 10^{-3} = 260 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{K)}$.

Следовательно, коэффициент теплоотдачи спая оказывается в полтора раза меньше, чем у термоэлектродов.

В некоторых случаях разница в теплообмене отдельных элементов измерителя может сильно влиять на его динамические характеристики, например, в миниатюрных полупроводниковых термометрах сопротивления, термоанемометрах и требует специального учета.

Теплообмен при движении жидкости в трубах и каналах. Средний коэффициент конвективной теплоотдачи между внутренней поверхностью трубы и протекающей через нее жидкостью при ла-

минарном течении ($Re_{ж} \leq 2 \cdot 10^3$) рекомендуется оценивать по формуле

$$Nu_{ж} = 0,15 Re_{ж}^{0,33} Pr_{ж}^{0,43} Gr_{ж}^{0,1} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{н}} \right)^{0,25}. \quad (2.42)$$

При развитом турбулентном режиме ($Re_{ж} > 10^4$) для расчета применяется следующее уравнение [45]:

$$Nu_{ж} = 0,021 Re_{ж}^{0,60} Pr_{ж}^{0,43} \left(\frac{Pr_{ж}}{Pr_{н}} \right)^{0,25}. \quad (2.43)$$

Для воздуха формулы (2.42) и (2.43) упрощаются и принимают вид

$$Nu_{ж} = 0,13 Re_{ж}^{0,33} Gr_{ж}^{0,1}; \quad (2.44)$$

$$Nu_{ж} = 0,018 Re_{ж}^{0,6}. \quad (2.45)$$

В приведенных выше уравнениях за определяющую температуру выбрана средняя по объему температура жидкости $t_{ж}$, за определяющую скорость — средняя скорость жидкости

$$v = \bar{G} / \gamma S,$$

где $\bar{G}$ — массовый расход жидкости, кг/с; γ — плотность жидкости, кг/м³; S — площадь поперечного сечения канала, м².

За определяющий размер принимается эквивалентный диаметр $d_{экв}$, равный учетверенной площади поперечного сечения канала, деленной на его полный «смоченный» периметр. Для круглых труб эквивалентный диаметр равен геометрическому.

Число Грасгофа в формулах (2.42) и (2.44) учитывает влияние свободной конвекции в канале. Уравнения (2.42) — (2.45) применимы к каналам, поперечное сечение которых имеет различную форму (круглую, кольцевую, щелевую и др.). Если отношение длины канала L к диаметру канала $d_{экв}$ меньше 50 (короткий канал), то коэффициент теплоотдачи увеличивается и полученное значение умножается на поправочный коэффициент, который указывается в работах [44, 45]. В области переходного режима ($2 \cdot 10^3 \leq Re_{ж} \leq 1 \cdot 10^4$) формулами (2.42) — (2.45) пользоваться нельзя.

Пример 2.4. Термоприемник измерителя температуры (малонерционная терморпара) с целью уменьшения влияния теплообмена излучением снабжен экранами, выполненными в виде двух коаксиальных полых цилиндров из фольги и расположенными вдоль потока. Диаметры цилиндров $d_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ м и $d_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м. Определить коэффициент теплоотдачи между потоком газа и внутренней поверхностью первого экрана и коэффициент теплоотдачи в кольцевом зазоре между экранами. Длина экранов $l = 5 \cdot 10^{-3}$ м. Температура воздушного потока $t_{ж} = 800$ °C, скорость $v = 10$ м/с. Температура экранов $t_{н} = 600$ °C. Расчет провести без учета влияния гидравлического сопротивления экранов на скорость потока.

По формуле (2.28) $Re_{ж} = 1,48 \cdot 10^3$ и по формуле (2.44) для внутреннего экрана $\alpha = 10,3$ Вт/(м²·K).

Поскольку найденное значение α получено из уравнения, справедливого при течении жидкости по длинным трубам, а в нашем случае $l/d = 2,5$, в результате расчета необходимо ввести поправку. По табл. 2.3 работы [44] поправочный коэффициент равен 1,6, следовательно, окончательное значение коэффициента теплоотдачи будет равно $16,5 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$.

При течении воздуха в кольцевом зазоре между экранами определяющий размер $d = d_2 - d_1 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$, $Re_{ж} = 0,74 \cdot 10^3$ и по уравнению (2.44) с учетом корректировки на длину канала (коэффициент равен 1,44) получаем $\alpha = 15,3 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$.

2.7. Сложный теплообмен и теплопередача

В реальных условиях перенос теплоты осуществляется одновременно теплопроводностью, конвекцией и тепловым излучением, поэтому при определении количества теплоты, отдаваемой телом в окружающую среду, в уравнение Ньютона (2.4) вводят суммарный коэффициент теплоотдачи

$$\alpha = \alpha_t + \alpha_k + \alpha_{\lambda}, \quad (2.46)$$

где α_t , α_k и α_{λ} — коэффициенты теплоотдачи теплопроводностью, конвекцией и излучением. Во многих случаях $\alpha_t \ll \alpha_k$. При сложном теплообмене расчет коэффициента α_t , как правило, не производится, так как его значение учитывается непосредственно в коэффициенте конвективной теплоотдачи, определяемой по эмпирическим формулам (см. § 2.5 и 2.6). Расчет коэффициента α_{λ} проводится по уравнениям (2.16) — (2.23).

Удельный тепловой поток q , проходящий от среды 1 с температурой t_1 через многослойную плоскую стенку в среду 2 с температурой t_2 , определяется по уравнению

$$q = k \Delta t = (t_1 - t_2) / R,$$

где k — коэффициент теплопередачи между средами 1 и 2, $\text{Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$; R — термическое сопротивление теплопередаче, $\text{м}^2 \cdot \text{К/Вт}$, между средами, определяемое по формуле

$$R = \frac{1}{k} = R_{\alpha_1} + R_{\text{ст}} + R_{\alpha_2} = \frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}, \quad (2.47)$$

здесь R_{α_1} и R_{α_2} — термическое сопротивление теплоотдаче между поверхностями стенки и средой 1 и 2 соответственно; $R_{\text{ст}}$ — термическое сопротивление стенки, состоящей из n слоев; δ_i и λ_i — толщина и теплопроводность i -го слоя.

Полный тепловой поток Q (в ваттах), проходящий через стенку неправильной формы, имеющую теплопроводность λ , среднюю толщину δ , внутреннюю поверхность S_1 и наружную поверхность S_2 , рассчитывается по формуле

$$Q = |\Delta t_{\text{ст}}| / R_{\lambda}, \quad (2.48)$$

где $|\Delta t_{\text{ст}}|$ — значение разности температур между поверхностями S_1 и S_2 .

Полное термическое сопротивление стенки R_λ оценивается по приближенной формуле

$$R_\lambda = \frac{\delta}{\lambda} \frac{S_1 + S_2}{2S_1 S_2} \approx \frac{V}{\lambda S_1 S_2} \quad \text{при} \quad \frac{1}{4} < \frac{S_1}{S_2} < 4, \quad (2.49)$$

где V — объем вещества стенки, ограниченный поверхностями S_1 и S_2 .

Если стенка разделяет две среды с температурами t_1 и t_2 , а коэффициенты теплоотдачи сред со стенкой соответственно равны α_1 и α_2 , то полный тепловой поток, передаваемый от среды 1 к среде 2 через стенку, рассчитывается по формуле (2.48), в которой величина $|\Delta t_{\text{от}}|$ заменяется полным перепадом температуры между средами $|\Delta t| = |t_1 - t_2|$, а тепловое сопротивление R_λ заменяется на полное сопротивление теплопередаче $R_{\text{полн}}$, К/Вт:

$$R_{\text{полн}} = \frac{1}{\alpha_1 S_1} + R_\lambda + \frac{1}{\alpha_2 S_2}. \quad (2.50)$$

Уточненные по сравнению с формулой (2.49) варианты расчета R_λ рассмотрены в работе [88].

ГЛАВА ТРЕТЬЯ

Нестационарные процессы теплопроводности

3.1. Общая схема теплообмена измерительного преобразователя температуры

Одна из основных задач, возникающих при измерении нестационарной температуры, состоит в выявлении и оценке погрешностей из-за температурного возмущения, которое вносит термодатчик. Эта задача может быть решена на основе изучения процесса теплообмена измерителя в целом и особенно исследования взаимодействия ИПТ с окружающей средой, анализа температурного поля в зоне расположения ИПТ до и после его установки, определения взаимосвязи между температурой среды, конструктивными и физическими особенностями ИПТ и температурой его чувствительного элемента.

Большое разнообразие в конструктивном оформлении многих измерителей температуры и сложность условий теплообмена делают оценку погрешностей весьма трудоемкой, тем более, что теплофизические свойства материалов и интенсивность теплообмена могут существенно изменяться с температурой. Определение погрешностей измерения температуры является, таким образом, частью

общей проблемы исследования теплообмена системы тел, находящейся в контакте с окружающими средами или телами.

Характерная особенность теоретического анализа погрешностей измерителей температуры состоит в необходимости получения решений при произвольном виде воздействия внешней среды. Из-за сложности явлений теплообмена обычно рассматривается влияние лишь одной группы источников погрешностей (например, влияние теплоотвода по оболочкам термоприемника, излучения, неравномерности распределения температуры по объему термоприемника и т. п.). Однако методы анализа открывают возможности получения эффективных приближенных решений задач теплопроводности, в том числе и исследования нестационарного теплообмена различных измерителей температуры с учетом одновременного влияния нескольких возмущающих факторов, важнейшие из которых перечислены в § 1.2.

Дадим более подробную характеристику каждому воздействию.

1. При правильно подобранном ИПТ и благоприятных условиях его монтажа главным тепловым воздействием будет воздействие среды, температуру которой необходимо измерить. Воздействие контролируемой среды (жидкой или газообразной, спокойной или движущейся) будем в дальнейшем называть основным (измерительным, или полезным) воздействием. Для его аналитического исследования необходимо знать закон теплообмена между средой и термоприемником. Чаще всего ограничиваются предположением, что удельный тепловой поток через единицу поверхности прямо пропорционален разности температуры поверхности термоприемника и окружающей среды. Коэффициент пропорциональности α , называемый коэффициентом теплоотдачи, учитывает передачу теплоты путем теплопроводности, конвекции и излучения. Приемы его определения и расчета были указаны в гл. 2.

Распределение температуры в среде, окружающей ИПТ, за пределами пограничного слоя обычно принимают равномерным. Теплоемкость ИПТ, как правило, незначительна по сравнению с полной теплоемкостью контролируемой среды (исключение составляют случаи измерения, когда объем среды соизмерим с объемом термоприемника). Поэтому можно считать, что влияние среды на режим термоприемника является определяющим, а обратное его воздействие на температуру среды пренебрежимо мало. Следовательно, закономерности теплообмена между термоприемником и средой можно задавать в виде так называемых граничных условий третьего рода (см. гл. 2).

2. Погруженный в исследуемую среду ИПТ «видит» удаленные от него предметы. Если температура последних отличается от температуры ИПТ и среды, между ними происходит теплообмен излучением. При теоретическом анализе возникают серьезные затруднения, так как процессы теплообмена излучением, особенно в поглощающих средах, не поддаются простому математическому опи-

санию. Однако для приближенной оценки можно ввести понятие коэффициента теплоотдачи излучением $\alpha_{\text{из}}$ и с некоторыми оговорками принять, что интенсивность теплообмена пропорциональна разности температуры между ИПТ и излучающей или поглощающей поверхностью тела. Примерами таких тел могут быть стенки резервуара или канала, где находится или по которому протекает газ, различного рода экраны, ограничивающие попадание потоков излучения на ИПТ. Следовательно, в первом приближении аналитическая форма задания этой группы воздействий не отличается от задания основного (измерительного) воздействия.

К этой же группе можно условно отнести воздействия, вызванные теплообменом отдельных участков ИПТ со средами, температура и коэффициенты теплоотдачи которых отличаются от температуры и коэффициентов теплоотдачи основной среды. Например, ИПТ измеряет температуру нагретой жидкости в трубопроводе, а часть его, выступающая из трубопровода, находится в теплообмене с воздухом комнатной температуры.

3. В сложном ИПТ отдельные его части имеют температуру, отличающуюся от температуры чувствительного элемента, вырабатывающего измерительный импульс. В результате этого будет происходить передача теплоты путем теплопроводности между отдельными элементами ИПТ и возникают так называемые «ошибки теплоотвода». Передача теплоты учитывается в процессе совместного решения уравнений теплопроводности всей системы в целом. Однако для упрощения решения задачи обычно допустимо задание закона изменения температуры тех частей ИПТ, влияние которых на чувствительный элемент необходимо учесть. Например, при измерении температуры газа, проходящего по каналу, возникает погрешность из-за передачи теплоты вдоль ИПТ, если его основание закреплено в стенке канала. Погрешность теплоотвода можно оценить, зная закон изменения температуры основания термоприемника и стенки канала.

При более строгом учете взаимодействия между отдельными частями системы приходится применять весь комплекс граничных условий (условия первого, второго, третьего и четвертого рода).

4. ИПТ может находиться в зоне действия источников теплоты, имеющих более высокую температуру (например, факел пламени, лампы накаливания, излучение Солнца или электрические нагреватели и т. п.). Если ИПТ находится в струе газа, движущегося с высокой скоростью, то вследствие полного или частичного торможения газового потока кинетическая энергия его частиц будет переходить в теплоту, что приводит к дополнительному, так называемому газодинамическому нагреву.

Влияние этой группы воздействий формально можно определять, задавая закон изменения тепловых потоков через отдельные участки поверхности термоприемника, если конкретная расшиф-

ровка природы потоков затруднительна или не является обязательной на данном этапе решения задачи теплообмена.

5. Внутри ИПТ могут действовать источники или стоки теплоты, например, при пропускании измерительного тока в металлических и полупроводниковых термометрах сопротивления, нагревательного тока в электрических термоанемометрах или применении принудительного охлаждения чувствительного элемента. Оценка погрешностей от этой группы воздействий должна проводиться в результате решения уравнений теплопроводности с учетом действия дополнительных внутренних источников или стоков теплоты, расположенных в отдельных частях системы.

Полный анализ погрешностей измерения требует совместного решения уравнений теплообмена термоприемника с окружающими его средами и телами. Такая задача в общей постановке является весьма сложной и часто практически неразрешимой. Задача становится более простой, если принять, что теплофизические свойства ИПТ и коэффициенты теплового переноса со средами и окружающими телами в процессе измерения не зависят от температуры.

При таком допущении задача формально сводится к решению линейных уравнений теплопроводности для ИПТ при заданных внешних и внутренних тепловых воздействиях. Для воздействий первой и второй групп используется закон теплообмена Ньютона (граничные условия третьего рода), для воздействий третьей группы предполагается известным ход изменения во времени температуры отдельных частей ИПТ (граничные условия первого рода). Воздействия четвертой и пятой групп характеризуются заданием законов изменения во времени тепловых потоков, поступающих через отдельные участки поверхности ИПТ, и мощности внутренних источников теплоты. Предлагаемая схема деления тепловых воздействий является в известной мере условной.

В зависимости от степени изученности процесса взаимодействия ИПТ источники погрешностей одной физической природы могут быть отнесены к разным группам. Например, влияние теплового излучения может быть задано в форме закона Ньютона, если удастся рассчитать коэффициент теплоотдачи излучением между ИПТ и источником излучения (вторая группа). В противном случае можно ограничиться заданием теплового потока от излучателя, относя действие последнего к пятой группе воздействий.

3.2. Математические модели и характеристики теплообмена термопреобразователей

Математические модели теплообмена ИПТ с объектами исследования необходимы для оценки методических погрешностей измерения температуры и установления нормируемых метрологических характеристик ИПТ. Детализация и информативность моделей могут быть существенно различными и в значительной мере

определяться требованиями к точности проводимых измерений. По степени уменьшения полноты информационных возможностей математические модели можно расположить в такой последовательности:

1. Дифференциальное уравнение теплообмена или система дифференциальных уравнений в частных производных, отражающих передачу теплоты в объекте и ИПТ при учете всех существенно влияющих тепловых воздействий.

2. Обыкновенное дифференциальное уравнение или их система, получаемые редукцией (заменой) предыдущих уравнений или формулируемые независимо.

3. Решения уравнений при характерных закономерностях изменения тепловых воздействий от времени.

4. Параметры (несколько или один из важнейших), входящие в предыдущие модели, знание структуры и численного значения которых позволяет установить тенденцию изменения или допускаемые значения методических погрешностей ИПТ.

В целях упрощения формулировки задачи и последующего ее решения уравнения теплообмена часто линеаризуют. Если эта операция выполнена, то дальнейший анализ удобно проводить, используя передаточные функции ИПТ. Число таких передаточных функций соответствует числу независимых тепловых воздействий (основного и возмущающих), определяющих процесс теплообмена между ИПТ и объектом.

Взаимосвязь измеренных, зависящих в общем случае от времени τ значений температуры $t_s(\tau)$ чувствительного элемента, действительных значений температуры $t(\tau)$ и значений других тепловых факторов $f_i(\tau)$, где $i = 1, 2, \dots, n$ (n — число факторов), выражается соотношением вида

$$T_s(s) = Y_t(s) T(s) + \sum_{i=1}^n Y_i(s) F_i(s) + F_{\text{нач}}(s), \quad (3.1)$$

где $T(s)$ и $T_s(s)$ — изображения (по Лапласу) действительной $t(\tau)$ и измеренной $t_s(\tau)$ температуры объекта; $F_i(s)$ — изображение i -го теплового воздействия $f_i(\tau)$; $Y_t(s)$ и $Y_i(s)$ — передаточные функции ИПТ по отношению к воздействию температуры исследуемого объекта и другим тепловым воздействиям; s — параметр преобразования Лапласа [10, 88]. (В руководствах по автоматическому управлению для обозначения параметра преобразования Лапласа и передаточных функций часто применяют символы p и $W(p)$ — см., например, работу [7].)

Слагаемое $F_{\text{нач}}(s)$ учитывает влияние начальных условий теплообмена (начального распределения температуры в ИПТ и объекте); его роль с течением времени τ постепенно уменьшается и становится пренебрежимо малой.

Во избежание недоразумений в дальнейшем не следует путать изображения воздействий $T(s)$, $T_s(s)$ и им подобные со значениями

температуры $t(\tau)$, $t_s(\tau)$ в абсолютной шкале, обозначаемыми $T(\tau)$, $T_s(\tau)$ или просто T и T_s .

Уравнение (3.1) получается на основе преобразования по Лапласу и решения исходных дифференциальных уравнений теплообмена (см. пп. 1 и 2 классификации математических моделей). Сигналы на входе — основное информативное воздействие температуры объекта $t(\tau)$ и помехи (воздействия $f_1(\tau)$, $f_2(\tau)$, ..., $f_n(\tau)$), приложены к различным точкам ИПТ (рис. 3.1), т. е. преобразуются его разными передаточными функциями $Y_i(s)$, $Y_i(s)$, где $i = 1, 2, \dots, n$. Сигнал на выходе ИПТ — температура чувствитель-

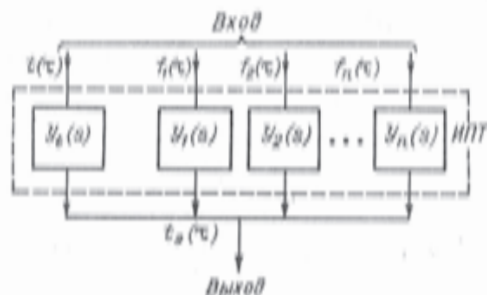


Рис. 3.1. Схема воздействий

ного элемента $t_s(\tau)$ — формируется как сумма всех преобразованных выходных сигналов.

Каждая из передаточных функций однозначно определяет преобразование соответствующего входного сигнала в составляющую результирующего сигнала на выходе. Таким образом, достаточно полное выявление методических погрешностей достигается введением совокупности нескольких передаточных функций, отражающих влияние каждого из воздействий.

Взаимодействие ИПТ с объектом удается характеризовать с помощью одной (основной) передаточной функции $Y_i(s)$ только в том случае, если влияние помехосоздающих факторов оказывается пренебрежимо малым по сравнению с основным тепловым воздействием объекта $t(\tau)$.

Структуры передаточных функций и их параметры находятся в результате решения исходных уравнений теплообмена. Если процессы теплообмена стационарны, то передаточные функции Y преобразуются в передаточные коэффициенты y , определяющие значения стационарных (статических) составляющих результирующего сигнала на выходе ИПТ. При нестационарном характере теплообмена каждая из составляющих может быть представлена в виде статической и динамической частей.

Сигналы на входе ИПТ могут определяться в виде детерминированных или случайных функционально задаваемых воздействий,

поэтому по мере прохождения этих воздействий через элементы ИПТ в выходном его сигнале можно выделить детерминированную и случайную составляющие (рис. 3.2).

С помощью уравнения (3.1) можно получить и другие характеристики, в явной форме определяющие реакцию ИПТ на некоторые воздействия специального вида:

1. Уравнение переходного процесса $t_{э,пер}(\tau)$, определяющее изменение температуры чувствительного элемента ИПТ при ступенчатом воздействии основного $t(\tau)$ и помехосоздающих $f_i(\tau)$ факторов.

2. Уравнение импульсной переходной характеристики $t_{э,имп}(\tau)$, когда воздействия на входе ИПТ, т. е. $t(\tau)$ и $f_i(\tau)$, задаются в виде единичной импульсной функции, или δ -функции Дирака.



Рис. 3.2. Составляющие методической погрешности на выходе ИПТ

3. Уравнения частотных передаточных функций $Y_t(i\omega)$ и $Y_f(i\omega)$, определяющих реакцию ИПТ на гармоническое воздействие заданной циклической частоты ω , по которым затем находят выражения амплитудной $A(\omega)$ и фазовой $\varphi(\omega)$ частотных характеристик.

Функции $t_{э,пер}(\tau)$ и $t_{э,имп}(\tau)$ называют также соответственно переходной функцией и функцией веса. Наряду с введенными ранее передаточными функциями $Y_t(s)$ и $Y_f(s)$, функции $t_{э,пер}(\tau)$, $t_{э,имп}(\tau)$, $Y_t(i\omega)$ и $Y_f(i\omega)$ относятся к категории полных характеристик, определяющих динамику теплообмена ИПТ.

В стационарных условиях теплообмена из уравнения (3.1) можно найти статическую характеристику ИПТ:

$$t_{э,ст} = y_t t + \sum_{i=1}^n y_i f_i \quad (3.2)$$

определяющую сигнал на выходе ИПТ (температуру его чувствительного элемента) в зависимости от входных стационарных воздействий t и f_i , где y_t и y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) — передаточные ко-

коэффициенты уравнения (3.2), получаемые из передаточных функций $Y_t(s)$ и $Y_l(s)$ соответственно:

$$y_t = \lim_{s \rightarrow 0} Y_t(s), \quad y_l = \lim_{s \rightarrow 0} Y_l(s). \quad (3.3)$$

С учетом (3.3) выражение для статической погрешности ИПТ согласно (1.6) можно записать в виде

$$\Delta t_{ст} = t_s - t = (y_t - 1)t + \sum_{i=1}^n y_l f_i. \quad (3.4)$$

При $\Delta t_{ст} = 0$ статическая характеристика ИПТ (3.2) переходит в его номинальную (градуировочную) статическую характеристику.

При решении частных задач, например, для оценки длительности установления показаний при измерении стационарной температуры, оценки качества переходного процесса или сравнения различных ИПТ по их тепловой инерционности можно использовать отдельные параметры передаточных функций или их комбинаторику. Для конкретных типов ИПТ или установок для измерения температуры эти характеристики (полные или частные) могут быть нормированы (см. ГОСТ 8.256—77).

Из-за большого разнообразия условий и требований к точности измерения температуры дать четкие критерии и рекомендации по выбору того или иного вида математической модели ИПТ в общем случае не представляется возможным. Относительная простота модели, т. е. простота структуры характеристик ИПТ для оценки методических погрешностей, является одним из главных требований. Вместе с тем модель должна быть достаточно информативной и отражать наиболее существенные черты взаимодействия ИПТ с объектом, т. е. должно соблюдаться разумное оптимальное соотношение между строгостью задания модели ИПТ и формой представления расчетных решений.

Необходимо отметить, что уравнения теплообмена ИПТ выводятся при неизбежной идеализации процесса теплообмена и содержат коэффициенты, значения которых задаются с относительно высокой погрешностью (5—20 % и более). Поэтому приемы введения расчетных поправок в результаты измерения оказываются эффективными в тех случаях, когда методические погрешности сравнительно невелики. Если оценка выявляет большие значения методических погрешностей, то уточнение таких экспериментальных данных путем введения расчетных поправок оказывается мало надежным. Требуется переход на новый тип ИПТ или использование иных методов измерения. Практическую оценку погрешностей целесообразно вести последовательно, начиная с элементарных оценок, а затем, переходя к учету влияющих факторов, по моделям теплообмена ИПТ более высокого ранга.

3.3. Регулярный режим теплообмена при нагреве (охлаждении) системы тел

Обзор литературы показывает, что даже в предположении независимости теплофизических свойств и коэффициентов теплоотдачи от температуры решение задач теплообмена сопряжено со значительными трудностями. Как правило, решения приводятся для тел и систем тел простой формы, а число тепловых воздействий ограничено [8, 25, 40]. Наиболее детально изучены закономерности простого охлаждения или нагревания тел или систем тел в среде газа или жидкости с постоянной температурой.

Пусть в некоторый начальный момент времени $\tau = 0$ распределение температуры в теле или системе тел, передача теплоты внутри которых подчиняется закону Фурье, характеризуется функцией $t_0(x, y, z)$, где x, y, z — координаты выбранной точки внутри системы. Тело помещается в среду, температура t_c которой задана и постоянна во времени. Известны также значения коэффициентов теплоотдачи α системы со средой для всех участков наружной поверхности системы.

При выполнении условий:

$$t_c = \text{const}; \quad \alpha = \text{const} \quad (3.5)$$

общее решение задачи при нагреве или охлаждении тел формально может быть построено в виде ряда

$$t(x, y, z, \tau) - t_c = \sum_{i=1}^{\infty} A_i U_i(x, y, z) e^{-m_i^2 \tau}, \quad (3.6)$$

где $t(x, y, z, \tau)$ — значение температуры в выбранной точке системы с координатами x, y, z в момент времени τ ; $U_i(x, y, z)$ — некоторые функции, зависящие от теплофизических свойств, коэффициентов теплоотдачи и формы тела (собственные функции задачи); A_i — коэффициенты, значения которых определяются начальным распределением температуры внутри системы; m_i — положительные коэффициенты, расположенные в порядке их возрастания и зависящие от теплофизических свойств, коэффициентов теплоотдачи и формы тела (собственные числа задачи), т. е.

$$0 < m_1 < m_2 < \dots < m_i < \dots \quad (3.7)$$

Теоретический анализ частных задач и экспериментальное изучение простого нагрева или охлаждения тел показывают, что во многих случаях по прошествии некоторого времени после начала теплообмена закономерности изменения температуры существенно упрощаются и наступает регулярный режим первого рода (нагревания или охлаждения). Систематическое исследование и теоретическая разработка основ регулярного режима выполнены Г. М. Кондратьевым [29].

Отличительной особенностью регулярного режима является то, что разность между температурой $t(x, y, z, \tau)$ любой точки внутри тела и температурой t_c окружающей среды изменяется по простому экспоненциальному закону:

$$t(x, y, z, \tau) - t_c = AUe^{-m\tau}. \quad (3.8)$$

Это означает, что в регулярном режиме теплообмена влияние всех последующих членов ряда (3.6) становится пренебрежимо малым по сравнению с первым членом ($l = 1$), начиная с некоторого момента времени (индекс 1 при A, U и m в уравнении (3.8) для простоты опущен).

Из выражения (3.8) следует, что в регулярном режиме теплообмена, если таковой действительно наступил, логарифм разности температур $t(x, y, z, \tau) - t_c$ изменяется с течением времени τ по линейному закону, причем скорость изменения логарифма, равная m , одинакова для всех точек тела

$$\ln |t(x, y, z, \tau) - t_c| = -m\tau + \ln |AU(x, y, z)|. \quad (3.9)$$

Показатель степени m в выражении (3.8), равный

$$m = - \left| \frac{\partial \theta}{\partial \tau} \right| / \theta = - \frac{\partial \ln |\theta|}{\partial \tau}, \quad (3.10)$$

характеризует быстроту регулярного охлаждения (или нагревания) тела в целом, независимо от скоростей изменения температуры отдельных точек

Рис. 3.3. Изменение температуры при нагреве тела: а — действительная температура; б — кривые нагрева в полупрологическом масштабе; в — скорость изменения логарифма избыточной температуры
1 — температура среды; 2, 3, 4 — графики изменения $t, \ln \theta$ и $-\partial \ln \theta / \partial \tau$ для трех точек тела

и называется темпом регулярного режима (нагревания или охлаждения) тела [29].

В выражении (3.10) через θ обозначена разность, часто называемая избыточной температурой тела над средой:

$$\theta(x, y, z, \tau) = t(x, y, z, \tau) - t_c. \quad (3.11)$$

При охлаждении $\theta \geq 0$, при нагревании $\theta \leq 0$. Избыточная

температура $\Phi(x, y, z, \tau)$ при логарифмировании ее выражается в относительных единицах, например в долях первоначальной разности $\Phi(x, y, z, 0) = t(x, y, z, 0) - t_c$ или непосредственно в кельвинах. Характеристики процесса нагрева тела, определяемые уравнениями (3.8) — (3.10), показаны на рис. 3.3.

Из основного уравнения (3.8) следует, что поле избыточной температуры $\Phi(x, y, z, \tau)$ в стадии регулярного режима остается при изменении времени подобным самому себе, т. е. является автомодельным во времени. Как следствие этого логарифм изменения во времени разности температуры t_1 и t_2 двух точек тела с координатами x_1, y_1, z_1 и x_2, y_2, z_2 изменяется по линейному закону:

$$\ln|t_2 - t_1| = -m\tau + \ln|A[U(x_1, y_1, z_1) - U(x_2, y_2, z_2)]|. \quad (3.12)$$

Отношение избыточных температур не зависит от времени:

$$\frac{\Phi(x_1, y_1, z_1, \tau)}{\Phi(x_2, y_2, z_2, \tau)} = \frac{U(x_1, y_1, z_1)}{U(x_2, y_2, z_2)}.$$

Закономерности регулярного режима теплообмена при нагреве или охлаждении широко используются для определения теплофизических свойств материалов, исследования коэффициентов теплоотдачи тел со средой, изучения нестационарных режимов приборов и тепловых агрегатов [16, 29, 30, 72, 79].

3.4. Показатель и характеристические кривые тепловой инерции

Особенность изменения температуры в регулярном режиме теплообмена, функционально выражающаяся в виде уравнения (3.8), позволяет дать некоторую общую характеристику оценки быстроты реакции тела или системы на воздействие окружающей среды. Такой величиной является темп регулярного режима m , который сохраняет одно и то же значение в стадии регулярного охлаждения (нагревания) для всех точек системы. Как видно из уравнения (3.8), чем больше m , тем быстрее происходит процесс изменения температуры, тем меньшей тепловой инерцией обладает система. Наряду с величиной m , для оценки инерционности часто применяется обратная ему величина, имеющая размерность времени и называемая постоянной или показателем инерции:

$$\epsilon = 1/m. \quad (3.13)$$

Основой для определения темпа m (или показателя тепловой инерции ϵ) являются выражения (3.9) и (3.10). Чтобы определить m , необходимо найти из опыта изменение температуры $\Phi(x, y, z, \tau)$ для какой-либо точки 1 или 2 системы в процессе ее нагревания или охлаждения, по полученным данным необходимо построить в полул로그арифмическом масштабе кривые $\Phi = f(\tau)$ (рис. 3.4).

В соответствии с уравнением (3.9) тангенс угла наклона β прямолинейного участка кривой к оси времени в стадии регулярного режима будет численно равен темпу m , а котангенс того же угла — показателю инерции ϵ . Методика экспериментального определения m и ϵ подробно изложена в работах [29, 30].

Теоретические исследования показывают, что темп m или обратная ему величина ϵ зависят от многих факторов. К ним относятся форма и размеры тела (системы тел), теплофизические свойства, плотность, а также коэффициент теплоотдачи, характеризующий интенсивность воздействия внешней среды на тело и, в свою очередь, зависящий от большого числа параметров.

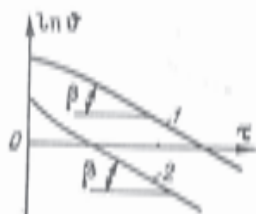


Рис. 3.4. Изменение температуры тела при нагреве или охлаждении

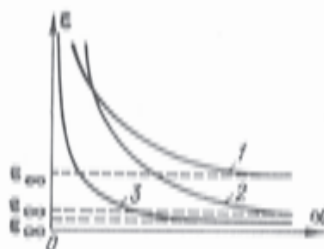


Рис. 3.5. Характеристические кривые тепловой инерции 1, 2 и 3 — характеристические кривые для трех разных тел или систем

Пусть система, состоящая из n тел, передача теплоты внутри которых подчиняется закону Фурье, помещена в среду с постоянной температурой t_c . Коэффициент теплоотдачи со средой α сохраняет неизменное значение для всей поверхности и не зависит от времени. Введя избыточные средние температуры $\theta_g = t_c - t_g$ и $\theta_v = t_c - t_v$ и приняв в уравнении (2.9) $\dot{W}_n(\tau) = 0$, получим

$$d\theta_v/d\tau + m\theta_v = 0, \quad (3.14)$$

в котором

$$m = m_0 \Psi_1; \quad \Psi_1 = (t_c - t_g)/(t_c - t_v), \quad (3.15)$$

где m_0 определяется по формуле (2.9).

На основе выражения (3.10) коэффициент m , входящий в уравнение (3.14), есть не что иное, как темп регулярного режима системы и может быть определен из уравнений (3.15).

Для показателя тепловой инерции системы имеем

$$\epsilon = \frac{1}{m} = \frac{C}{\alpha S} \frac{1}{\Psi_1} = \frac{1}{m_0 \Psi_1}. \quad (3.16)$$

Введенный Г. М. Кондратьевым критерий Ψ_1 является численной характеристикой того, насколько неравномерно распределение температуры в теле, и в общем случае сложным образом зависит от

геометрических и физических особенностей системы и условий ее теплообмена со средой. Если распределение температуры в системе равномерное, то $\Phi_s = \Phi_v$, $\Psi_1 = 1$ и уравнение теплообмена (3.14) принимает наипростейший вид. При интенсификации процесса теплообмена $\Phi_s \rightarrow 0$ и $\Psi_1 \rightarrow 0$. В стадии регулярного режима величина Ψ_1 остается неизменной, если выполняются условия (3.5).

На основе теории регулярного теплового режима было введено понятие характеристических кривых тепловой инерции. Кривая тепловой инерции выражает зависимость показателя тепловой инерции e от коэффициента теплоотдачи α и является общей характеристикой связи между интенсивностью охлаждения или нагревания системы в целом и воздействием внешней среды [29, 30]. Каждое тело имеет свои геометрические и физические особенности, поэтому характеристические кривые $e = f(\alpha)$ или $m = f(\alpha)$ для разных систем различны. Все они по виду напоминают гиперболы, у которых одной из асимптот служит координатная ось e , а второй асимптотой — прямая $e = e_{\infty}$, где e_{∞} — минимальное значение показателя тепловой инерции при $\alpha = \infty$ (рис. 3.5). Следовательно, даже для одной и той же системы, например термометрика, показатель инерции изменяется в широких пределах.

Начиная с некоторых значений коэффициента теплоотдачи, влияние внешних условий будет сказываться все меньше и меньше. Скорость передачи теплоты будет определяться внутренними свойствами системы, и дальнейшее уменьшение ее инерционности становится возможным лишь при изменении размеров, формы и внутренней структуры системы.

Для однородных изотропных тел предельное значение темпа m_{∞} и показателя инерции e_{∞} связано, как это следует из теоремы Кондратьева [29], с коэффициентом температуропроводности тела a следующим соотношением:

$$m_{\infty} = 1/e_{\infty} = a/K_1, \quad (3.17)$$

где коэффициент пропорциональности K_1 , имеющий размерность площади, называют коэффициентом формы тела при его простом нагревании или охлаждении (регулярный режим первого рода). Значения коэффициентов K_1 для некоторых тел простой формы приведены в первом издании книги [87].

Кривая $e = f(\alpha)$ характеризует только то тело, для которого она построена, поэтому были сделаны попытки придать этим частным зависимостям более общую форму [30].

Разделим левую и правую части уравнения (3.17) на максимальное возможное значение темпа m_{∞} и обозначим:

$$M_1 = \frac{m}{m_{\infty}} = \frac{e_{\infty}}{e}; \quad H_1 = \frac{m_0}{m_{\infty}} = \frac{\alpha S}{C} e_{\infty}, \quad (3.18)$$

тогда выражение (3.16) примет вид

$$M_1 = \Psi_1(H_1) H_1. \quad (3.19)$$

По предложению Г. М. Кондратьева и Г. Н. Дульнева величина M_1 названа обобщенным критерием термической инерции тела, а величина H_1 — обобщенным критерием Био. Для однородного изотропного тела критерий H_1 может быть на основе соотношения (3.18) записан в виде

$$H_1 = \frac{\alpha}{\lambda} \frac{K_1 S}{V} = \frac{\alpha}{\lambda} L_1, \quad (3.20)$$

где V и S — объем и поверхность; λ — теплопроводность материала тела; K_1 — коэффициент формы тела в регулярном режиме первого рода; произведение $K_1 S/V$, имеющее размерность длины, называется обобщенным определяющим размером тела L_1 в регулярном режиме первого рода.

Для определения аналитического вида зависимости $\Psi_1(H_1)$ задачу анализа регулярного охлаждения (нагрева) однородного изотропного тела в жидкой или газообразной среде с постоянной температурой можно представить как решение соответствующего интегрального уравнения с последующим определением собственных чисел через следы ядра интегрального уравнения. Исследование регулярного охлаждения простейших тел (неограниченный цилиндр, неограниченная пластина и шар) позволило получить приближенные выражения для функции $\Psi_1(H_1)$ этих тел [87]:

$$\Psi_1 = \frac{M_1}{H_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + NH_1 + H_1^2}}, \quad (3.21)$$

где коэффициент N принимает для пластины, цилиндра и шара соответственно значения 1,633; 1,414 и 1,265.

Поскольку осредненная кривая обобщенной зависимости (3.19) располагается между кривыми, соответствующими пластине и шару, для ее определения может быть предложено выражение (3.21) со значением $N = 1,437$, являющимся средним арифметическим, или $N = 1,445$, являющимся средним квадратичным из значений N трех простейших тел. Максимальные отклонения осредненной кривой Ψ_1 от крайних кривых для пластины и шара наблюдаются в интервале значений $0,5 \leq H_1 \leq 2$ и не превышают 3 % [87]. За пределами этого интервала расхождение кривых уменьшается и стремится к нулю при $H_1 \rightarrow 0$ и $H_1 \rightarrow \infty$. При значениях $H_1 \leq 0,3$ для оценки Ψ_1 с погрешностью не более 3 % можно пользоваться уравнением

$$\Psi_1 = 1 - 0,72H_1, \quad (3.22)$$

Рассчитанная по уравнению (3.21) таблица значений Ψ_1 и M_1 при $N = 1,437$ приведена в работе [30].

Обобщенная зависимость (3.21), полученная при анализе регулярного режима тел простой формы, проверялась в дальнейшем как расчетным путем, так и экспериментально. Уравнение (3.21)

является, таким образом, уравнением обобщенной характеристической кривой тепловой инерции для большой группы однородных изотропных тел.

Критерии теплообмена (3.18) и уравнение (3.19) сохраняют свое значение при анализе регулярного режима систем тел. Однако для системы тел единую обобщенную зависимость между критерием неравномерности поля температур Ψ_1 и критерием H_1 найти не удалось [87].

3.5. Динамические характеристики термопреобразователей

Рассмотренные в § 3.3 и 3.4 закономерности простого охлаждения (нагрева) тел и его регулярной стадии позволяют получить лишь сравнительные характеристики тепловой инерции ИПТ, к которым относятся темп регулярного режима, показатель и характеристическая кривая тепловой инерции. Взаимосвязь между измеренной температурой, действительной температурой и другими тепловыми воздействиями может быть установлена лишь при детальном анализе теплообмена и получении более полной системы динамических характеристик — см. § 3.2 и рис. 3.1.

Линеаризация уравнений, описывающих процессы преобразования входных сигналов в ИПТ, или исходная предпосылка о возможности представления ИПТ как линейного преобразующего устройства позволяют анализировать взаимосвязи воздействий с помощью передаточных функций на основе соотношения (3.1). Число и структура передаточных функций зависят от типа применяемого ИПТ и строгости описания процесса его теплообмена [3, 8, 9, 87].

Динамика теплообмена однородных (а также некоторых составных) термоприемников достаточно полно определяется четырьмя передаточными функциями, анализируемыми в гл. 5. Для составных (многоэлементных) термоприемников число передаточных функций может быть большим.

В практике температурных измерений принимают меры, чтобы влияние возмущающих воздействий $f_i(\tau)$ (излучение, теплоотвод, внутренний нагрев) свести к минимуму, а значение составляющих выходного сигнала от этих воздействий стабилизировать, т. е. сделать независимым или слабозависимым от времени. При этих условиях и для моментов времени, далеких от начального, т. е. при $\tau \rightarrow \infty$, результирующее влияние источников помех (рис. 3.1) может учитываться в виде квазистационарного слагаемого:

$$T_{\text{вн}}(s) = \sum_{i=1}^n Y_i(s) F_i(s);$$

$$t_{\text{вн}}(\tau) \approx \sum_{i=1}^n y_i f_i(\tau).$$
(3.23)

Используя формулы (3.23), получаем два эквивалентных соотношения:

$$\left. \begin{aligned} T_s(s) - T_{вл}(s) &= Y_t(s) T(s); \\ t_s(\tau) &= t_{вл}(\tau) + L^{-1}\{Y_t(s) T(s)\} \text{ при } \tau \rightarrow \infty, \end{aligned} \right\} \quad (3.24)$$

в которых главной динамической характеристикой будет передаточная функция $Y_t(s)$, устанавливающая взаимосвязь измеренной $t_s(\tau)$ и действительной $t(\tau)$ температуры (L^{-1} — символ операции обратного преобразования Лапласа).

Функция $t_{вл}(\tau)$ может рассматриваться как известная составляющая сигнала на выходе, обусловленная совместным влиянием помехосоздающих входных сигналов. Значение $t_{вл}(\tau)$ определяется по заданным или предполагаемым значениям $\dot{t}(\tau)$ и передаточным коэффициентам y_i , которые находятся из предельного перехода (3.3) по ранее найденным передаточным функциям $Y_i(s)$.

Главная передаточная функция $Y_t(s)$ в конечном итоге определяет остальные важнейшие динамические характеристики ИПТ: переходную и частотные характеристики и другие виды реакций ИПТ на воздействие входного сигнала $t(\tau)$.

Если процесс в какой-либо динамической линейной системе (тепловой, электрической или механической) описывается обыкновенным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами или системой обыкновенных дифференциальных уравнений, то передаточная функция $Y_t(s)$ является дробно-рациональной функцией параметра s :

$$Y_t(s) = \frac{\Phi(s)}{G(s)} = y_l \frac{1 + b_1 s + \dots + b_{m-1} s^{m-1} + b_m s^m}{1 + a_1 s + \dots + a_{n-1} s^{n-1} + a_n s^n}, \quad (3.25)$$

При этом степень m полинома числителя $\Phi(s)$ не превышает степени n полинома знаменателя $G(s)$, а все коэффициенты полиномов $\Phi(s)$ и $G(s)$ в передаточной функции $Y_t(s)$ вещественны, а $y_l = Y_t(0)$ в соответствии с формулой (3.3).

Для систем, процессы в которых описываются линейными дифференциальными уравнениями в частных производных (именно к таким относятся процессы нестационарного теплообмена во многих тепловых системах), передаточные функции выражаются более сложным образом. Формально передаточная функция $Y_t(x, y, z, s)$ также может быть представлена в виде отношения

$$Y_t(x, y, z, s) = \frac{T_s(x, y, z, s)}{T(s)} = \frac{\Phi(x, y, z, s)}{G(s)}, \quad (3.26)$$

где Φ и G — трансцендентные функции параметра s или ряды, составленные из этих функций. Каждое из выражений Φ и G является

некоторой функцией формы и размеров тела, теплофизических свойств материала и коэффициентов теплоотдачи со средой, а выражение Φ в числителе передаточной функции зависит также от координат x, y, z .

В зависимости от постановки задачи входным воздействием для тепловой системы, взамен рассмотренной выше температуры окружающей среды $t(\tau)$, может быть температура поверхности тела $t_s(\tau)$ или тепловой поток $q(\tau)$, поступающий через поверхность системы. Выходной (искомой) величиной могут быть температура $t(x, y, z, \tau)$ или значения тепловых потоков $q(x, y, z, \tau)$ внутри тела.

При нахождении передаточных функций возможны и применяются на практике два подхода: аналитический (структурный) и расчетно-экспериментальный. В первом задается исходная структура ИПТ и выводятся уравнения теплообмена, решения которых определяют вид передаточных функций (3.26), из которых могут быть найдены передаточные функции разных порядков приближения вида (3.25) и соответственно определены приближенные уравнения взаимосвязи измеренной температуры и воздействий.

Сложные технические термодатчики, состоящие из разнородных конструктивных элементов с различными физическими свойствами, представляют собой систему тел, температурное поле которой неравномерно. Чтобы математический анализ теплообмена не был чрезмерно громоздким, а исследование методических погрешностей не превратилось в самоцель, далекую от реальных измерений температуры, сложный термодатчик заменяют двумя или несколькими элементами, а затем формулируют приближенные уравнения теплообмена и решают их. Различные модели составных термодатчиков, применяемых для измерения температуры текучих сред, обобщенно представлены в работах [5, 12, 32, 38, 74, 93].

При исходной разбивке составного ИПТ на n элементов, каждый из которых обладает собственными значениями теплоемкости и температуры, обобщенная передаточная функция любого из элементов может быть записана в виде (3.25).

Одним из возможных путей упрощения задачи является замена передаточной функции $Y_i(s)$, полностью характеризующей особенность теплообмена рассматриваемой тепловой системы, приближенным выражением. Оно должно быть простым по форме, допускать обратный переход к оригиналу в основном с помощью уже имеющихся таблиц операционных соответствий и учитывать наиболее существенные свойства исходной передаточной функции.

Для некоторых часто встречающихся на практике тепловых систем, к которым относятся и некоторые конструкции термодатчиков, их передаточные функции (3.26) удастся представить в виде отношения двух степенных рядов, если функции $\Phi(s)$ и $G(s)$ не имеют особых точек и допускают разложение в ряды:

$$Y_t(s) = \frac{\Phi(s)}{G(s)} = y_t \frac{1 + \sum_{k=1}^{\infty} b_k s^k}{1 + \sum_{l=1}^{\infty} a_l s^l} = y_t \frac{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots}, \quad (3.27)$$

где b_k и a_l — коэффициенты разложения числителя и знаменателя. Если разложение функции $\Phi(s)$ и $G(s)$ ограничить несколькими членами, тогда вместо точного выражения $Y_t(s)$ получим приближенное выражение вида (3.25), являющееся отношением двух степенных полиномов, т. е. обычной дробно-рациональной функцией параметра s .

Приближенное уравнение (3.25) тем точнее отражает особенности исходной функции $Y_t(s)$, чем больше членов удерживается в числителе и знаменателе разложения (3.27). Замена точного выражения передаточной функции приближенным вида (3.25) будет наиболее ощутима при расчете температуры в начальные моменты времени, когда сказывается влияние начальных условий, и становится малозаметной с ростом времени t . Это следует, в частности, из теоремы Абеля—Таубера, устанавливающей соответствие между оригиналом функции и ее изображением [14, 40]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s). \quad (3.28)$$

Однако такой вывод является качественным и применим в основном для режимов, когда тепловое воздействие имеет монотонный непериодический характер.

Для представления передаточной функции степенными рядами необходимо специальное математическое обоснование. Физические соображения и анализ частных задач теплообмена показывают, что такое представление допустимо для многих тел и систем тел, если коэффициенты разложения $\Phi(s)$ и $G(s)$ по абсолютной величине по крайней мере не являются возрастающими по модулю и обеспечивают быструю и равномерную сходимость рядов. Для тел сложных очертаний, имеющих резкие изломы, выступы или вогнутости, для систем, составленных из тел с резко отличающимися теплофизическими свойствами, коэффициенты разложения функций $\Phi(s)$ и $G(s)$ могут существенно отличаться друг от друга по модулю. Поэтому оценка точности при отбрасывании высших членов разложения значительно осложняется. При решении конкретных задач теплообмена и получении приближенных выражений передаточных функций эти особенности необходимо учитывать. В некоторых случаях при оценке приближения оказываются весьма полезными качественные физические представления о ходе исследуемого процесса.

Если ИПТ взаимодействует только с окружающей средой, а помехи $f_{вд}(t)$ отсутствуют, то в соответствии с формулой (3.24)

и используя для $Y_t(s)$ выражение (3.25), можно получить дифференциальное уравнение взаимосвязи измеренной $t_s(\tau)$ и действительной $t(\tau)$ температуры:

$$a_n \frac{d^n t_s}{d\tau^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} t_s}{d\tau^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dt_s}{d\tau} + t_s = \\ = y_t \left[b_m \frac{d^m t}{d\tau^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} t}{d\tau^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dt}{d\tau} + t \right], \quad (3.29)$$

которое является обыкновенным дифференциальным уравнением n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Расчетно-экспериментальный подход к нахождению динамических характеристик основывается на возможности «навязывания» изучаемому ИПТ заранее выбранных передаточных функций (3.25), или уравнения (3.29), или соотношений других видов. При таком подходе структура и значения коэффициентов уравнений (3.25) и (3.29) для конкретного ИПТ неизвестны и подлежат экспериментальному определению путем подачи на вход термоприемника сигнала заданной формы и записи выходного сигнала с последующим его анализом. В практике исследования ИПТ наиболее часто на вход подают скачкообразное воздействие, а найденную кривую изменения температуры $t_{s,пер}(\tau)$, т. е. переходную характеристику ИПТ, обрабатывают графически или с помощью ЭВМ [10, 22, 27, 30, 38, 43, 80, 87, 93].

При экспериментальном исследовании нестационарного теплообмена сложных термоприемников вид получаемой передаточной функции и значения ее коэффициентов для одного и того же ИПТ могут быть разными при различных внешних условиях теплообмена.

Из-за инструментальных погрешностей, погрешностей обработки кривых переходного процесса, а также неустойчивости условий конвективно-лучистого теплообмена передаточная функция ИПТ при ее экспериментальном определении обычно не содержит более трех-четырёх коэффициентов.

3.6. Переходный процесс. Частотные характеристики системы тел

Преобразованную температуру $T_s(x, y, z, s)$ для выбранной точки тела можно находить по уравнению (3.26), зная выражение передаточной функции $Y_t(s)$ исследуемого тела и закон изменения преобразованной температуры среды $T(s)$. Реальное значение температуры тела $t_s(x, y, z, \tau)$ находится в результате обратного преобразования по обычным правилам операционного исчисления. При изучении динамических свойств исследуемой системы применяют различные виды входных воздействий. Наиболее характерным из них является задание входного сигнала в виде ступенчатой

функции, когда до момента $\tau = 0$ воздействие на входе системы равно нулю, а затем мгновенно принимает постоянное значение, которое и поддерживается неограниченно долго (функция единичного скачка). Процесс изменения выходной величины при таком специальном виде воздействия называется переходным, а функция, определяющая изменение во времени величины на выходе системы, называется переходной функцией системы (см. § 3.2). Это означает, что тело, первоначально имевшее нулевую температуру, переносится в среду с некоторой постоянной температурой t_0 , отличной от начальной температуры тела. С момента времени $\tau = 0$ начинается процесс теплообмена и в зависимости от соотношения между начальной температурой и температурой среды тело будет нагреваться или охлаждаться. Следовательно, переходной функцией $t_{\text{в,пер}}(x, y, z, \tau)$ является функция изменения температуры для выбранной точки тела в процессе его разогрева или охлаждения в среде с постоянной температурой.

Наряду с переходными процессами большое значение имеет изучение реакции систем на другие виды воздействий, в частности, особый интерес при исследовании колебательных процессов приобретает воздействие, заданное в виде периодической функции времени, когда температура среды $t(\tau)$, например, изменяется по простому гармоническому закону следующего вида:

$$t(\tau) = t_0 + a_t \cos \omega \tau \quad (3.30)$$

или

$$t(\tau) = t_0 + a_t \sin \omega \tau, \quad (3.31)$$

где a_t — амплитуда колебаний температуры среды около среднего значения t_0 ; ω — циклическая (угловая) частота изменения температуры.

Пусть рассматриваемая система является линейной, т. е. процесс взаимодействия характеризуется линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами (обыкновенными или в частных производных) и линейными граничными условиями. Тогда можно показать, что с течением времени величина на выходе системы будет изменяться около среднего значения с той же частотой. Колебания выходной величины будут сдвинуты по фазе относительно колебаний величины на входе. Для случая теплообмена тела со средой это означает, что с течением времени температура тела будет колебаться около среднего значения t_0 с частотой ω . Амплитуда колебаний a_s и сдвиг по фазе φ_s относительно колебаний температуры среды $t(\tau)$ будут различными для разных точек тела.

Амплитуду a_s и фазовый сдвиг φ_s для линейных систем можно определить, зная передаточную функцию системы $Y_t(s)$ путем замены в ней параметра s на $i\omega$ (i — мнимая единица, ω — угловая частота колебаний). При этом отношение A_s амплитуд на выходе

a_s и входе a_t системы равно модулю (абсолютному значению), а фазовый сдвиг φ_s между выходной и входной величинами определяется как аргумент передаточной функции:

$$A_s(\omega) = a_s/a_t = \text{mod } Y_t(i\omega) = |Y_t(i\omega)|; \quad (3.32)$$

$$\varphi_s(\omega) = \arg Y_t(i\omega). \quad (3.33)$$

Выражения $A_s(\omega)$ и $\varphi_s(\omega)$, определяющие относительную амплитуду и фазовый сдвиг колебаний в зависимости от частоты ω , называются амплитудной и фазовой частотными характеристиками системы. Комплексная функция $Y_t(i\omega)$, получаемая из передаточной функции при замене s на $i\omega$, называется амплитудно-фазовой частотной характеристикой системы.

Переход от решения (3.26) к реальным значениям температуры $t_s(x, y, z, \tau)$ при произвольной непрерывно изменяющейся температуре среды $t(\tau)$ возможен на основе теоремы о свертке двух функций [40]:

$$t_s(x, y, z, \tau) = \int_0^\tau y_t(x, y, z, \eta) t(\tau - \eta) d\eta, \quad (3.34)$$

где $y_t(x, y, z, \tau)$ — оригинал передаточной функции $Y_t(x, y, z, s)$ для температуры тела; η — переменная, по которой проводится интегрирование. Если известно выражение для переходной функции системы $t_{s, \text{пер}}(x, y, z, \tau)$, то

$$\begin{aligned} t_s(x, y, z, \tau) &= \frac{\partial}{\partial \tau} \int_0^\tau t_{s, \text{пер}}(x, y, z, \eta) t(\tau - \eta) d\eta = \\ &= \int_0^\tau t_{s, \text{пер}}(x, y, z, \eta) t'_\tau(\tau - \eta) d\eta, \end{aligned} \quad (3.35)$$

где t'_τ — производная функции изменения температуры среды по времени τ .

Уравнение (3.35), связывающее значение выходной функции системы $t_{s, \text{пер}}(x, y, z, \tau)$ в переходном процессе со значением функции $t_s(x, y, z, \tau)$ при произвольном виде внешнего воздействия $t(\tau)$, часто называют интегралом Дюамеля. В выражении (3.35) предполагается, что функция $t(\tau)$ должна быть кусочно-непрерывной вместе со своей первой производной [14, 40].

3.7. Первое и второе приближения

Вывод приближенных уравнений передаточных функций покажем на примере функции (3.25).

Если в числителе и знаменателе формулы (3.25) отбросить все степенные слагаемые, то

$$Y_t(s) = y_t. \quad (3.36)$$

Такое приближение является, очевидно, весьма грубым, так как при подстановке выражения (3.36) в уравнение (3.26) получаем,

что $T_s(x, y, z, s) = y_l T(s)$, т. е. в любой момент времени температура тела $t_s(x, y, z, \tau)$ равна температуре среды $t(\tau)$, если $y_l = 1$. Практически это наблюдается только при наступлении теплового равновесия между телом и средой, поэтому приближение (3.36) малоинтересно.

Отбросим в разложении (3.25) или (3.27) все слагаемые, кроме $a_1 s$, тогда передаточная функция принимает следующий вид:

$$Y_l(s) = y_l / (1 + a_1 s). \quad (3.37)$$

Уравнение (3.37) при $t_s(0) = 0$ переходит в обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка:

$$a_1 dt_s(\tau)/d\tau + t_s(\tau) = y_l t(\tau). \quad (3.38)$$

Это первое приближение хотя и является приемлемым при анализе тепловой инерционности и определении динамических свойств различных тел, в частности ИПТ, все же имеет ограниченную область применения и должно быть специально обосновано. Замена точных уравнений теплообмена тела со средой приближенными уравнениями (3.37) и (3.38) означает принятие допущения о равномерности распределения температуры по объему тела и определении инерционности единственным параметром — коэффициентом a_1 независимо от выбора точки внутри тела. Второе приближенное выражение для передаточной функции получится, если в числителе формулы (3.27) удержат один ($k = 1$), а в знаменателе два ($l = 1; 2$) члена:

$$Y_l(s) = y_l \frac{1 + b_1 s}{1 + a_1 s + a_2 s^2}. \quad (3.39)$$

Дифференциальное уравнение (3.29) примет вид

$$a_2 \frac{d^2 t_s}{d\tau^2} + a_1 \frac{dt_s}{d\tau} + t_s = y_l \left(b_1 \frac{dt}{d\tau} + t \right). \quad (3.40)$$

Коэффициенты a_1 , a_2 и b_1 определяются в процессе разложения точного значения передаточной функции по степеням параметра s .

Выражение (3.39) можно представить в виде

$$Y_l(s) = y_l \frac{1 + b_1 s}{(1 + e_1 s)(1 + e_2 s)}, \quad (3.41)$$

где коэффициенты e_1 и e_2 определяются по формуле

$$e_{1,2} = (a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2})/2. \quad (3.42)$$

Найдем уравнения переходного процесса, когда температура среды $t(\tau)$ мгновенно изменяется от нуля до значения t_0 и затем поддерживается постоянной. Так как

$$T(s) = t_0/s, \quad (3.43)$$

то в первом приближении, подставляя в уравнение (3.26) выражения (3.37) и (3.43) и переходя к оригиналу, получаем

$$\frac{t_{э.пер}(x, y, z, \tau)}{t_0} = y_l \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau}{a_1}\right) \right], \quad (3.44)$$

Во втором приближении на основе выражений (3.26), (3.41) и (3.43) имеем

$$\frac{t_{э.пер}(x, y, z, \tau)}{t_0} = y_l \left[1 - B_1 \exp\left(-\frac{\tau}{e_1}\right) + B_2 \exp\left(-\frac{\tau}{e_2}\right) \right], \quad (3.45)$$

где

$$B_1 = (b_1 - e_1)/(e_2 - e_1), \quad B_2 = (b_1 - e_2)/(e_2 - e_1). \quad (3.46)$$

Амплитудная и фазовая частотные характеристики для температуры тела в соответствии с уравнениями (3.32) и (3.33) в первом приближении будут:

$$A_s(\omega) = \frac{a_s}{a_l} = \frac{y_l}{\sqrt{1 + a_1^2 \omega^2}}, \quad \varphi_s(\omega) = -\arctg a_1 \omega. \quad (3.47)$$

Во втором приближении из уравнения (3.39) получаем следующие характеристики:

а) амплитудно-частотную

$$A_s(\omega) = y_l \sqrt{\frac{1 + b_1^2 \omega^2}{(1 + e_1^2 \omega^2)(1 + e_2^2 \omega^2)}} = y_l \sqrt{\frac{1 + b_1^2 \omega^2}{(1 - a_2^2 \omega^2)^2 + a_1^2 \omega^2}}; \quad (3.48)$$

б) фазочастотную

$$\begin{aligned} \varphi_s(\omega) &= \arctg \left(\omega \frac{b_1 - a_1 - a_2 b_1 \omega^2}{1 + (a_1 b_1 - a_2) \omega^2} \right) = \\ &= \arctg b_1 \omega - \arctg \frac{a_1 \omega}{1 - a_2 \omega^2}. \end{aligned} \quad (3.49)$$

Представление передаточных функций в виде уравнений (3.37), (3.39) или (3.41) для многих технических задач обеспечивает достаточную точность, которая при необходимости может быть увеличена в результате сохранения дополнительных членов в выражениях $\Phi(s)$ и $G(s)$ формулы (3.27). Сравнивая решения, полученные на основе уравнений (3.37) и (3.39), можно определить границы применимости более простого представления $Y_l(s)$ в виде формулы (3.37) и дифференциального уравнения (3.38).

В выражениях (3.39) и (3.40) входят три коэффициента b_1 , a_1 и a_2 или b_1 , e_1 и e_2 , которые более точно учитывают специфику теп-

лообмена тела по сравнению с первым приближением, где имеется только коэффициент a_1 .

Значения коэффициентов для однородных тел простой формы (пластина, цилиндр и шар), полученных разложением точных значений передаточных функций, даны в § 3.8.

Помимо предложенных выше приближенных соотношений используются иные виды аппроксимации передаточных функций (3.27) и уравнений (3.29), которые будут использоваться далее. Более подробные сведения представлены в работах [12, 69, 85, 88].

3.8. Нестационарная теплопроводность однородных изотропных тел

Некоторые ИПТ, точнее их термочувствительные элементы, могут приближенно рассматриваться как однородные или квази-однородные объекты различной формы с заданными действительными или эффективными значениями их теплофизических параметров. Принимая процесс теплообмена таких объектов линейным, а поле температуры $t(r, \tau)$ зависящим от одной пространственной координаты r и времени τ , установим взаимосвязь этой температуры с тепловыми воздействиями в соответствии с общим уравнением (3.1).

Пусть однородное тело, имеющее объем V и поверхность S , находится в теплообмене с внешней средой $t_e(\tau)$, имеет внутри равномерно распределенные по объему источники теплоты $w(\tau)$ и подвергается воздействию внешнего теплового потока с плотностью на единицу поверхности $q(\tau)$.

Из условия экстремума температуры в центральной области тела и теплопередачи на поверхности по закону Ньютона следует:

$$\left. \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \left[\lambda \frac{\partial t(r, \tau)}{\partial r} + \alpha t(r, \tau) \right] \Big|_{r=L} = q(\tau) + \alpha t_e(\tau), \quad (3.50)$$

где α — коэффициент теплоотдачи; λ — теплопроводность; L — определяющий размер тела; $t_e(\tau)$ — температура окружающей среды.

В начальный момент времени распределение температуры в теле равномерное, т. е.

$$t(r, \tau)|_{\tau=0} = t_n. \quad (3.51)$$

Применим к (2.7), (3.50) и (3.51) интегральное преобразование Лапласа

$$F(s) = \int_0^{\infty} e^{-s\tau} f(\tau) d\tau, \quad (3.52)$$

где $f(\tau)$ — исходная функция (оригинал); $F(s)$ — изображение (преобразованная функция, трансформанта) функции $f(\tau)$; s — параметр преобразования Лапласа.

После выполнения необходимых операций, описание которых дано в работах [85, 88], и согласуясь с формулой (3.1), общее решение задачи в изображениях может быть представлено в следующей форме:

$$T(\rho, s) = Y(\rho, s) Z(s) + \frac{1}{s} \left[\frac{1}{c\gamma} W(s) + t_n \right]. \quad (3.53)$$

В решении (3.53) имеем $T(\rho, s)$ и $W(s)$ — изображения температуры тела $t(\rho, \tau)$ и источников теплоты $w(\tau)$ соответственно; $\rho = r/L$ — относительная (безразмерная) координата; c и γ — удельная теплоемкость и плотность тела;

$$Z(s) = T_c(s) + \frac{1}{\alpha} Q(s) = \frac{1}{s} \left[\frac{1}{c\gamma} W(s) + t_n \right], \quad (3.54)$$

где $T_c(s)$ и $Q(s)$ — лапласовские изображения $t_c(\tau)$ и $q(\tau)$.

Функция $Z(s)$ и ее оригинал

$$z(\tau) = t_c(\tau) + \frac{1}{\alpha} q(\tau) = \frac{1}{c\gamma} \int_0^\tau w(\tau) d\tau + t_n \quad (3.55)$$

в совокупности описывают влияние тепловых воздействий $t_c(\tau)$, $q(\tau)$, $w(\tau)$ и t_n , преобразуемых в температуру тела через передаточную функцию $Y(\rho, s)$:

$$Y(\rho, s) = \frac{Bi(\beta\rho)^{-\nu} I_\nu(\beta\rho)}{\beta^{-\nu} [Bi I_\nu(\beta) + \beta I_{\nu+1}(\beta)]}, \quad (3.56)$$

где

$$\beta = \sqrt{s/a} L; \quad Bi = \alpha L/\lambda; \quad (3.57)$$

$I_\nu(\beta)$, $I_{\nu+1}(\beta)$ и $I_\nu(\beta\rho)$ — модифицированные функции Бесселя с произвольным вещественным индексом ν , a — коэффициент теплопроводности тела.

Передаточная функция $Y(\rho, s)$ определяется только собственными параметрами объекта (размеры, форма, теплофизические свойства, коэффициент теплоотдачи, координата) и не зависит от изменения режимных факторов (воздействие $Z(s)$) и их значений.

Индекс ν бесселевых функций связан с фактором формы тела n простым соотношением

$$\nu = (n-1)/2. \quad (3.58)$$

Для тел канонической формы (шар, неограниченные цилиндр и пластина) $\nu = 1/2; 0; -1/2$, что соответствует фактору формы этих тел $n = 2; 1; 0$. Определяющий размер L канонических тел соответственно равен радиусу R шара или цилиндра и полутолщине пластины. Различные варианты выбора L и n для сплошных тел различной формы даны в работе [88] и приводимых в ней ссылках.

Формальный переход от решения (3.53) к действительным значениям температуры $t(\rho, \tau)$ при непрерывно изменяющихся тепловых воздействиях $z(\tau)$, $w(\tau)$ может быть выполнен на основе (3.35) теоремы о свертке функций:

$$t(\rho, \tau) = \int_0^\tau y(\rho, \eta) z(\tau - \eta) d\eta + \frac{1}{c\gamma} \int_0^\tau w(\eta) d\eta + t_n, \quad (3.59)$$

где $y(\rho, \tau) = L^{-1} [Y(\rho, s)]$ — оригинал передаточной функции $Y(\rho, s)$; L^{-1} — операция обратного преобразования Лапласа; η — переменная, по которой производится интегрирование.

Используя терминологию теории линейных динамических систем (см. § 3.2), функцию $y(\rho, \tau)$ можно назвать импульсной переходной функцией по отношению к специальному виду воздействия $z(\tau)$, задаваемого как единичная импульсная функция или δ -функция Дирака.

Объект (однородное тело) преобразует режимные воздействия и начальное значение температуры t_n в температуру $t(\rho, \tau)$. Поскольку функция $t(\rho, \tau)$ определяет поле температуры в теле, то сигналов на выходе из объекта бесконечное множество. Такими качествами обладают любые динамические системы, если происходящие в них процессы описываются дифференциальными уравнениями в частных производных. Объекты (системы) такого рода являются объектами с распределенными параметрами в отличие от объектов с сосредоточенными параметрами, нестационарный теплообмен которых описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями различного порядка.

В зависимости от расположения чувствительного элемента в центральной области тела ($\rho = 0$) на его поверхности ($\rho = 1$) или по всему объему тела передаточная функция (3.56) принимает значения $Y_n(s)$, $Y_s(s)$ или $Y_v(s)$ и будет соответственно определять изображения температуры в центре $T_n(s)$, на поверхности $T_s(s)$ или среднюю по объему $T_v(s)$. Эти частные значения функций $Y(\rho, s)$ приведены в работах [85, 88], а соответствующие характерные температуры могут быть найдены из уравнений (3.53) и (3.59).

Для приближенных расчетов и оценок функцию (3.56) можно представить в виде (3.27). Коэффициенты разложения передаточной функции (3.27) находят по формулам:

$$a_k = \frac{\Gamma(v+1)}{2^{2k+1} \Gamma(k) \Gamma(k+v+1)} \frac{1 + \frac{1}{2k} \text{Bi}}{\text{Bi}} \left(\frac{L^3}{a} \right)^k, \\ (k=1, 2, 3, \dots); \quad (3.60)$$

$$b_l = \frac{\Gamma(v+1)}{2^{2l} l \Gamma(l) \Gamma(l+v+1)} \left(\frac{L^3 \rho^3}{a} \right)^l, \\ (l=1, 2, 3, \dots), \quad (3.61)$$

в которых Γ — гамма-функция от соответствующего вещественного аргумента. Первые коэффициенты приближенных передаточных функций (3.37), (3.39) и уравнений связи (3.38), (3.40), в которых для нашего объекта нужно принять $y_l = 1$, приведены в работе [88].

Переходный процесс. Пусть до некоторого момента времени $\tau = 0$ тепловые воздействия $t_e(\tau)$, $q(\tau)$, $\omega(\tau)$ отсутствовали, а при $\tau = 0$ мгновенно изменили свои значения до некоторых постоянных величин $t_{e, \text{ст}}$, $q_{\text{ст}}$ и $\omega_{\text{ст}}$. С течением времени температура $t(\rho, \tau)$ различных точек тела будет изменяться от начального t_n до соответствующего стационарного значения $t_{\text{ст}}(\rho)$. Строгое обратное преобразование выражения (3.53) приводит к следующему уравнению переходного процесса:

$$t_{\text{ст}}(\rho) - t(\rho, \tau) = \rho^{-v} \sum_{k=1}^{\infty} \left(t_{e, \text{ст}} + \frac{1}{\alpha} q_{\text{ст}} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\mu_k^2} \frac{L^3}{\lambda} \omega_{\text{ст}} - t_n \right) A_k J_v(\mu_k \rho) \exp(-m_k \tau), \quad (3.62)$$

в котором

$$A_k = \frac{2 \text{Bi}}{[\text{Bi}(\text{Bi} - 2v) + \mu_k^2] J_v(\mu_k)}; \quad m_k = \frac{a \mu_k^2}{L^3}. \quad (3.63)$$

Значения собственных чисел μ_k являются решениями (корнями) трансцендентного уравнения

$$\text{Bi} J_v(\mu) = \mu J_{v+1}(\mu), \quad (3.64)$$

где J_v и J_{v+1} — функции Бесселя порядка v и $v+1$, а поле температуры в стационарном состоянии (при $\tau \rightarrow \infty$) находится по формуле

$$t_{\text{ст}}(\rho) = t_{e, \text{ст}} + \frac{1}{\alpha} q_{\text{ст}} + \frac{1}{(n+1) \text{Bi}} \times \\ \times \left[1 + \frac{1}{2} \text{Bi} (1 - \rho^2) \right] \frac{L^3}{\lambda} \omega_{\text{ст}}. \quad (3.65)$$

Для значений индекса $v = -0,5; 0; 0,5$ выражения (3.62), (3.65) определяют точные решения, характеризующие распре-

ление температуры в переходном и стационарном режиме в телах канонической формы (неограниченные пластина и цилиндр, шар).

Регулярный режим. Начиная с некоторого момента времени $\tau_{\text{рег}}$ из всех слагаемых ряда (3.62) преобладающее влияние приобретает первый член ряда, определяющий упорядоченную стадию переходного процесса, которую по сравнению с (3.8) можно назвать обобщенным регулярным режимом первого рода, когда объект одновременно подвергается воздействию нескольких тепловых факторов: $t_{\text{с.ст.}}$, $q_{\text{с.ст.}}$ и $w_{\text{с.ст.}}$. В отличие от (3.8) и (3.11) отсчет «набыточной температуры» тела $\theta(\rho, \tau)$ проводится от стационарного значения $t_{\text{с.ст.}}(\rho)$ в соответствующей точке тела.

Темп теплообмена (температурный режим) находится по формуле

$$m = m_1 = \alpha \mu_1^2 / 2, \quad (3.66)$$

где μ_1 — первый корень уравнения (3.64).

По аналогии с (3.15) и используя соотношения (3.62) и (3.65), можно ввести критерий неравномерности поля температуры

$$\Psi_1 = \frac{t_{\text{с.ст.}} - t_{\text{с}}(\tau)}{t_{\text{в.ст.}} - t_{\text{в}}(\tau)} = \frac{\mu_1^2}{2(n+1) \text{Bi}} = \frac{\mu_1^2}{(n+1) \text{Bi}}, \quad (3.67)$$

где n — ранее введенный по соотношению (3.58) фактор формы тела [70, 88].

Максимально возможный темп регулярного режима m_{∞} (и минимальное значение показателя тепловой инерции e_{∞}) при $\alpha \rightarrow \infty$ находится по формуле

$$m_{\infty} = 1/e_{\infty} = \alpha \mu_{1\infty}^2 / L^2, \quad (3.68)$$

Для расчета μ_1^2 и $\mu_{1\infty}^2$ можно предложить следующие приближенные соотношения:

$$\mu_1^2 = \frac{(1+n) \sqrt{2(3+n)} \text{Bi}}{\sqrt{\text{Bi}^3 + 4\text{Bi} + 2(3+n)}}; \quad (3.69)$$

$$\mu_{1\infty}^2 = (1+n) \sqrt{2(3+n)} \quad (3.70)$$

или с большей точностью —

$$\mu_{1\infty}^2 = (2,47 + 0,40n)(n+1).$$

Подстановка соотношения (3.69) в (3.67) позволяет найти критерий неравномерности поля температуры в однородных телах:

$$\Psi_1 = \left(1 + \frac{2}{3+n} \text{Bi} + \frac{1}{2(3+n)} \text{Bi}^3 \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (3.71)$$

обобщающий ранее предложенное выражение (3.21).

С учетом соотношений (3.69) и (3.70) введенное на основе (3.18) число H_1 определится по формуле

$$H_1 = m_0/m_\infty = Bi/\sqrt{2(3+n)}, \quad (3.72)$$

а темп теплообмена m_0 при $\alpha \rightarrow 0$ запишется в виде

$$m_0 = \alpha S / (c\gamma V) = (n+1)(\alpha Bi/L^3). \quad (3.73)$$

Стационарный режим. Используя уравнение (3.65), для практических расчетов можно получить соотношения между центральной t_u , среднеповерхностной t_s и среднееобъемной t_v температурой в стационарном режиме:

$$\Psi_{ст} = \frac{t_s - t_e - \frac{1}{\alpha} q}{t_v - t_e - \frac{1}{\alpha} q} = \frac{1}{1 + H_2}; \quad (3.74)$$

$$H_2 = \frac{Bi}{n+3} = \frac{\alpha L}{\lambda(n+3)}; \quad (3.75)$$

$$\frac{t_s - t_e - \frac{1}{\alpha} q}{t_u - t_e - \frac{1}{\alpha} q} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} Bi}; \quad (3.76)$$

$$(t_v - t_s)/(t_u - t_s) = 2/n + 3. \quad (3.77)$$

Уравнения (3.74), (3.75) обобщают ранее полученную критерияльную зависимость $\Psi_s(H_2)$ при действии на поверхности тела источников теплоты [87]. Выражение (3.77) показывает, что отношение среднееобъемной и центральной избыточной температуры, отсчитываемой от температуры поверхности тела, не зависит от источников теплоты q , ω и определяется только геометрическими особенностями тела — его фактором формы n .

Разности между температурой t_u , t_v и t_s в стационарном режиме при $0 < Bi < \infty$ оцениваются по формулам:

$$t_u - t_s = \frac{1}{2(n+1)} \frac{L^3}{\lambda} \omega = \frac{LV}{2\lambda S} \omega; \quad (3.78)$$

$$t_v - t_s = \frac{1}{(n+1)(n+3)} \frac{L^3}{\lambda} \omega. \quad (3.79)$$

Более полный анализ стационарного и переходного процессов, иные варианты аппроксимации передаточных функций для сплошных тел рассмотрены в работах [69, 88].

Регулярная и критическая поверхности. Последовательность вступления в регулярный режим теплообмена оказывается различной для разных точек тела. Значения координат $\rho_{рег}$ тех точек (поверхностей), для которых регулярный режим наступает

быстрее остальных, принято называть регулярными [48]. Используя приближенную запись передаточной функции (3.56) в виде

$$Y(p, s) = \frac{1}{1 + es} \exp(-\tau_0 s), \quad (3.80)$$

где e и τ_0 — коэффициенты аппроксимации, и сравнивая с точным значением показателя тепловой инерции $e_T = 1/m_1$, можно определить значение координаты $\rho_{\text{рег}}$ [69]. Расчеты при $\omega = 0$ приводят к следующим уравнениям:

$$\left. \begin{aligned} \rho_{\text{рег}} &\approx \left[\frac{(1+n)^2}{(3+n)(5+n)} \right]^{1/4} \text{ при } Bi \rightarrow 0; \\ \rho_{\text{рег}} &\approx \left[1 - \frac{2(3+n)}{(2,47 + 0,40n)^2} \right]^{1/4} \text{ при } Bi = \infty. \end{aligned} \right\} \quad (3.81)$$

Результаты расчета по формулам (3.81) согласуются с данными Б. Н. Олейника [48].

Под критической поверхностью в переходном процессе теплообмена понимается такая поверхность внутри тела, изменение температуры точек которой во времени подчиняется простому экспоненциальному закону. Приближенное аналитическое выражение для координаты $\rho_{\text{кр}}$, полученное на основе аппроксимации $Y(p, s)$ выражением вида (3.80), приводит к следующему уравнению [69]:

$$\rho_{\text{кр}} = \left[2 \frac{3+n}{5+n} \frac{1}{Bi} \left(1 + \frac{1}{2} Bi - \sqrt{1 + \frac{4Bi}{(3+n)^2} + \frac{Bi^2}{(3+n)^2}} \right) \right]^{1/2}, \quad (3.82)$$

из которого в предельных случаях теплообмена

$$\rho_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{1+n}{3+n}} \text{ при } Bi \rightarrow 0; \quad \rho_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{1+n}{5+n}} \text{ при } Bi = \infty. \quad (3.83)$$

Расчеты по формулам (3.82), (3.83) согласуются с данными А. Д. Пинчевского, впервые предложившего понятие критической поверхности [54, 55].

Координата ρ_V точки (поверхности) внутри тела, температура $t(\rho_V, \tau)$ которой соответствует значению среднеобъемной температуры $t_V(\tau)$, в общем случае зависит от вида режимных воздействий $t_c(\tau)$, $q(\tau)$ и $\omega(\tau)$ — см. (3.53) и (3.54). Для стационарного режима теплообмена, используя решение (3.65), находим

$$\rho_V = \sqrt{(n+1)/(n+3)}. \quad (3.84)$$

Этим же выражением можно пользоваться для оценки ρ_V в регулярной стадии теплообмена.

Отметим, что в уравнениях (3.67) — (3.84), как и ранее, число n является фактором формы тела [88].

3.9. Показатели тепловой инерции тел при разных видах воздействий

Регулярный режим второго рода. Наряду с простым нагревом и охлаждением тел в среде с постоянной температурой, практический интерес имеет изучение особенностей теплообмена в условиях переменной температуры среды, в частности при изменении ее по прямолинейному закону:

$$t_e(\tau) = t_0 + b\tau, \quad (3.85)$$

где t_0 — начальное значение температуры среды; b — скорость изменения температуры среды, К/с.

Предположим, как это было раньше, что передача теплоты внутри рассматриваемой системы подчиняется закону Фурье, а теплофизические свойства тел и коэффициенты теплоотдачи во внешнюю среду не зависят от температуры и времени. Тогда по прошествии достаточного времени от начального момента теплообмена на режим тела (или системы тел) не будут влиять особенности начального теплового состояния и температура во всех точках рассматриваемой системы будет с течением времени изменяться со скоростью изменения температуры среды. Такой упорядоченный режим теплообмена называют регулярным режимом второго рода [30], что является следствием линейности дифференциальных уравнений теплопроводности и граничных условий теплообмена. Изменение температуры во времени показано на рис. 3.6. Зависимость изменения температуры $t(x, y, z, \tau)$ во времени для какой-либо точки системы можно представить в виде

$$t(x, y, z, \tau) = t_e - f(x, y, z) + \sum_{i=1}^{\infty} A_i U_i(x, y, z) e^{-m_i^2 \tau}, \quad (3.86)$$

здесь $f(x, y, z)$ — некоторая функция координат, зависящая от геометрических и физических особенностей системы и коэффициента теплоотдачи α системы со средой.

Ряд (3.86) по форме аналогичен выражению (3.6) в процессах простого нагрева или охлаждения и характеризует быстроту наступления регулярного режима второго рода. По прошествии некоторого времени после начала процесса влияние суммы ряда перестает сказываться и температуры всех точек системы будут изменяться с той же скоростью b , что и температура среды, отставая или опережая последнюю на величину $f(x, y, z)$.

Заметим, что структура коэффициентов m_i и собственных функций $U_i(x, y, z)$ в уравнении (3.86) и в выражении (3.6) одна и та же, численные значения коэффициентов A_i при теплообмене в среде с линейно изменяющейся температурой по абсолютной величине меньше соответствующих значений A_i при простом нагреве (охлаждении), что обеспечивает более быструю сходимость ряда (3.86)

и наступление регулярного режима [30, 40]. Некоторые общие закономерности теплообмена в регулярном режиме второго рода для тел и систем сформулированы Г. М. Кондратьевым, решения для тел простой формы даны в работах [25, 30, 40].

Упорядоченный режим теплообмена наблюдается и при нагреве тела (системы тел) постоянным тепловым потоком q . По прошествии некоторого времени температура для всех точек системы будет изменяться с постоянной скоростью, величина которой прямо пропорциональна тепловому потоку через поверхность [40, 87].

В практике испытаний на тепловую инерционность часто вместо определения показателя тепловой инерции e в условиях регулярного нагревания или охлаждения объекта исследуется его поведение при линейном изменении температуры среды при тех же значениях коэффициента теплоотдачи. За меру инерционности в регулярном режиме второго рода может быть принята величина $e_2(x, y, z)$, имеющая размерность времени и численно равная

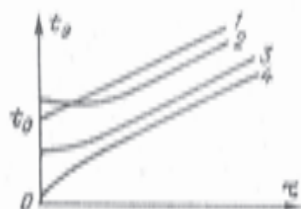


Рис. 3.6. Изменение температуры в регулярном режиме второго рода

1 — температура среды t_c ; 2, 3 и 4 — температура t_2 для трех точек внутри тела

$$e_2(x, y, z) = [t_c(\tau) - t(x, y, z, \tau)]/b, \quad (3.87)$$

где $t_c(\tau)$ — температура среды, изменяющаяся по закону (3.85); $t(x, y, z, \tau)$ — значение температуры в выбранной точке объекта в регулярном режиме второго рода.

В отличие от показателя инерции $e = e_1 = 1/m_1$, имеющего одно и то же значение для всех точек тела [см. формулу (3.13)], величина e_2 есть функция координат. Для среднеповерхностной t_s и среднеобъемной t_v температуры уравнение (3.87) преобразуется в следующие:

$$e_{2s} = \frac{t_c - t_s}{b} = \frac{1}{m_0}; \quad e_{2v} = \frac{t_c - t_v}{b} = \frac{1}{m_0 W_2} = \frac{1 + H_2}{m_0}, \quad (3.88)$$

где через e_{2s} и e_{2v} обозначены показатели инерции для однородного изотропного тела; m_0 находится по формуле (2.9); W_2 — критерий неравномерности поля температуры, определяемый по формулам (3.74), (3.75) в регулярном режиме второго рода [87, 88].

При исследовании тепловой инерции ИПТ широко применяются два метода:

1) определение показателя инерции по методу регулярного режима первого рода;

2) определение временного запаздывания (3.87) показаний ИПТ в среде с линейно изменяющейся температурой.

Результаты измерений согласуются между собой лишь при равномерном распределении температуры по объему ИПТ, когда его динамические свойства полностью характеризуются единственной величиной m_0 . При наличии градиента температуры внутри ИПТ показатели инерции становятся разными при одном и том же значении α .

Регулярный режим третьего рода. Характерной особенностью теплообмена при периодических тепловых воздействиях (3.30) или (3.31) является возникновение так называемых температурных волн. Если теплофизические свойства тела или системы тел в процессе теплообмена остаются неизменными, а температура среды изменяется во времени, например, по простому гармоническому закону, то через некоторое время после начала процесса температура в выбранной точке системы тел будет изменяться во времени с той же частотой, что и температура среды, отставая от нее по фазе и отличаясь по амплитуде. Такой упорядоченный периодический процесс теплообмена иногда называют регулярным режимом третьего рода [30, 40]. Теория температурных волн на практике применяется при расчете теплоустойчивости, термостатирования объектов, при определении теплофизических свойств материалов и измерении температуры.

Правильный выбор термоприемника и оценка погрешностей измерения периодически изменяющейся температуры невозможен без знания частотных характеристик термоприемника (3.32) и (3.33). Определение их по имеющимся точным решениям достаточно громоздко. Расчет средней по объему температуры тела $t_V(\tau)$ при введении аналогично (3.15) критерия неравномерности поля температуры Ψ , при воздействиях (3.30) подробно разобран в первом издании книги [87].

Произвольные воздействия. Ниже даются рекомендации по оценке неравномерности и расчету средней температуры однородных тел при произвольных во времени воздействиях.

Для однородного изотропного тела в силу допущений, сделанных в § 3.8, и на основе уравнения (2.9) получаем следующее уравнение взаимосвязи между средней по объему $t_V(\tau)$, средней по поверхности $t_S(\tau)$ температурой и воздействиями $t_0(\tau)$, $q(\tau)$ и $w(\tau)$:

$$\frac{dt_V(\tau)}{d\tau} + m_0 t_S(\tau) = m_0 \left[t_0(\tau) + \frac{1}{\alpha} q(\tau) \right] + \frac{1}{cV} w(\tau), \quad (3.89)$$

где m_0 находится по формуле (2.9), остальные обозначения сохраняются.

Введем функцию

$$\Psi(\tau) = (t_{\text{кв } S}(\tau) - t_S(\tau)) / (t_{\text{кв } V}(\tau) - t_V(\tau)) \quad (3.90)$$

для характеристики неравномерности поля температуры. Входящие в выражение (3.90) квазистационарные значения температуры $t_{\text{кв } S}(\tau)$

и $t_{\text{нв}V}(\tau)$ находятся с помощью (3.65) и рассчитываются по формулам:

$$t_{\text{нв}S}(\tau) = t_e(\tau) + \frac{1}{\alpha} q(\tau) + \frac{1}{(1+n)Bi} \frac{L^2}{\lambda} \omega(\tau); \quad (3.91)$$

$$t_{\text{нв}V}(\tau) = t_e(\tau) + \frac{1}{\alpha} q(\tau) + \frac{1 + \frac{Bi}{3+n}}{(1+n)Bi} \frac{L^2}{\lambda} \omega(\tau). \quad (3.92)$$

Для оценки входящих в формулу (3.90) значений действительной температуры тела $t_S(\tau)$ и $t_V(\tau)$ воспользуемся первым приближением решения (3.53), тогда

$$t(\rho, \tau) \approx t_e(\tau) + \frac{1}{\alpha} q(\tau) + (a_1 - b_1) \frac{1}{c\gamma} \omega(\tau) + (b_1 - a_1) \times \\ \times \left[t'_e(\tau) + \frac{1}{\alpha} q'(\tau) \right], \quad (3.93)$$

здесь a_1 и b_1 — первые коэффициенты представления функции (3.56) в виде (3.27). Затем из формулы (3.93) находим значения $t_S(\tau)$ и $t_V(\tau)$, которые вместе с выражениями (3.91), (3.92) подставляем в функцию (3.90). Убеждаемся, что в первом приближении функция $\Psi(\tau)$ не зависит от времени и с учетом значений коэффициентов a_1 , b_{1S} , b_{1V} [см. работу [88]] рассчитывается по формуле

$$\Psi(\tau) \approx \frac{a_1 - b_{1S}}{a_1 - b_{1V}} = \frac{1}{1 + Bi/(3+n)} = \frac{1}{1 + H_2} = \Psi_{\text{ст}} = \Psi_2, \quad (3.94)$$

где Ψ_2 — критерий неравномерности распределения температуры для различных однородных изотропных тел в регулярном режиме второго рода, предложенный в работах [86, 87]. Сравнивая обобщенное число Био H_2 в регулярном режиме второго рода с выражением (3.94), находим

$$H_2 = \frac{\alpha}{\lambda} K_2 \frac{S}{V} = \frac{Bi}{3+n} = \frac{\alpha L}{\lambda(3+n)}, \quad (3.95)$$

откуда коэффициент формы в регулярном режиме второго рода

$$K_2 = VL/[(3+n)S]. \quad (3.96)$$

Взаимосвязь между коэффициентами формы K_1 и K_2 , определяемыми зависимостями (3.20) и (3.96), и их значения для разных тел, а также соотношения между критериями $\Psi_1(H_1)$ и $\Psi_2(H_2)$, рассчитываемыми по (3.21) и (3.94), подробно рассмотрены в работах [86, 87].

Используя соотношения (3.90) и (3.94), уравнение (3.89) можно преобразовать к виду, удобному для последующих расчетов изменения во времени средней температуры однородного тела $t_V(\tau)$:

$$e \frac{dt_V(\tau)}{d\tau} + t_V(\tau) = t_{\text{нв}V}(\tau), \quad (3.97)$$

где $t_{\text{нв}V}(\tau)$ задается согласно (3.92). Величина

$$e = \frac{1}{m_0 \Psi_2} = \frac{c \gamma V}{\alpha S \Psi_2} = \frac{L^2}{a} \frac{(n+3+B1)}{(n+1)(n+3)B1} \quad (3.98)$$

приблизительно характеризует тепловую инерцию тела при изменяющихся воздействиях $t_0(\tau)$, $q(\tau)$ и $w(\tau)$.

Расчет средней температуры тела $t_V(\tau)$ по уравнению (3.97) при монотонном изменении воздействий можно проводить при значениях критерия Ψ_2 в пределах $0,6 \leq \Psi_2 \leq 1$. В переходном процессе (регулярный режим первого рода) критерий Ψ_2 отличается от Ψ_1 не более чем на 5 % при $H_1 = 0,8$, что соответствует $\Psi_1 = 0,6$, и не более чем на 10 % при $H_1 = 1,4$ и $\Psi_1 = 0,45$ [87].

При циклическом изменении температуры среды и воздействия вида (3.30) сопоставление рассчитанной на основе (3.97) и (3.47) при $y_1 = 1$ амплитудно-частотной характеристики по сравнению с точной показывает, что при $0,1 \leq B1 \leq 10$ и обобщенной частоте $\omega L^2/a$ в пределах $0,01 \leq \frac{\omega}{a} L^2 \leq 100$ погрешность расчета не превышает δ , если выполняется приближенное соотношение

$$\frac{\omega}{a} \left(\frac{L}{n+3} \right)^2 \approx 0,75 \sqrt{\frac{\delta}{1 - (1+2\delta) \kappa^2}}, \quad (3.99)$$

где

$$\kappa = \left(1 + \frac{2}{3} H_2 \right) / (1 + H_2); \quad \delta \leq 0,05. \quad (3.100)$$

Определяющий размер L тела в соотношении (3.99) и (3.95) находится по рекомендациям § 3.8. При тех же ограничениях погрешность в определении фазы по формуле (3.47) не превышает 8 % при $\delta \leq 0,05$.

При произвольном во времени изменении воздействия $t_{\text{нв}V}(\tau)$, используя формулу (3.35), решение уравнения (3.97) можно записать в виде

$$t_V(\tau) \approx m \exp(-m\tau) \int_0^\tau \exp(m\eta) t_{\text{нв}V}(\eta) d\eta + t_V(0) \exp(-m\tau), \quad (3.101)$$

где с учетом (3.98), (3.94) и (3.9)

$$m = 1/e = m_0 \Psi_2. \quad (3.102)$$

Более подробные сведения по использованию уравнения (3.53) в различных частных случаях теплообмена (циклические воздействия температуры среды $t_e(\tau)$, переходные процессы) даны в работе [87] и цитируемых в ней источниках.

3.10. О границах применимости теории регулярных режимов

Закономерности изменения температуры во времени в стадии регулярного режима при охлаждении и нагревании тел и систем тел простые и позволяют связать основную величину теории — темп охлаждения (нагрева) тела с его физико-геометрическими параметрами и внешними условиями теплообмена [29, 30]. Поэтому вполне оправданы попытки использовать аппарат и следствия теории регулярного режима для различных тепловых расчетов при приближенном определении тепловой инерционности, температурных полей и тепловых потоков объектов в процессе их охлаждения или разогрева. Однако в некоторых случаях применение отдельных положений теории не дает должного результата, приводит к неверным выводам, ошибкам и как следствие этого — к неправильному ее толкованию.

Теория регулярного режима первого рода — инженерная теория, в основу которой положены закономерности, первоначально выявленные в опытах. Вопрос об установлении границ ее применимости является сложным, не существует строго аналитического обоснования длительности вступления тел в стадию регулярного режима, кроме тел и систем простой формы.

Как известно, аппарат теории регулярного режима первого рода основывается на возможности представления общего решения для температуры в системе тел при ее охлаждении (нагревании) в виде экспоненциального ряда (3.6). Поскольку положительные числа m_i образуют возрастающую последовательность, а коэффициенты A_i и собственные функции U_i ограничены по модулю, с течением времени определяющее значение будет иметь лишь первый член ряда. Это означает, что неупорядоченная, так называемая иррегулярная стадия теплообмена, закончилась и наступил регулярный режим, характеризующийся для всех точек системы уравнением (3.8).

Естественно, что при качественном анализе вопрос о длительности вступления в регулярный режим отдельных точек системы и значениях избыточной температуры $t(x, y, z, \tau) - t_e$ остается нерешенным и необходимы дополнительные исследования. На время наступления регулярного режима оказывают значительное влияние форма, размеры системы, ее физические свойства, внешние условия теплообмена, распределение температуры в начальный

момент времени. Поэтому при оценке длительности иррегулярного режима приходится учитывать поведение всех компонент ряда: собственных чисел m_i ; собственных функций $U_i(x, y, z)$ и определяемых из начальных условий коэффициентов A_i .

Для тел простых очертаний при равномерном начальном распределении температуры эта задача в основном решена и даны практические рекомендации [29, 40, 48]. Значительно сложнее определить длительность иррегулярной стадии в телах неправильной формы, имеющих выступы, изгибы, перемычки. Здесь возможны такие сочетания внутренних особенностей тела, внешних условий теплообмена и начального распределения температуры, что стадия дорегулярного режима будет сильно затягиваться. Для отдельных частей системы регулярный режим может наступить тогда, когда разность температур между средой и телом будет составлять незначительную часть от первоначальной разности. В таких случаях использование теории и следствий регулярного режима теряет практический смысл. Поскольку для тел сложных очертаний и систем тел в настоящее время нет четких теоретических рекомендаций о быстроте наступления регулярного режима, необходимо применять основной признак — постоянство скорости изменения логарифма избыточной температуры со временем или параллельность полулогарифмических кривых изменения температуры, построенных для всех наиболее значимых областей исследуемой системы тел.

Рассмотрим некоторые особенности процессов простого охлаждения или нагревания системы тел. Термином «система» будем, как и раньше, называть совокупность взаимосвязанных тел, между которыми происходит обмен теплотой путем теплопроводности. Интенсивность теплообмена между составляющими телами зависит от многих факторов, определяющих в конечном итоге качество тепловой связи между отдельными частями системы. В зависимости от конкретных особенностей тепловые связи в системе могут быть условно разделены на идеальные, или совершенные; сильные, или хорошие; слабые, или плохие. В частном случае система может состоять из одного тела, тогда тепловые связи характеризуют интенсивность теплообмена между отдельными частями тела.

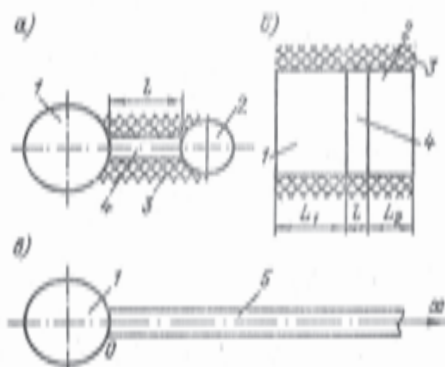


Рис. 3.7. Схематическое изображение систем

1, 2 — металлическое тело (блок); 3 — идеальная теплоизоляционная оболочка; 4 — перемычка или теплоизоляционная прокладка; 5 — стержень

Предположим, что вся система в целом находится в теплообмене с внешней средой, температура которой постоянна и равна t_c .

Закономерность отдачи теплоты с поверхности определяется граничными условиями третьего рода; теплофизические свойства системы не зависят от температуры. Пусть система состоит из двух тел. В простейшем случае тела представляют собой металлические блоки с равномерным по объему распределением температуры, связанные между собой перемычкой малой теплоемкости, которая действует как чистое термическое сопротивление (рис. 3.7, а и б). Можно показать, что избыточная температура $\Phi_1(\tau)$ и $\Phi_2(\tau)$ каждого из тел изменяется со временем по законам:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_1(\tau) &= t_1(\tau) - t_c = \Phi_n (A_1 e^{-M_1 \tau} + B_1 e^{-M_2 \tau}); \\ \Phi_2(\tau) &= t_2(\tau) - t_c = \Phi_n (A_2 e^{-M_1 \tau} + B_2 e^{-M_2 \tau}). \end{aligned} \right\} \quad (3.103)$$

В уравнениях (3.103)

$$\begin{aligned} M_{1,2} &= \frac{1}{2} [m_1(1+\kappa_1) + m_2(1+\kappa_2) \mp \\ &\mp \sqrt{[m_1(1+\kappa_1) + m_2(1+\kappa_2)]^2 - 4m_1m_2(1+\kappa_1+\kappa_2)}], \end{aligned} \quad (3.104)$$

где

$$m_1 = \alpha_1 S_1 / C_1; \quad m_2 = \alpha_2 S_2 / C_2; \quad \kappa_1 = R_1 / R; \quad \kappa_2 = R_2 / R; \quad (3.105)$$

$$R_1 = 1/(\alpha_1 S_1); \quad R_2 = 1/(\alpha_2 S_2); \quad R = 1/(\lambda \sigma). \quad (3.106)$$

Коэффициенты A_1 , A_2 , B_1 и B_2 зависят от параметров m_1 , m_2 , κ_1 и κ_2 :

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= (N_1 - M_1)/(M_2 - M_1); & B_1 &= (M_2 - N_1)/(M_2 - M_1); \\ A_2 &= (N_2 - M_1)/(M_2 - M_1); & B_2 &= (M_2 - N_2)/(M_2 - M_1), \end{aligned} \right\} \quad (3.107)$$

где

$$N_1 = m_1 \kappa_1 + m_2(1 + \kappa_2); \quad N_2 = m_1(1 + \kappa_1) + m_2 \kappa_2. \quad (3.108)$$

В выражениях (3.103) — (3.108) τ — время; t_c — температура среды; $t_1(\tau)$ и $t_2(\tau)$ — действительная температура тел 1 и 2; $\Phi_1(\tau)$ и $\Phi_2(\tau)$ — избыточная температура тел 1 и 2 (см. рис. 3.7); Φ_n — начальная избыточная температура системы; α_1 и α_2 — коэффициенты теплоотдачи; S_1 и S_2 — площади поверхности теплообмена; C_1 и C_2 — полные теплоемкости тел 1 и 2; l , σ и λ — длина, сечение и теплопроводность перемычки (см. рис. 3.7, а) или прокладки (см. рис. 3.7, б).

Параметры m_1 и m_2 могут быть истолкованы как темпы регулярных режимов тел 1 и 2, если между ними отсутствует перемычка и тела охлаждаются самостоятельно.

Рассмотрим подробнее несколько примеров теплообмена.

1. Идеальная тепловая связь. Перемычка имеет нулевое термическое сопротивление, т. е. $\kappa_1 = \infty$, $\kappa_2 = \infty$. В этом случае

$$\vartheta_1(\tau) = \vartheta_2(\tau) = \vartheta_n \exp(-m\tau), \quad (3.109)$$

где m — темп теплообмена всей системы,

$$m = (\alpha_1 S_1 + \alpha_2 S_2) / (C_1 + C_2).$$

Как видно из выражения (3.109), температура тел одинаковая, регулярный режим наступает мгновенно, т. е. наблюдается простейший случай охлаждения, рассмотренный еще Ньютоном.

2. Сильная тепловая связь ($\kappa_1 \gg 1$, $\kappa_2 \gg 1$). Температура тел определяется уравнениями (3.103). Если $M_1 \ll M_2$, то A_1 и A_2 близки к единице, а B_1 и B_2 малы и, начиная с некоторого момента времени, вторые слагаемые уравнений (3.103) ввиду их малости можно не учитывать, тогда получим

$$\vartheta_1(\tau) \approx \vartheta_n A_1 e^{-M_1 \tau}; \quad \vartheta_2(\tau) \approx \vartheta_n A_2 e^{-M_1 \tau}. \quad (3.110)$$

Следовательно, при наличии сильной тепловой связи температурное поле системы тел относительно быстро становится регулярным, при этом

$$\frac{d \ln \vartheta_1(\tau)}{d\tau} = \frac{d \ln \vartheta_2(\tau)}{d\tau} = -M_1, \quad (3.111)$$

где M_1 — темп регулярного режима системы.

3. Слабая тепловая связь. Если κ_1 и κ_2 малы, то в выражениях (3.103) $A_1 \approx 1$, $B_1 \ll 1$, $A_2 \ll 1$, $B_2 \approx 1$ и на значительной стадии процесса теплообмена изменение температуры каждого из тел проходит по законам, близким к экспоненциальному, но показатели экспонент для тел 1 и 2 различны и равны M_1 и M_2 . Однако по истечении некоторого времени, если $M_1 \ll M_2$, первое слагаемое в уравнении (3.103) для температуры $\vartheta_2(\tau)$ тела 2 будет преобладать над вторым и охлаждение системы будет регулярным. Следовательно, характерной особенностью теплообмена при наличии слабых тепловых связей является длительность иррегулярной стадии. Даже при равномерном начальном распределении температуры система вступает в регулярный режим, когда избыточная температура в отдельных ее частях составляет незначительную долю от начального значения.

4. Удовлетворительная (средняя) тепловая связь. Этот случай занимает промежуточное положение между двумя предыдущими. Иррегулярная стадия процесса больше, чем в системах с хорошими тепловыми связями, однако регулярный тепловой режим системы наблюдается в значительном диапазоне изменения температуры.

5. Тепловая связь отсутствует ($\kappa_1 = \kappa_2 = 0$). В этом случае система распадается на отдельные части и каждое из тел охлаждается независимо друг от друга:

$$\vartheta_1(\tau) = \vartheta_{н} e^{-m_1 \tau}; \quad \vartheta_2(\tau) = \vartheta_{н} e^{-m_2 \tau}.$$

Как и при идеальной тепловой связи, в силу предпосылки о равномерности распределения температуры по объему тела регулярные режимы наступают мгновенно.

Пользуясь уравнениями (3.103), можно найти длительность иррегулярной стадии для любого тела системы. Определив моменты вступления тел в регулярный режим как время τ_1 и τ_2 , по про-

Таблица 3.1. Расчет охл

κ	A_1	B_1	A_2	B_2	$M_1 \cdot 10^4, \text{с}^{-1}$
0,0					Тела охлаждаются
0,1	1,072	-0,072	0,192	0,808	3,01
1,0	1,078	-0,078	0,789	0,211	3,53
10,0	0,979	0,021	0,947	0,053	3,70
∞	1,000	0,000	1,000	0,000	3,71

шествии которого модули отношений вторых слагаемых к первым в уравнениях (3.103) составляют соответственно δ_1 и δ_2 , получаем

$$\tau_1 = \frac{1}{M_2 - M_1} \ln \frac{\left| \frac{B_1}{A_1} \right|}{\delta_1}; \quad \tau_2 = \frac{1}{M_2 - M_1} \ln \frac{\left| \frac{B_2}{A_2} \right|}{\delta_2}, \quad (3.112)$$

В табл. 3.1 приведены результаты расчетов по формулам (3.103) — (3.112) для конкретной системы тел, схематически изображенной на рис. 3.7, б. Блоки 1 и 2 изготовлены из алюминия и имеют толщину $L_1 = 0,02$ м, $L_2 = 0,01$ м. Для рассматриваемой системы, как видно из формул (3.105) и (3.106), $S_1 = S_2 = \sigma$, $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa$. Принимая $\alpha_1 = \alpha_2 = 14$ Вт/(м²·К), получаем $m_1 = 2,78 \cdot 10^{-4}$ с⁻¹, $m_2 = 5,56 \cdot 10^{-4}$ с⁻¹. Время вступления в регулярный режим τ_1 и τ_2 определено для $\delta_1 = \delta_2 = 0,05$.

Отмеченные выше закономерности наблюдаются и при охлаждении (нагревании) более сложных систем, когда, например, перемычки участвуют в теплообмене с окружающей средой и имеют значительную теплоемкость или начальное распределение температуры в отдельных частях системы неравномерное. Влияние качества тепловой связи между телами 1 и 2 на скорость изменения логарифма избыточной температуры $d \ln \vartheta / d\tau$ от времени τ показано на рис. 3.8.

В технике часто приходится встречаться с объектами, тепловые связи между отдельными элементами которых слабые. Процесс теплообмена таких тел и систем требует специального рассмотрения. Как было показано выше, применение теории и критериев регулярности к этим системам ограничено из-за большой длительности иррегулярной стадии, в процессе которой температура отдельных частей системы становится близкой к предельному значению и в отдельных случаях мало отличается от температуры среды. Поскольку найти общие решения для таких систем в большинстве задач затруднительно, обычно ограничиваются теоретическим или экспериментальным изучением теплообмена лишь ос-

ждения системы тел

$M, 10^4, \text{e}^{-1}$	$m_{\text{рег}} \times 10^4, \text{e}^{-1}$	$\tau_1, 10^{-3}, \text{с}$	$\tau_2, 10^{-3}, \text{с}$	$\frac{\theta_1(\tau_1)}{\theta_n}$	$\frac{\theta_2(\tau_2)}{\theta_n}$
независимо		0,00	0,00	1,000	1,000
6,17	3,01	0,93	14,000	0,016	0,003
13,20	3,53	0,38	1,700	0,580	0,430
90,90	3,70	0,00	0,013	1,000	0,900
∞	3,71	0,00	0,000	1,000	1,000

новных частей системы, вводя поправки, учитывающие влияние соседних частей. Характерным примером является процесс охлаждения системы (рис. 3.7, в), состоящей из тела 1, распределение температуры по объему которого равномерное, и находящегося с ним в контакте стержня 5. Такую схему можно применять при изучении теплообмена некоторых термометрических устройств, радиодеталей и т. д. (см. гл. 6).

Экспериментальное изучение подобных систем (а также более сложных систем с плохими тепловыми связями) показывает, что полулогарифмические кривые изменения температуры для отдельных частей системы с течением времени спрямляются и идут под разными углами. При некоторых значениях параметров, характеризующих данную систему (рис. 3.7, в), изменение температуры ее частей в процессе охлаждения близки к экспоненциальным, что наводит на мысль об использовании этой особенности при расчете температуры выбранной части системы.

Выделение главной экспоненты, определяющей в основном процесс изменения температуры, из реальной кривой изменения температуры для данной части системы может проводиться различными путями. Экспериментальный прием выделения экспонент широко используется, например, в автоматическом регулировании при определении передаточных функций систем или отдельных звеньев систем автоматического регулирования по опытным кривым переходных процессов. Возможны и аналитические пути вы-

деления экспоненциальной зависимости. Удобен в этом отношении операторный метод решения задач. Получив общий вид зависимости температуры системы в изображениях и воспользовавшись асимптотическими соотношениями между изображениями и оригиналами, можно выделить основную экспоненциальную зависимость, а заодно и проверить границы ее применимости, используя более

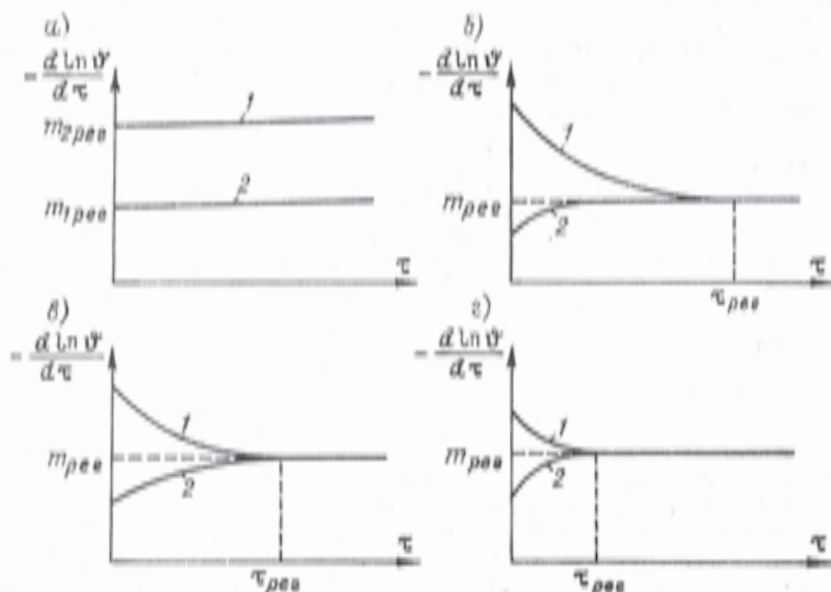


Рис. 3.8. Влияние качества тепловой связи на длительность иррегулярной стадии: а — тепловые связи отсутствуют; б — слабая тепловая связь; в — средняя тепловая связь; г — сильная тепловая связь
1 — первое тело; 2 — второе тело; $m_{рег}$ — темп теплообмена системы; $m_{1рег}$ и $m_{2рег}$ — темпы теплообмена тел 1 и 2, охлаждающихся независимо друг от друга; $\tau_{рег}$ — время вступления системы в регулярный режим

точные представления решений в изображениях. Естественно, что для разных частей системы, особенно при плохих тепловых связях, могут получаться и разные значения показателей экспонент.

Путь выделения экспоненциальных зависимостей изменения температуры для отдельных частей системы является эффективным средством изучения иррегулярных режимов систем с плохими тепловыми связями, так как позволяет с достаточной для практики точностью определять температуру отдельных ее частей. При этом показатели экспонент в приближенных зависимостях могут быть различными для разных частей системы и не будут, вообще говоря, совпадать с темпом регулярного режима всей системы в целом [87].

Непосредственное использование уравнения (3.8) для различ-

ных тепловых расчетов и применение известных соотношений (3.18), (3.19), (3.21) без предварительной проверки наличия регулярного режима теплообмена может привести к ошибкам и неправильному представлению о возможностях метода.

Элементарная теория тепловой инерции

4.1. Схемы измерений и простые модели теплообмена термопреобразователей

Модели теплообмена ИПТ с исследуемым объектом и, как следствие, расчетные выражения для оценки погрешностей, зависят от агрегатного состояния и физических свойств объекта, условий монтажа ИПТ, наличия возмущающих тепловых воздействий, вносящих дополнительные погрешности в результат измерений. В практике научных исследований и измерений в промышленности можно выделить три характерные группы задач контактного измерения температуры объектов:

контроль температуры текучих (жидких и газообразных) сред; измерение температуры внутри твердотельных или сыпучих объектов;

измерение температуры поверхности объектов.

Для каждой из этих групп может быть предложена элементарная базовая физическая модель, схематически показанная на рис. 4.1, и записано уравнение теплообмена, из решения которого определяются погрешности, а также критерии минимизации этих погрешностей.

Простейшая теория погрешностей измерения нестационарной температуры твердых, жидких или газообразных сред, называемая часто элементарной теорией тепловой инерции измерителей температуры, построена при следующих допущениях:

1. Распределение температуры по объему V ИПТ равномерное, так что температура во всех точках его объема в момент времени t есть $t_0(t)$.

2. Теплофизические свойства материалов, из которых изготовлен ИПТ, неизменны во времени и не зависят от температуры.

3. Теплообмен с объектом (телом), имеющим температуру $t_1(t)$, и средой с температурой $t_2(t)$ в принципе может происходить теплопроводностью, конвекцией и излучением, однако, суммарный коэффициент теплоотдачи α между ИПТ и исследуемой средой и коэффициент теплопередачи k , между ИПТ и телом остаются неизменными в процессе измерений.

4. Теплоемкость среды и объекта, окружающих ИПТ, настолько велики, что их энтальпия и температура $t_c(\tau)$ и $t_r(\tau)$ почти не изменяются при изменении температуры термоприемника $t_s(\tau)$. Иными словами, теплота, передаваемая от измерителя в среду или объект, не влияет на изменение их температуры.

5. Внутри ИПТ действует источник теплоты с удельной мощностью $\dot{w}(\tau)$ или полной мощностью тепловыделения $\dot{W}_n(\tau) = V\dot{w}(\tau)$.

Дифференциальное уравнение теплообмена ИПТ сформулируем



Рис. 4.1. Схемы измерения температуры: а — текучая (жидкая или газообразная среда); б — твердотельный или сыпучий объект; в — поверхность тела

1 — ИПТ; 2 — среда; 3 — твердое тело; 4 — контактный зазор

для схемы измерения температуры поверхности объекта (рис. 4.1, в) как более общей. С учетом сделанных ограничений имеем

$$\dot{W}_n(\tau) = C \frac{dt_s(\tau)}{d\tau} + \alpha S_c [t_s(\tau) - t_c(\tau)] + k_r S_r [t_s(\tau) - t_r(\tau)], \quad (4.1)$$

где C — полная теплоемкость ИПТ; S_c и S_r — поверхности ИПТ, соответственно находящиеся в теплообмене со средой и телом; $S = S_c + S_r$ — полная поверхность ИПТ.

При измерении температуры среды $t_c(\tau)$ или внутри объекта $t_r(\tau)$ в уравнении (4.1) необходимо принять $S_c = S$ и $k_r = 0$ (рис. 4.1, а) или $S_r = S$, $\alpha = 0$ (рис. 4.1, б).

Пусть начальное значение температуры ИПТ $t_s(0) = t_{s,н}$, тогда, применяя к уравнению (4.1) преобразование (3.52), получаем в соответствии с общим выражением (3.1) операторную взаимосвязь между измеренной температурой $t_s(\tau)$ и воздействиями:

$$T_s(s) = Y_c(s) T_c(s) + Y_r(s) T_r(s) + Y_w(s) [\dot{W}_n(s) + C t_{s,н}], \quad (4.2)$$

где передаточные функции $Y_c(s)$, $Y_r(s)$ и $Y_w(s)$ имеют простейшую структуру

$$Y_c(s) = \frac{Y_c}{1 + \varepsilon_{c,н}s}; \quad Y_r(s) = \frac{Y_r}{1 + \varepsilon_{r,н}s}; \quad Y_w(s) = \frac{Y_w}{1 + \varepsilon_{w,н}s}; \quad (4.3)$$

$$y_0 = \frac{\alpha S_c}{\alpha S_c + k_T S_T}; \quad y_T = \frac{k_T S_T}{\alpha S_c + k_T S_T}; \quad y_w = \frac{1}{\alpha S_c + k_T S_T}; \quad (4.4)$$

$T_s(s)$, $T_c(s)$, $T_T(s)$ и $W_n(s)$ — преобразованные по Лапласу функции $t_s(\tau)$, $t_c(\tau)$, $t_T(\tau)$ и $W_n(\tau)$.

Входящая в выражения (4.3) величина

$$e_{e, n} = 1/m_{e, n} = C/(\alpha S_c + k_T S_T) \quad (4.5)$$

может быть названа показателем тепловой инерции ИПТ, а обратная ей $m_{e, n}$ — темпом теплообмена ИПТ.

4.2. Измерение стационарной температуры среды

Уравнения (4.1) и (4.2) охватывают все три типичных случая измерений. Рассмотрим подробнее первый из них (рис. 4.1, а), традиционно называемый элементарной теорией измерения температуры жидкостей и газов. При условиях $W_n(\tau) = 0$, $S_T = 0$ из (4.1) следует, что разность между температурой ИПТ и среды $\phi_s(\tau) = t_s(\tau) - t_c(\tau)$, называемая избыточной температурой, характеризует погрешность измерения температуры среды и равна

$$\phi_s(\tau) = t_s(\tau) - t_c(\tau) = -\frac{1}{m_0} \frac{dt_s(\tau)}{d\tau} = -e_0 \frac{dt_s(\tau)}{d\tau}, \quad (4.6)$$

где e_0 определяется по формуле (4.5) при $k_T = 0$ с заменой S_c на S .

Уравнение (4.6) является основой для оценки погрешностей в различных случаях измерения температуры и определения параметров инерции ИПТ. Оценка тепловой инерции и погрешностей ИПТ при сделанных выше допущениях приводится во многих работах по тепловым приборам и температурным измерениям [11, 29, 30, 38, 58]. Как правило, в них рассматриваются три или четыре случая проявления тепловой инерции, соответствующих простым законам изменения температуры среды: скачкообразному, прямолинейному, экспоненциальному и гармоническому (синусоидальному и косинусоидальному).

Переходная характеристика. Пусть ИПТ, имевший в начальный момент времени температуру $t_{s, n}$, вносится в среду, температура которой t_0 остается неизменной в процессе измерения. Требуется определить изменение температуры t_s ИПТ во времени.

Решение уравнения (4.6) при начальном условии

$$t_s(\tau)|_{\tau=0} = t_{s, n} \quad (4.7)$$

запишется в виде

$$t_s(\tau) = t_{s, n} + (t_0 - t_{s, n})(1 - e^{-\tau/e_0}). \quad (4.8)$$

Независимо от соотношения между температурами t_0 и $t_{s,n}$ решению (4.8) можно придать общий вид, если ввести в рассмотрение относительную (безразмерную) температуру $\Theta(\tau)$:

$$\Theta(\tau) = \frac{\Phi(\tau)}{\Phi_n} = \frac{t_0 - t_s(\tau)}{t_0 - t_{s,n}} = \exp\left(-\frac{\tau}{e_0}\right). \quad (4.9)$$

Если в течение длительного времени температура ИПТ и среды была одинаковой и равной $t_{s,n}$, а в некоторый момент времени, условно принятый за нулевой ($\tau_0 = 0$), температура среды мгновенно изменяется и принимает новое постоянное значение t_0 , то изменение температуры ИПТ $t_s(\tau)$ будет подчиняться тем же за-

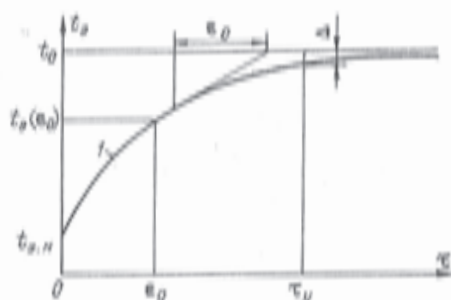


Рис. 4.2. Переходная характеристика ИПТ

висимостям (4.8) и (4.9). Реакцию ИПТ на внезапное изменение температуры среды, изображенную на рис. 4.2 и 4.3, называют его переходной характеристикой, а уравнения (4.8) и (4.9) — переходными функциями ИПТ.

Показатель термической инерции. Как следует из уравнений (4.8) и (4.9), погрешность измерения температуры меняется во времени от максимальной при $\tau = 0$ и стремится к нулю при $\tau \rightarrow \infty$. Определяющее влияние на ошибку измерения оказывает параметр e_0 , имеющий размерность времени.

Пусть с момента начала измерений прошло время $\tau = e_0$, тогда из уравнений (4.8) и (4.9) имеем

$$[t_0 - t_s(e_0)] / (t_0 - t_{s,n}) = 1/e \approx 0,368.$$

Следовательно, входящая в уравнения (4.6), (4.8) и (4.9) величина e_0 численно равна интервалу времени, по истечении которого разность между температурой среды и ИПТ составляет 0,368 первоначальной разности. Величина $e_0 = 1/m_0$ характеризует скорость теплообмена ИПТ со средой. Чем меньше e_0 , тем быстрее реагирует термоприемник, с ростом e_0 реакция ИПТ замедляется.

При сравнении выражений (3.16) и (3.98) видно, что e_0 получается из этих уравнений, если критерии неравномерности поля температуры в них $\Psi_1 = 1$ или $\Psi_2 = 1$ (см. гл. 3).

В некоторых работах величину ϵ_0 называют постоянной времени ИПТ или его постоянной термической инерции и обозначают через T .

Для ее определения существует простой графический прием, основанный на свойстве экспоненциальной кривой. На графике переходной характеристики величина ϵ_0 численно равна длине проекции отрезка касательной, проведенной к любой точке кривой

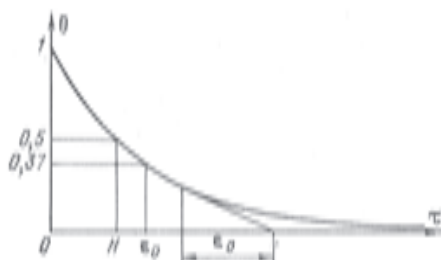


Рис. 4.3. График изменения относительной температуры ИПТ

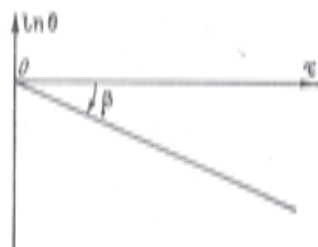


Рис. 4.4. Полулогарифмическая переходная характеристика

на линию температуры среды t_0 (см. рис. 4.2) или ось времени (см. рис. 4.3).

Другой прием определения ϵ_0 основан на логарифмическом представлении зависимости (4.9) в виде

$$\ln \theta(\tau) = -\tau/\epsilon_0. \quad (4.10)$$

На рис. 4.4 котангенс угла наклона β полулогарифмической прямой (4.10) к оси времени численно равен ϵ_0 .

Вместо ϵ_0 для характеристики инерции в некоторых работах используется время H , необходимое для нагрева или охлаждения ИПТ до температуры, равной половине первоначальной разности $t_0 - t_{s,n}$ и аналогичное времени полураспада радиоактивных материалов. Взаимосвязь между H и ϵ_0 выражается следующим образом:

$$H = \epsilon_0 \ln 2 = 0,693\epsilon_0.$$

Время установления показаний. Из уравнения (4.8) можно определить продолжительность времени τ , в дальнейшем обозначаемую через τ_y , по прошествии которой разность температуры между средой и ИПТ не превышает заданного значения, т. е. ошибка измерения температуры среды будет равна наперед заданной величине $\Delta = t_s(\tau_y) - t_0$:

$$\tau_y = \epsilon_0 \ln \left| \frac{\theta_n}{\Delta} \right| = \epsilon_0 \ln \left| \frac{t_{s,n} - t_0}{\Delta} \right|. \quad (4.11)$$

В выражении (4.11) стоит абсолютная величина отношения Φ_n/Δ . Промежуток времени τ_y называется временем установления показаний прибора, временем выдержки или временем недохода (см. рис. 4.2).

Если $\tau_y = 3\varepsilon_0$, то $\Delta = 0,05 \Phi_n$, т. е. температура ИПТ отличается от температуры среды всего на 5 %; при $\tau_y = 5\varepsilon_0$ $\Delta = 0,007 \Phi_n$ и процесс изменения температуры почти заканчивается.

Отношение полной теплоемкости термодатчика C к поверхности S , соприкасающейся с окружающей средой, для данного ИПТ является величиной постоянной и называется его тепловым фактором Φ [30].

Если ИПТ изготовлен из n различных материалов с удельной теплоемкостью c_i , плотностью γ_i и объемом V_i для i -го материала, то

$$\Phi = \frac{C}{S} = \frac{1}{S} \sum_{i=1}^n c_i \gamma_i V_i. \quad (4.12)$$

Коэффициент теплоотдачи α в зависимости от условий измерений может изменяться в широких пределах: от 3—5 Вт/(м²·К) в спокойном газе до десятков тысяч единиц в интенсивно перемешиваемой жидкости. Следовательно, в отличие от процессов в электро- и радиотехнических системах постоянная времени ИПТ как тепловой системы не является постоянной и зависит от условий теплообмена. Следуя Д. Л. Оршанскому, параметр ε_0 принято называть показателем тепловой инерции ИПТ (ГОСТ 8.009—84).

Выражение для ε_0 с учетом обозначения (4.12) запишется в виде

$$\varepsilon_0 = \Phi/\alpha, \quad (4.13)$$

Зависимость показателя тепловой инерции ε_0 от коэффициента теплоотдачи α по предложению Г. М. Кондратьева принято называть характеристической кривой тепловой инерции ИПТ. Как следует из формулы (4.13), характеристическая кривая простейшего ИПТ является гиперболой. При увеличении коэффициента теплоотдачи показатель ε_0 быстро уменьшается. Казалось бы, что путем интенсификации процесса теплообмена (увеличения α и уменьшения Φ) можно сделать ИПТ сколь угодно малой инерционности. Это заключение, однако, является ошибочным. С ростом коэффициента теплоотдачи α нарушается одна из основных предпосылок теории — требование равномерности распределения температуры по объему ИПТ (см. § 3.4).

Вопрос о минимально возможном значении показателя тепловой инерции системы тел, в том числе и ИПТ, был подробно разобран в гл. 3.

Пример 4.1. Для уменьшения инерционности измерителей температуры их термочувствительным элементам придают различную форму (рис. 4.5). Например, резервуары жидкостных стеклянных или манометри-

ческих термометров выполняют в виде пластин, цилиндров, свернутых в спираль, придают им U-образную форму, снабжают радиаторами и т. п. Требуется оценить, насколько применяемые конструктивные меры могут изменить показатель тепловой инерции, если объем ИПТ (объем термометрической жидкости или газа) остается неизменным).

Из уравнений (4.12) и (4.13) следует, что для двух равновеликих по объему ИПТ 1 и 2 ($V_1 = V_2 = V$) отношение их показателей инерции

$$\frac{e_{01}}{e_{02}} = \frac{\Phi_1}{\Phi_2} \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = \frac{S_2}{S_1} \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

Проведем численную оценку знаменателя e_0 для ИПТ шаровой и цилиндрической формы. За основу примем ИПТ шаровой формы, имеющий радиус $R_{ш}$.

Пусть ИПТ имеет форму цилиндра, радиус которого $R_{ц} = 0,5 R_{ш}$, тогда из условия равенства объемов высота цилиндра $l = 16/3 R_{ш} = 32/3 R_{ц}$, а отношение поверхностей $S_{ш}/S_{ц} = 0,69$.

Если пренебречь влиянием коэффициента теплоотдачи излучением, то отношения коэффициентов конвективной теплоотдачи при ламинарной свободной конвекции по уравнению (2.34) при $n = 1/4$ и при ламинарной вынужденной конвекции согласно первому из уравнений (2.40) соответственно будут

$$\frac{\alpha_{ш}}{\alpha_{ц}} = \left(\frac{R_{ц}}{R_{ш}} \right)^{1/4} = 0,84;$$

$$\frac{\alpha_{ш}}{\alpha_{ц}} = \sqrt{\frac{R_{ц}}{R_{ш}}} = 0,71.$$

При этом предполагается, что цилиндр расположен горизонтально при свободной и нормально по отношению к потоку при вынужденной конвекции. Таким образом, знаменатель показателя инерции при замене шаровой ИПТ равновеликим по объему цилиндрическим будет составлять $e_{0ц}/e_{0ш} = 0,58$ и $0,49$ при свободной и вынужденной конвекции.

Выполненный расчет показывает, что при сохранении объема ИПТ изменить показатель его инерции в результате изменения теплового фактора Φ и сопутствующего ему изменения коэффициента теплоотдачи α можно в несколько раз. Заметное влияние на коэффициент теплоотдачи при этом оказывают различного рода изгибы, шероховатости, ребра. Следует, однако, иметь в виду, что значительно снижать инерционность за счет уменьшения теплового фактора не удается, так как при этом увеличивается один из линейных размеров ИПТ. Последнее делает невозможным проведение локальных замеров температуры, кроме того, при значительной величине одного из размеров может быть нарушено требование о равномерности распределения температуры и использование исходной формулы (4.13) становится невозможным.

Пример 4.2. Для определения охлаждающей способности воздуха в помещении используются приборы, называемые кататермометрами. По своему

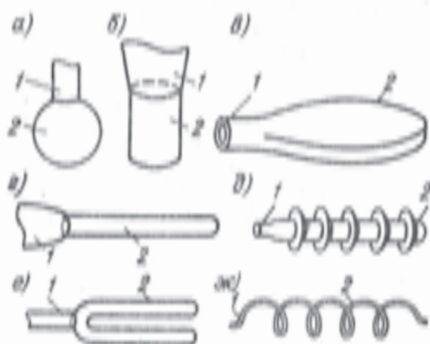


Рис. 4.5. Схематическое изображение формы ИПТ: а — шаровой; б — цилиндрической; в — плоский «лепешечный»; г — удлиненный цилиндрический; д — цилиндрический с дополнительными дисками (радиаторами); е — U-образный цилиндрический; ж — цилиндрический спиралеобразный. 1 — передаточный элемент ИПТ; 2 — чувствительный элемент ИПТ

устройству кататермометр одностепен палочному ртутно-стекляниному термометру, отличающийся от последнего лишь размерами резервуара и сравнительно маленьким диапазоном температуры. Требуется рассчитать показатель тепловой инерции кататермометра с шаровым резервуаром при его охлаждении в спокойном воздухе, температура которого $t_0 = 20^\circ\text{C}$. Диаметр резервуара термометра $d = 1,71 \cdot 10^{-3}$ м, диаметр стержня $d_c = 8,6 \cdot 10^{-3}$ м (см. рис. 4.5, а), объем резервуара $V = 2,62 \cdot 10^{-8}$ м³.

Так как объемная теплоемкость стекла близка к объемной теплоемкости ртути, а оболочка резервуара тонкая, можно принять, что весь объем V наполнен ртутью. С учетом этого тепловой фактор $\Phi = 5,7 \cdot 10^3$ Дж/(м³·К).

Коэффициент конвективной теплоотдачи при свободном движении воздуха находим по уравнению (2.34): $\alpha_k = 7,8$ Вт/(м²·К).

Коэффициент теплоотдачи излучением определяем по уравнению (2.22) при коэффициенте черноты $\epsilon = 0,9$; $\alpha_d = 5,7$ Вт/(м²·К).

Подставляя Φ и полный коэффициент теплоотдачи α в формулу (4.13), получаем показатель инерции $e_0 = 420$ с. Экспериментальное значение $e_0 = 412$ с.

Оценка неравномерности температуры в кататермометре по уравнению (3.22) дает $\Psi_1 = 0,997$, что подтверждает применимость элементарной теории теплообмена.

В заключение определим время τ_y , по истечении которого температура кататермометра будет отличаться от температуры среды на 1 К. Подставляя в уравнение (4.11) значения e_0 , $\Phi_{s,n} = 22$ К и $\Delta = 1$ К, получаем $\tau_y = 22$ мин.

4.3. Погрешности измерения нестационарной температуры среды

Температура — линейная функция времени. Если температура среды, в которой находится ИПТ, с течением времени изменяется по прямолинейному закону (3.85), то изменение температуры ИПТ $t_s(\tau)$, найденное из уравнения (4.6) при условии (4.7), будет следующим:

$$t_s(\tau) = (t_{s,n} - t_0) e^{-\tau/e_0} + t_0 + b\tau - be_0(1 - e^{-\tau/e_0}).$$

При τ достаточно большом это выражение упрощается и принимает вид

$$\Phi_e = [t_s(\tau) - t_c(\tau)] = -be_0. \quad (4.14)$$

Температура ИПТ изменяется с той же скоростью, что и температура среды, а из-за тепловой инерции в результате измерений вносится постоянная ошибка $\Phi_e = -be_0$ (рис. 4.6). Величина Φ_e не превышает заданного значения Δ , если $|\Delta| \geq be_0$.

Уравнение (4.14) может быть использовано для практического определения показателя тепловой инерции e_0 , если закон изменения температуры среды в опыте мало отличается от прямолинейного.

В качестве примера определим погрешность измерения температуры атмосферы аэрометеорографом при вертикальной скорости подъема $v = 2$ м/с. Температура метеорографа $t_{s,n}$ в начальный момент времени совпадает с температурой воздуха t_0 на уровне земли и равна 15°C .

Принимая стандартный градиент температуры в атмосфере $dt_e/dh = -0,65 \cdot 10^{-3}$ К/м, где h — высота подъема, определим скорость изменения температуры воздуха во времени $b = v dt_e/dh = -1,3 \cdot 10^{-3}$ К/с.

Показатель инерции метеорографа $e_0 = 30$ с; установившееся опережение в показаниях метеорографа (ошибка измерения) по формуле (4.14) составляет $t_s(\tau) - t_e(\tau) = -be_0 = 0,4$ К. Время



Рис. 4.6. Случай прямолинейного изменения температуры среды
1 — температура среды; 2 — температура ИПТ; $t_{0,n}$ и t_0 — начальная температура ИПТ и среды; ϕ_0 — погрешность измерения в установившемся режиме

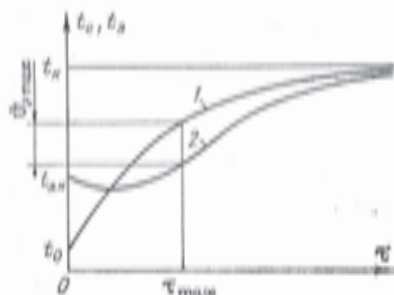


Рис. 4.7. Экспоненциальное изменение температуры
1 — температура среды; 2 — температура ИПТ

наступления квазистационарного режима τ_y , при котором опережение будет отличаться от максимального его значения на 5%, как следует из уравнения для t_s , равно $3e_0$ и составляет 90 с, что соответствует высоте подъема 180 м.

Экспоненциальное изменение температуры среды по закону

$$t_e(\tau) = t_0 + (t_k - t_0) \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\kappa}\right) \right], \quad (4.15)$$

где t_0 и t_k — начальное и конечное значения температуры среды; κ — показатель изменения температуры среды со временем.

Решая уравнение (4.6) и принимая, что $t_s(0) = t_{s,n}$, получаем следующее выражение для погрешности показаний ИПТ $\phi_s(\tau)$:

$$\begin{aligned} \phi_s(\tau) = t_s(\tau) - t_e(\tau) = (t_{s,n} - t_0) \exp\left(-\frac{\tau}{e_0}\right) + (t_k - t_0) \times \\ \times \frac{e_0}{e_0 - \kappa} \left[\exp\left(-\frac{\tau}{\kappa}\right) - \exp\left(-\frac{\tau}{e_0}\right) \right]. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Максимальное значение погрешности $\phi_{s, \max}$ при $t_0 = t_{s,n}$ будет в момент времени, равный

$$\tau_{\max} = \frac{e_0 \kappa}{\kappa - e_0} \ln \frac{\kappa}{e_0}.$$

Графическое изображение процесса изменения температуры ИПТ при экспоненциальном ходе температуры среды дано на рис. 4.7. Здесь $\tau_{\max}$ должно определяться из уравнения (4.16).

В зависимости от соотношения между κ и ϵ_0 из уравнений (4.15) и (4.16) как частные случаи получаются формулы (4.8) и (4.14).

Циклическое изменение температуры среды. Пусть начальная температура ИПТ равна $t_{s,н}$, а температура среды $t_c(\tau)$ колеблется около среднего значения t_0 с амплитудой a_t и циклической частотой ω по закону (3.30), тогда, как следует из уравнения (4.6),

$$t_s(\tau) = \left(t_{s,н} - t_0 - \frac{a_t}{1 + \omega^2 \epsilon_0^2} \right) \exp\left(-\frac{\tau}{\epsilon_0}\right) + t_0 + a_s \cos(\omega\tau + \varphi), \quad (4.17)$$

где $T = 2\pi/\omega$ — период колебаний температуры среды; ϵ_0 — показатель тепловой инерции ИПТ;

$$a_s = a_t \cos \varphi = \frac{a_t}{\sqrt{1 + \omega^2 \epsilon_0^2}}; \quad \varphi = -\arctg(\omega \epsilon_0). \quad (4.18)$$

По прошествии некоторого времени с момента начала измерений первым членом в выражении (4.17) можно пренебречь. Следовательно, температура ИПТ $t_s(\tau)$ будет изменяться относительно средней температуры t_0 с той же частотой ω , что и $t_c(\tau)$, но с амплитудой $a_s < a_t$. Кривая $t_s(\tau)$ сдвинута от $t_c(\tau)$ по фазе на угол φ или отстает по времени на $\tau_s = -\varphi/\omega$. Погрешность показаний ИПТ при измерении периодически изменяющейся температуры среды определится в виде

$$\begin{aligned} \theta_s(\tau) = t_s(\tau) - t_c(\tau) = & \left(t_{s,н} - t_0 - \frac{a_t}{1 + \omega^2 \epsilon_0^2} \right) \exp\left(-\frac{\tau}{\epsilon_0}\right) - \\ & - a_0 \sin(\omega\tau + \varphi), \end{aligned} \quad (4.19)$$

$$\text{где } a_0 = a_t \sin \varphi = -a_t \frac{\omega \epsilon_0}{\sqrt{1 + \omega^2 \epsilon_0^2}},$$

Для того чтобы величина a_0 не превышала заданного значения погрешности Δ , необходимо соблюдение неравенства

$$\epsilon_0 < \frac{1}{\omega \sqrt{\left(\frac{a_t}{\Delta}\right)^2 - 1}} \approx \frac{|\Delta|}{\omega a_t},$$

здесь $|\Delta|$ — абсолютная допустимая погрешность измерения.

Из рис. 4.8 видно, что в установившемся процессе, когда начальная температура перестала оказывать влияние, точки пересече-

чения кривой температуры термоприемника с температурой среды $t_0(\tau)$ являются точками экстремума $t_s(\tau)$. Эта особенность легко доказывается и аналитически. Закономерности (4.17) — (4.19) могут быть положены в основу определения показателя инерции ИПТ ε_0 .

Отношение амплитуды колебаний температуры ИПТ a_s к амплитуде температуры среды a_t , рассматриваемое в зависимости от частоты колебаний ω , называют амплитудно-частотной характеристикой ИПТ $A_s(\omega)$ (см. гл. 3). Зависимость $\varphi_s(\omega)$, определяемая

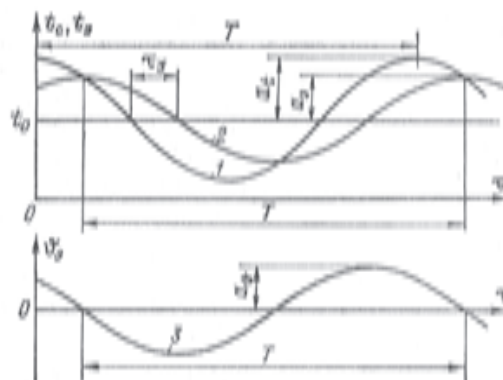


Рис. 4.8. Периодическое изменение температуры
1 — температура среды $t_0(\tau)$; 2 — температура ИПТ $t_s(\tau)$; 3 — погрешность намерения $\delta_s(\tau)$; T — период колебаний

по второму из уравнений (4.18), является его фазочастотной характеристикой. Введя в рассмотрение обобщенную частоту

$$\Omega_0 = \omega \varepsilon_0, \quad (4.20)$$

из выражений (4.18) получаем

$$A_s(\Omega_0) = 1/\sqrt{1 + \Omega_0^2}; \quad \varphi_s(\Omega_0) = -\arctg \Omega_0. \quad (4.21)$$

Частотные характеристики простейшего ИПТ, построенные по формулам (4.21), показаны на рис. 4.9. При изменении ω или обобщенной частоты Ω_0 от нуля до бесконечности амплитудно-частотная характеристика изменяется от 1 до 0, а фазовый сдвиг — от 0 до $-\pi/2$.

Вместо характеристик $A_s(\Omega_0)$ и $\varphi_s(\Omega_0)$ можно пользоваться единой амплитудно-фазовой частотной характеристикой, построенной на комплексной плоскости.

Функция $Y_0(s)$ выражения (4.3), являющаяся отношением преобразованной по Лапласу температуры ИПТ и среды, называется передаточной функцией ИПТ (см. гл. 3). При замене s на $i\Omega_0$ в

$Y_c(s)$ получаем выражение для амплитудно-фазовой частотной характеристики ИПТ при условии $\mu_c = 1$:

$$Y_c(i\Omega_0) = \frac{1}{1 + i\Omega_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + \Omega_0^2}} e^{-i \operatorname{arctg} \Omega_0}.$$

Эта характеристика изображена в полярных координатах на рис. 4.10. Она имеет вид полуокружности, каждая точка которой соответствует определенному значению частоты Ω_0 . С увеличением

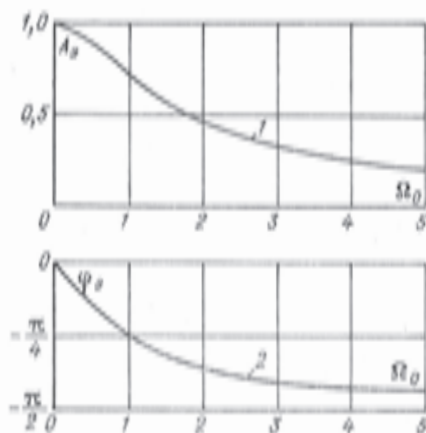


Рис. 4.9. Частотные характеристики ИПТ

1 — амплитудно-частотная характеристика;
2 — фазочастотная характеристика

показания ИПТ рассмотрим на частном примере. Пусть в момент начала воздействия температура ИПТ $t_{s,n}$ совпадала с температурой среды t_n . Изменение температуры $t_c(\tau)$ и $t_s(\tau)$ изображено на рис. 4.11. Температура $t_s(\tau)$ рассчитывается по следующим уравнениям:

$$t_s(\tau) = t_n - (t_n - t_n) \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_0}\right) \quad (0 \leq \tau \leq \tau_n); \quad (4.22)$$

$$t_s(\tau) = t_n + (t_{s,\max} - t_n) \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_0}\right) \quad (\tau \geq \tau_n), \quad (4.23)$$

где τ_n — длительность импульса; t_n — температура среды в момент окончания импульса; $t_{s,\max}$ — максимальная температура термодатчика в момент окончания действия импульса,

$$t_{s,\max} = t_n - (t_n - t_n) \exp\left(-\frac{\tau_n}{\tau_0}\right).$$

Условие разрешимости импульса может быть сформулировано в виде требования: в момент времени τ_n температура ИПТ $t_{s,\max}$

частоты амплитуда уменьшается, а фазовый сдвиг (запаздывание колебаний) φ_s возрастает. Так, например, при $\Omega_0 = 1$, т. е. при частоте колебаний температуры среды $\omega = 1/\tau_0$, получается $A_s = 0,707$, а $\varphi_s = -\pi/4$, следовательно, амплитуда колебаний температуры термодатчика составляет 71 % амплитуды колебаний температуры среды, а фазовое запаздывание равно 45° .

Многочисленные практические примеры применения элементарной теории теплообмена к различным практическим задачам приведены в книге Г. М. Кондратьева [30].

Импульсное изменение температуры среды и его влияние на

должна мало отличаться от t_k , т. е. $t_k - t_{s \max} \leq \Delta$, где Δ — заданная погрешность измерения.

Из уравнения (4.22) находим

$$t_k - t_{s \max} \leq \Delta, \text{ если } \tau_n / e_0 \geq \ln(t_k - t_n) / \Delta. \quad (4.24)$$

В тех случаях, когда импульс является вредной помехой, действие его на ИПТ можно оценить, рассчитав максимальное изменение температуры $t_{s \max} - t_n$. Отношение температур

$$(t_{s \max} - t_n) / (t_k - t_n) \leq \delta, \\ \text{если } \tau_n / e_0 \leq \delta.$$

Следовательно, если длительность импульса τ_n составляет лишь небольшую часть показателя инерции e_0 , т. е. $\tau_n / e_0 \leq 0,2$, то изменение температуры ИПТ не будет превышать δ от всей «высоты» ($t_k - t_n$) импульса температуры среды.

Реакция простейшего ИПТ на импульсные возмущения иной формы может быть рассчитана аналогичным образом [87].

Пример 4.3. Определить показатель тепловой инерции ИПТ, который бы измерял температуру газа в процессе его быстрого разогрева с относительной погрешностью, равной 5 % максимальной температуры перегрева. Процесс изменения температуры газа происходит так, как это показано на рис. 4.11. Длительность импульса $\tau_n = 10^{-3}$ с; начальная и максимальная температура газа соответственно равны: $t_n = 800$ К; $t_k = 3000$ К.

Так как по условию должно быть

$$(t_k - t_{s \max}) / (t_k - t_{s, n}) = 0,05,$$

то отставание в показаниях ИПТ к моменту окончания импульса $\Delta = t_k - t_{s \max} = 110$ К. Из уравнения (4.24) находим предельное допустимое значение показателя тепловой инерции $e_0 = 0,33 \cdot 10^{-3}$ с.

Пусть в качестве ИПТ выбран термометр сопротивления, изготовленный, например, из вольфрама. Оценим его диаметр, считая в первом приближении режим теплообмена пленочным (см. гл. 2) и пренебрегая коэффициентом теплоотдачи излучением. Для горизонтально расположенного цилиндра

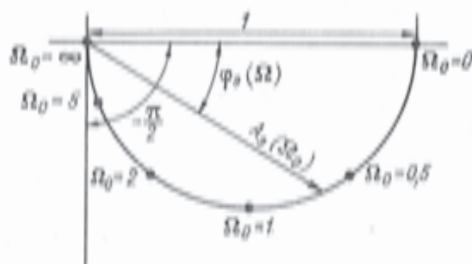


Рис. 4.10. Амплитудно-фазовая частотная характеристика ИПТ

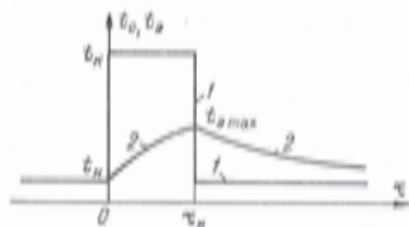


Рис. 4.11. Реакция ИПТ на импульсное изменение температуры
1 — температура среды; 2 — температура ИПТ

коэффициент теплоотдачи может быть определен по уравнению $Nu_m = 0,5$, подставив которое в уравнение (4.13), получаем

$$d \leq \sqrt{2\lambda_m \gamma_0 / (c\gamma)},$$

где c и γ — удельная теплоемкость и плотность вольфрама при определяющей температуре $t_m = 0,5$ ($t_n + t_k$) = 1900 К; λ_m — теплопроводность воздуха; d — диаметр термодатчика.

При температуре $t_m = 1900$ К для вольфрама $c = 0,155 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $\gamma = 1,93 \cdot 10^3$ кг/м³, а теплопроводность воздуха $\lambda_m = 0,10$ Вт/(м·К). В результате расчета $d \approx 5$ мкм.

Термодатчик такого диаметра трудно изготовить. Он будет обладать малой механической прочностью. Поэтому поставленное в задаче требование вряд ли может быть реализовано.

4.4. Измерение температуры в глубине и на поверхности объекта

А. В элементарной теории, базирующейся на уравнениях (4.1) и (4.2), предполагается, что объект обладает высокой теплопроводностью, т. е. его температура (см. рис. 4.1, б) равномерна по объему тела и равна t_τ (τ). По этой причине оценка погрешностей ИПТ при измерении температуры t_s (τ) в глубине объекта аналогична рассмотренным выше случаям измерения температуры среды t_c (τ). В расчетных соотношениях, указанных в § 4.2 и 4.3, необходимо лишь изменить t_c (τ) на t_τ (τ), а коэффициент теплоотдачи α — на коэффициент теплопередачи k_τ между ИПТ и объектом.

Б. Измерение температуры поверхности тела t_s (τ) сопряжено с необходимостью учета теплообмена ИПТ одновременно как с телом, так и со средой (рис. 4.1, в).

Стационарный процесс теплообмена. Пусть температура тела t_τ и среды t_c , а также мощность источника теплоты $\dot{W}_n$ в ИПТ постоянны во времени, тогда по аналогии с уравнением (3.2) из (4.2) находим статическую характеристику ИПТ:

$$t_s = y_\tau t_\tau + y_c t_c + y_w \dot{W}_n, \quad (4.25)$$

С учетом (4.4) выражение для статической погрешности измерения Δt_s принимает вид

$$\Delta t_s = t_s - t_\tau = \Delta t_\tau + \Delta t_w, \quad (4.26)$$

в котором

$$\Delta t_\tau = -y_c (t_\tau - t_c) = -\frac{\alpha S_c}{\alpha S_c + k_\tau S_\tau} (t_\tau - t_c); \quad (4.27)$$

$$\Delta t_w = y_w \dot{W}_n = \frac{\dot{W}_n}{\alpha S_c + k_\tau S_\tau}. \quad (4.28)$$

При пассивном ИПТ, когда $\dot{W}_n = 0$, абсолютная Δt_τ и относительная

$$\delta t_\tau = -y_c \frac{t_s - t_\tau}{t_\tau - t_c} \frac{\alpha S_c}{\alpha S_c + k_\tau S_\tau} \frac{t_s - t_\tau}{t_\tau - t_c} \quad (4.29)$$

погрешности измерения зависят от качества тепловой связи ИПТ с объектом. Действительно, $\delta t_\tau \ll 1$, если, как следует из уравнения (4.29), $y_e \ll 1$, т. е. $\alpha S_e \ll k_\tau S_\tau$. Отсюда вытекает и практическое требование максимальной изоляции ИПТ от среды, и минимизация полного термического сопротивления контакта $R_\tau = 1/k_\tau S_\tau$ между ИПТ и объектом.

Второе слагаемое уравнения (4.26) определяет статическую погрешность и обусловлено перегревом ИПТ при действии на него измерительного тока как источника теплоты мощностью W_n . По формуле (4.28) можно также оценивать величину Δt_w при измерении температуры среды и внутри объекта, последовательно принимая в (4.29) $k_\tau = 0$, $S = S_e$ или $\alpha = 0$, $S = S_\tau$.

Измерение нестационарной температуры тела при произвольных законах изменения воздействий $t_\tau(\tau)$, $t_e(\tau)$ и $W_n(\tau)$ для моментов времени τ , далеких от начального, определяется исходным уравнением теплообмена (4.1). После преобразований из формулы (4.1) находим следующее уравнение для оценки динамической погрешности $\Delta t_s(\tau)$ измерения температуры объекта:

$$\Delta t_s(\tau) = t_s(\tau) - t_\tau(\tau) = \Delta t_\tau(\tau) + \Delta t_w(\tau) - e_{e, \kappa} \frac{dt_s(\tau)}{d\tau}, \quad (4.30)$$

в котором составляющие погрешности $\Delta t_\tau(\tau)$ и $\Delta t_w(\tau)$ рассчитываются по формулам (4.27) и (4.28) при замене в них постоянных величин t_τ , t_e и W_n на текущие значения $t_\tau(\tau)$, $t_e(\tau)$ и $W_n(\tau)$.

Если изменение переменных $t_\tau(\tau)$, $t_e(\tau)$ и $W_n(\tau)$ задано, то ход показаний ИПТ $t_s(\tau)$ может быть определен на основе обратного преобразования уравнения (4.2) с использованием теоремы о свертке функций или таблиц обратного преобразования Лапласа.

Выделим характерный случай, когда ИПТ, первоначально имевший температуру $t_{s, \kappa}$, в момент времени $\tau = 0$ приводится в контакт с телом, имеющим постоянную температуру t_τ . Полагая дополнительно $t_e = \text{const}$ и $W_n = \text{const}$ и решая уравнение (4.2), находим простое динамическое соотношение:

$$\frac{t_{s, \text{ст}} - t_s(\tau)}{t_{s, \text{ст}} - t_{s, \kappa}} = \exp\left(-\frac{\tau}{\theta_{e, \kappa}}\right), \quad (4.31)$$

где $t_{s, \text{ст}}$ находится по выражению (4.25).

Уравнение (4.31) определяет переходный процесс изменения температуры $t_s(\tau)$; из него следует, что при $\tau \rightarrow \infty$ $t_s(\infty) = t_{s, \text{ст}}$. Время установления показаний τ_y оценивается по формуле (4.11) при подстановке в нее вместо t_0 значения $t_{s, \text{ст}}$, рассчитываемого по (4.25), и при замене e_0 на $e_{e, \kappa}$.

Измерение температуры жидкостей и газов

ГЛАВА ПЯТАЯ

Статические и динамические характеристики однородных термопреобразователей

5.1. Модель теплообмена однородного термопреобразователя

Элементарная теория тепловой инерции основана на предположении о равномерности распределения температуры по объему ИПТ и, как правило, не учитывает никаких возмущающих тепловых воздействий, всегда существующих в реальных условиях измерений. Для оценки погрешностей, вызванных влиянием излучения, теплоотвода, внутреннего подогрева, необходим более детальный анализ процесса теплообмена.

Для упрощения формулировки и решения задачи предположим, что ИПТ (его воспринимающая часть) изготовлен из однородного материала с известными теплофизическими свойствами. Конструктивное оформление ИПТ таково, что его температура в процессе нестационарного теплообмена зависит в основном только от одной координаты x и времени t . Такой моделью можно условно заменить некоторые конструкции незащищенных или малогабаритных ИПТ: термопар, проволочных термометров сопротивления, термоанемометров (рис. 5.1, а), плоских (пластинчатых) термометров сопротивления (рис. 5.1, б), составных ИПТ различных типов, выполненных в виде стержней (рис. 5.1, в), если распределение температуры в поперечном сечении можно принять равномерным или взять среднюю по сечению температуру. Тонкие проволочные сваренные встык термопары также можно представить в виде модели, представленной на рис. 5.1, а, если теплофизические свойства и диаметры термоэлектродов близки друг к другу.

Конструктивные и физические параметры модели однородного ИПТ следующие: длина L , определяющий поперечный размер R , площадь σ и периметр p поперечного сечения ИПТ; теплопроводность λ и коэффициент температуропроводности a материала ИПТ в продольном направлении (вдоль координаты x); эффективная или действительная теплопроводность λ_σ в поперечном сечении

ИПТ; действительные или эффективные удельная теплоемкость c и плотность материала γ ИПТ.

Важнейшими режимными факторами, определяющими теплообмен ИПТ (рис. 5.2), являются: 1) температура исследуемой среды $t_e(\tau)$ в градусах Цельсия или $T_e(\tau)$ в кельвинах; 2) температура стенок канала, по которому проходит жидкость (газ) или температура экрана (если таковой имеется) $t_{\text{экp}}(\tau)$ или $T_{\text{экp}}(\tau)$; 3) температура основания ИПТ или стенки, где он закреплен, $t_{\text{осн}}(\tau)$ или $T_{\text{осн}}(\tau)$; 4) плотность внешних источников теплоты $q(\tau)$ в расчете на единицу площади наружной поверхности ИПТ; 5) плотность внутренних источников теплоты $\omega(\tau)$ в расчете на единицу объема ИПТ.

Интенсивности теплообмена ИПТ характеризуются коэффициентом конвективной теплоотдачи к исследуемой среде α_n и коэффициентом теплоотдачи излучением $\alpha_{\text{л}}$ между ИПТ и экраном или стенкой.

Распределение температуры в продольном x и поперечном направлениях ИПТ в общем случае неравномерное. В зависимости от конструктивного оформления чувствительный элемент ИПТ регистрирует либо среднюю по сечению σ температуру $t_\sigma(x, \tau)$ для ИПТ, показанных на рис. 5.1, а, б, либо центральную температуру $t_0(x, \tau)$, если чувствительный элемент расположен по оси (рис. 5.1, в) или в центральной плоскости (рис. 5.1, г) ИПТ.

Чувствительный элемент термопар и «бусинок» полупроводниковых терморезисторов сосредоточен в точке $x=0$, что соответствует температуре $t(0, \tau)$. Для металлических или полупроводниковых термометров сопротивления, а также манометрических термометров, чувствительный элемент которых расположен на некоторой длине l , происходит осреднение температуры на этом участке и измеряется средняя температура:

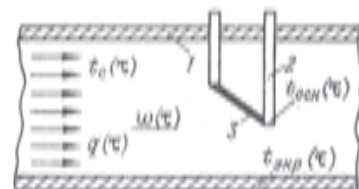


Рис. 5.2. Схема тепловых воздействий

1 — стенка канала или экран; 2 — основание (державка) ИПТ; 3 — ИПТ

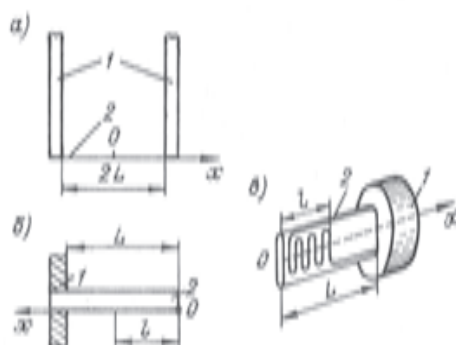


Рис. 5.1. Модели однородных термopриемников: а — проволочные термометры сопротивления, термоанемометры или термопары; б — ИПТ стержневого типа; в — пластинчатые ИПТ

1 — основание ИПТ, державка или стенка; 2 — собственно ИПТ; l — длина, на которой расположен чувствительный элемент; L — определяющая длина ИПТ; $0x$ — система координат

$$t_0(l, \tau) = \frac{1}{l} \int_0^l t_0(x, \tau) dx; \quad t_\sigma(l, \tau) = \frac{1}{l} \int_0^l t_\sigma(x, \tau) dx. \quad (5.1)$$

При $l \rightarrow 0$ имеем $t_0(l, \tau) = t_0(0, \tau)$; $t_\sigma(l, \tau) = t_\sigma(0, \tau)$.

В соответствии с определениями § 3.2 базовой математической моделью однородных ИПТ является их дифференциальное уравнение теплообмена, связывающее воздействия температуры $t_c(\tau)$ и $t_{\text{вкр}}(\tau)$, тепловых потоков $q(\tau)$ и $w(\tau)$ со средними по поперечному сечению σ и по периметру p температурами ИПТ $t_\sigma(x, \tau)$ и $t_p(x, \tau)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_\sigma(x, \tau)}{\partial \tau} - a \frac{\partial^2 t_\sigma(x, \tau)}{\partial x^2} + (m_k + m_n) t_p(x, \tau) = \\ = m_k t_c(\tau) + m_n t_{\text{вкр}}(\tau) + \frac{1}{c\gamma} w(\tau) + \frac{p}{c\gamma\sigma} q(\tau). \end{aligned} \quad (5.2)$$

Обоснование вывода уравнения (5.2) дано в работах [12, 87]. В уравнении (5.2) параметры m_k и m_n определяют конвективную и лучистую составляющие темпов теплообмена ИПТ:

$$m_k = \frac{\alpha_k p}{c\gamma\sigma}; \quad m_n = \frac{\alpha_n p}{c\gamma\sigma}. \quad (5.3)$$

Тепловой поток $q(\tau)$ от среды к ИПТ, возникающий в результате частичного торможения газового потока термоприемником, определяется соотношениями

$$\begin{aligned} q(\tau) = \alpha_n [t_c(\tau) + 273,15] F = \alpha_n F T_c(\tau); \\ F = r \frac{k-1}{2} M^2; \quad M = \frac{v}{a_{\text{ав}}}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Здесь r — коэффициент восстановления; k — отношение теплоемкостей газа при постоянном давлении и постоянном объеме (показатель адиабаты); M — число Маха; v — скорость газового потока; $a_{\text{ав}}$ — скорость распространения звука в газе при температуре $T_c(\tau)$. Воспользовавшись взаимосвязью между температурами $t_\sigma(x, \tau)$ и $t_p(x, \tau)$, устанавливаемой по формуле (3.90) приближенно с помощью критерия неравномерности распределения температуры Ψ , а также выражением (5.4) и вводя абсолютные значения температуры, взамен уравнения теплообмена (5.2) получаем уравнение, содержащее только температуру $T_\sigma(x, \tau)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_\sigma(x, \tau)}{\partial \tau} - a \frac{\partial^2 T_\sigma(x, \tau)}{\partial x^2} + (m_k + m_n) \Psi T_\sigma(x, \tau) = \\ = m_k \Psi (1 + F) T_c(\tau) + m_n \Psi T_{\text{вкр}}(\tau) + \frac{1}{c\gamma} w(\tau). \end{aligned} \quad (5.5)$$

Критерий Ψ в диапазоне его значений $0,6 < \Psi \leq 1$ рассчитывается по формуле (3.94):

$$\Psi = \left[1 + \frac{(\alpha_n + \alpha_l) R}{(3 + n) \lambda_{\sigma}} \right]^{-1}, \quad (5.6)$$

в которой для ИПТ цилиндрической формы $n=1$, а определяющий размер совпадает с их радиусом R . Для пластинчатых ИПТ размер R равен их полутолщине, а $n=0$.

Преобразователь закрепляется в опорах, державках (рис. 5.1, а), в массивном основании (рис. 5.1, в) или непосредственно в стенке канала или резервуара, где находится газ (рис. 5.1, б). Во всех случаях температура в месте контакта рабочей части ИПТ с более массивными деталями близка к температуре последних $t_{\text{осн}}(\tau)$, так что

$$T_{\sigma}(x, \tau)|_{x=L} = T_{\text{осн}}(\tau). \quad (5.7)$$

Распределение температуры вдоль оси x ИПТ (рис. 5.1, а) симметрично относительно $x=0$, а тепловой поток, рассеиваемый с торцевой части ИПТ (рис. 5.1, б, в), пренебрежимо мал по сравнению с потоком через его боковую поверхность, поэтому

$$\left. \frac{\partial T_{\sigma}(x, \tau)}{\partial x} \right|_{x=0} = 0, \quad (5.8)$$

Применяя к уравнению (5.5) преобразование Лапласа и решая его с учетом (5.7), (5.8) и начального условия $T_{\sigma}(x, 0) = T_n = t_n + 273,15$, получаем

$$T_{\sigma}(l, s) = Y_e T_e(s) + Y_{\text{осн}} T_{\text{осн}}(s) + Y_{\text{вкр}} T_{\text{вкр}}(s) + Y_w [W(s) + c\gamma T_n]. \quad (5.9)$$

Здесь $T_{\sigma}(l, s)$ — изображение средней на участке l температуры $T_{\sigma}(l, \tau)$ — см. определение (5.1); s — параметр преобразования Лапласа; $T_e(s)$, $T_{\text{осн}}(s)$ и $T_{\text{вкр}}(s)$ — изображения абсолютной температуры $T_e(\tau)$, $T_{\text{осн}}(\tau)$ и $T_{\text{вкр}}(\tau)$; $W(s)$ — изображение функции источника теплоты $w(\tau)$; Y_e , $Y_{\text{осн}}$, $Y_{\text{вкр}}$ и Y_w — передаточные функции однородного термоприемника соответственно по отношению к воздействиям $T_e(\tau)$, $T_{\text{осн}}(\tau)$, $T_{\text{вкр}}(\tau)$ и $w(\tau)$.

Структура передаточных функций следующая:

$$Y_e = m_n (1 + F) \Psi \Phi; \quad (5.10)$$

$$Y_{\text{вкр}} = m_n \Psi \Phi; \quad Y_{\text{осн}} = \frac{\text{sh } \beta \rho_l}{\beta \rho_l} \frac{1}{\text{ch } \beta}; \quad Y_w = \frac{1}{c\gamma} \Phi, \quad (5.11)$$

где

$$\varphi = \frac{1}{s + (m_k + m_d) \Psi} \left(1 - \frac{\operatorname{sh} \beta \rho_l}{\beta \rho_l} \frac{1}{\operatorname{ch} \beta} \right); \quad (5.12)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{s + (m_k + m_d) \Psi}{a}} L; \quad \rho_l = \frac{l}{L}. \quad (5.13)$$

Функция (5.10) определяет передачу и преобразование основного (полезного, информативного) сигнала — температуры среды $t_e(\tau)$, а функции (5.11) — передачу помехосоздающих воздействий — температуры $t_{\text{осн}}(\tau)$, $t_{\text{вкр}}(\tau)$, источника теплоты $w(\tau)$, а также влияние начальной температуры ИПТ t_n .

5.2. Составляющие суммарной погрешности измерения температуры среды

В стационарном режиме теплообмена все воздействия во времени постоянны и из уравнения (5.9) путем предельного перехода можно определить статическую характеристику однородного ИПТ в форме уравнения (3.2), а затем найти выражение для статической методической погрешности ИПТ. В соответствии с выражением (3.4) статическую погрешность измерения температуры текучей среды (жидкости, газа) $\Delta t(l)_{\text{ст}} = t_{\text{ст}}(l) - t_e = T_{\text{ст}}(l) - T_e$ можно выразить в виде суммы составляющих от каждого из четырех воздействий:

$$\Delta t(l)_{\text{ст}} = \Delta t_e + \Delta t_{\text{осн}} + \Delta t_{\text{вкр}} + \Delta t_w; \quad (5.14)$$

$$\Delta t_e = -[1 - m_k(1 + F) \Psi \varphi_{\text{ст}}] T_e = -\left[1 - (1 + F)(1 - \eta) \frac{\alpha_k}{\alpha_k + \alpha_d} \right] T_e; \quad (5.15)$$

$$\Delta t_{\text{осн}} = \eta T_{\text{осн}}; \quad \Delta t_{\text{вкр}} = m_d \Psi \varphi_{\text{ст}} T_{\text{вкр}} = \frac{(1 - \eta) \alpha_d}{\alpha_k + \alpha_d} T_{\text{вкр}}; \quad (5.16)$$

$$\Delta t_w = \frac{1}{c\gamma} \varphi_{\text{ст}} w = \frac{(1 - \eta) \sigma}{(\alpha_k + \alpha_d) \rho \Psi} w; \quad (5.17)$$

$$\eta = \frac{\operatorname{sh} \mu \rho_l}{\mu \rho_l} \frac{1}{\operatorname{ch} \mu}; \quad \varphi_{\text{ст}} = \frac{1 - \eta}{(m_k + m_d) \Psi}; \quad (5.18)$$

$$\mu = \sqrt{\frac{(m_k + m_d) \Psi}{a}} L = \sqrt{\frac{(\alpha_k + \alpha_d) \Psi \rho}{\lambda \sigma}} L. \quad (5.19)$$

Расчет методической погрешности при нестационарных режимах теплообмена базируется на решениях уравнения (5.9). Упрощенные соотношения между измеренной температурой $T_{\text{ст}}(l, \tau)$ и воздействиями находятся заменой точных уравнений передаточных функций (5.10), (5.11) их приближенными выражениями. Так, при относительно медленных изменениях $T_{\text{вкр}}(\tau)$, $T_{\text{осн}}(\tau)$, $w(\tau)$

и при выполнении условия $\mu \gg 3$ комплекс φ , определяемый выражением (5.12), можно заменить соотношением

$$\varphi = \frac{1 - \eta}{(m_k + m_d) \Psi} \frac{1}{1 + \varepsilon s} = \varphi_{\text{ст}} \frac{1}{1 + \varepsilon s}, \quad (5.20)$$

где

$$\varepsilon = \frac{1}{m} = \frac{1}{(m_k + m_d) \Psi} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{\eta}{1 - \eta} f(\mu) \right]; \quad (5.21)$$

$$f(\mu) = \mu \operatorname{th} \mu + 1 - \frac{\mu \rho_I}{\operatorname{th} \mu \rho_I}, \quad (5.22)$$

а остальные параметры находятся по формулам (5.3), (5.6), (5.13), (5.18) и (5.19).

Подстановка φ из (5.20) в (5.10), (5.11) и обратный переход от (5.9) к оригиналам устанавливают вид приближенного дифференциального уравнения связи между измеренным значением температуры и воздействиями для моментов времени τ , когда влиянием T_n можно пренебречь:

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{dT_{\sigma}(l, \tau)}{d\tau} + T_{\sigma}(l, \tau) = m_k \Psi (1 + F) \varphi_{\text{ст}} T_e(\tau) + \\ + m_d \Psi \varphi_{\text{ст}} T_{\text{зкр}}(\tau) + \varphi_{\text{ст}} \frac{1}{c\gamma} \omega(\tau) + \eta T_{\text{оен}}(\tau). \end{aligned} \quad (5.23)$$

С помощью выражения (5.23) суммарная методическая погрешность измерения нестационарной температуры газа (или жидкости) $\Delta t(l, \tau) = t_{\sigma}(l, \tau) - t_e(\tau) = T_{\sigma}(l, \tau) - T_e(\tau)$ запишется в виде

$$\Delta t(l, \tau) = \Delta t_e(\tau) + \Delta t_{\text{оен}}(\tau) + \Delta t_{\text{зкр}}(\tau) + \Delta t_{\omega}(\tau) + \Delta t_{\text{дин}}(\tau). \quad (5.24)$$

В уравнении (5.24) составляющие погрешности $\Delta t_e(\tau)$, $\Delta t_{\text{оен}}(\tau)$, $\Delta t_{\text{зкр}}(\tau)$ и $\Delta t_{\omega}(\tau)$ являются квазистационарными составляющими суммарной погрешности $\Delta t(l, \tau)$, т. е. рассчитываются по стационарным формулам (5.15) — (5.17), однако с учетом зависимости воздействий $T_e(\tau)$, $T_{\text{оен}}(\tau)$, $T_{\text{зкр}}(\tau)$ и $\omega(\tau)$ от времени.

Составляющая

$$\Delta t_{\text{дин}}(\tau) = -\varepsilon \frac{dT_{\sigma}(l, \tau)}{d\tau} = -\varepsilon \frac{dt_{\sigma}(l, \tau)}{d\tau}, \quad (5.25)$$

часто называемая динамической погрешностью, характеризует влияние теплоинерционных свойств ИПТ. Из выражения (5.25) следует, что значение динамической погрешности ИПТ пропорционально скорости изменения его показаний во времени.

Коэффициент пропорциональности ε , структура которого для однородных ИПТ определяется формулами (5.21), (5.22), (5.19),

(5.18), можно назвать обобщенным показателем тепловой инерции измерителя температуры при одновременном влиянии теплоотвода, теплообмена конвекцией и излучением и неравномерности температуры в ИПТ. Величина $m=1/\varepsilon$ характеризует полный темп теплообмена ИПТ. Из определения (5.25) следует, что в стационарных или квазистационарных режимах теплообмена ИПТ $\Delta t_{\text{дин}} = 0$.

В зависимости от соотношений между параметрами ИПТ и требований к оценке точности результата измерений структура составляющих уравнения (5.24) может видоизменяться. Приемы получения расчетных зависимостей и сопоставления решений, имеющих различную степень приближения, даны в работах [12, 87].

Как отмечалось в § 5.1, в некоторых конструкциях ИПТ чувствительный элемент регистрирует не среднюю по сечению σ и по длине l температуру $t_{\sigma}(l, \tau)$, а температуру $t_0(l, \tau)$ его центральной в сечении σ части на той же длине l . Пересчет найденной по уравнениям (5.5), (5.9), (5.14), (5.23) и (5.24) температуры $t_{\sigma}(l, \tau)$ на температуру $t_0(l, \tau)$ можно выполнить, пользуясь приближенным уравнением

$$t_0(l, \tau) - t_{\sigma}(l, \tau) = b_{1V} \left\{ \frac{1}{c\gamma} \omega(\tau) - \frac{d}{d\tau} \left[t_{\sigma}(l, \tau) + \frac{b_1}{c\gamma} \omega(\tau) \right] \right\}, \quad (5.26)$$

полученным с помощью соотношений (3.53) — (3.55). Коэффициенты b_{1V} и b_1 , согласно работе [88], имеют следующую структуру:

$$\left. \begin{aligned} b_{1V} &= \frac{R^2}{2(3+n)a_{\sigma}}; & b_1 &= \frac{R^2}{(1+n)a_{\sigma}} \frac{1 + \frac{1}{2} Bi}{Bi}; \\ Bi &= \frac{(\alpha_n + \alpha_d) R}{\lambda_{\sigma}}. \end{aligned} \right\} \quad (5.27)$$

В формулах (5.27) a_{σ} и λ_{σ} — эффективные значения коэффициента температуропроводности и теплопроводности в поперечном сечении ИПТ. При выборе R и n справедливы те же рекомендации, что и для критерия Ψ [см. формулу (5.6)].

Пример 5.1. Для измерения температуры воздушного потока, движущегося в канале со скоростью $v = 100$ м/с, применена изготовленная по схеме рис. 5.1, а медь—константановая термопара, диаметр термоэлектродов которой $d = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м, длина рабочей части $L = 10 \cdot 10^{-2}$ м. Требуется определить суммарную систематическую погрешность измерения температуры, если температура газа $t_g = 300$ °С, температура стенок канала $t_{\text{крб}} = 100$ °С, а температура державок (основания термопары) $t_{\text{осн}} = 200$ °С.

Так как процесс стационарный, то для расчета погрешности измерения можно воспользоваться выражениями (5.14) — (5.19). Принимая, что температура ИПТ не очень сильно отличается от температуры среды, по фор-

мулам конвективного теплообмена (2.40) при ламинарном режиме для поперечно обтекаемого цилиндра получаем $\alpha_n \approx 2 \cdot 10^3 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$.

Коэффициент теплоотдачи излучением α_d может быть оценен по формуле

$$\alpha_d = 5,67\epsilon_n \frac{\left(\frac{T}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_{\text{акр}}}{100}\right)^4}{T - T_{\text{акр}}},$$

где ϵ_n — степень черноты излучения поверхности ИПТ. Для окисленных поверхностей термоэлектродов приблизительно $\epsilon_n = 0,5$ и расчет дает $\alpha_d \approx 13 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$.

Критерий Ψ оценивается по формуле (5.6) и для константана [$\lambda = 40 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$] составляет 0,998. Для медного термоэлектрода Ψ еще выше, поэтому в последующих расчетах принимаем $\Psi = 1$.

По формулам (5.18) и (5.19) оцениваются комплексы μ и η с учетом того, что для терморпары $\mu = 0$. Расчет дает для медного термоэлектрода [$\lambda = 370 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$] $\mu = 3,3$, $\eta = 0,074$. Для константанового термоэлектрода $\mu \approx 10$ и $\eta \approx 0$.

Влияние аэродинамического нагрева оценивается по формулам (5.4). Скорость распространения звука в воздухе $a_{\text{ав}} = 20\sqrt{T_c} = 480 \text{ м/с}$, откуда $M = v/a_{\text{ав}} = 0,21$. Ориентировочно для поперечно обтекаемой терморпары коэффициент восстановления $r = 0,6$; для воздуха $k = 1,4$, поэтому фактор $F \approx 0,005$.

Далее по формулам (5.15) — (5.17) последовательно рассчитываются составляющие погрешности измерения для каждого из режимных факторов: $\Delta t_c = -0,075 T_c = -0,075 \cdot 573 \approx -43 \text{ К}$; $\Delta t_{\text{осн}} = 0,074 \cdot T_{\text{осн}} = 0,074 \cdot 473 = 35 \text{ К}$; $\Delta t_{\text{акр}} = 5,7 \cdot 10^{-3} \cdot T_{\text{акр}} = 5,7 \cdot 10^{-3} \cdot 373 = 2,1 \text{ К}$; $\Delta t_w = 0$.

Суммарная систематическая погрешность измерения $\Delta t(0)_{\text{ст}} = -43 + 35 + 2,1 \text{ К} \approx -6 \text{ К}$. Измеренное значение температуры $t_g(0)_{\text{ст}} = 294^\circ \text{C}$.

Пример 5.2. При условиях теплообмена, описанных в примере 5.1, найти уравнение для оценки погрешности измерения нестационарной температуры воздушного потока.

Расчет погрешности выполняется по уравнению (5.24). Принимая для медного термоэлектрода $c\gamma = 3,7 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}$, $a = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$, по формулам (5.3) находим $m_n = 10,8 \text{ л/с}$, $m_d = 0,07 \text{ л/с}$; по (5.21) полный темп теплообмена $m = 12,5 \text{ л/с}$, откуда показатель тепловой инерции $v = 1/m \approx 0,08 \text{ с}$.

На основе данных предыдущего примера получаем: $\Delta t_c(\tau) = -0,075 T_c(\tau)$; $\Delta t_{\text{осн}}(\tau) = 0,074 T_{\text{осн}}(\tau)$, $\Delta t_{\text{акр}}(\tau) = 5,7 \cdot 10^{-3} T_{\text{акр}}(\tau)$, $\Delta t_w = 0$. Динамическая составляющая погрешности оценивается по уравнению (5.25): $\Delta t_{\text{дин}}(\tau) = -0,08 dT_g(0, \tau)/d\tau \approx -0,08 dt_c(\tau)/d\tau$. Значение $|\Delta t_{\text{дин}}(\tau)| \leq 1 \text{ К}$, если $dt_c(\tau)/d\tau \leq 13 \text{ К/с}$.

Таким образом, уравнение для оценки суммарной систематической погрешности измерения температуры газа имеет вид

$$\Delta t(0, \tau) = t_g(0, \tau) - t_c(\tau) = -0,075 T_c(\tau) + 0,074 T_{\text{осн}}(\tau) + 5,7 \cdot 10^{-3} T_{\text{акр}}(\tau) - 0,08 dT_c/d\tau.$$

Предполагается, что скорости изменения температуры $T_{\text{осн}}(\tau)$ и $T_{\text{акр}}(\tau)$ относительно невелики, т. е. погрешности от изменения во времени температуры $T_{\text{осн}}(\tau)$ и $T_{\text{акр}}(\tau)$ много меньше погрешностей, входящих в уравнение для $\Delta t(0, \tau)$.



Н. А. Ярышев с коллегами в лаборатории Теплофизики



*Доцент кафедры Теплофизики Н.А.Ярышев.
Фотография с Доски почета ЛИТМО. 1960-е гг.*

5.3. Оценка влияния различных факторов на точность измерения температуры

Уравнения (5.14) и (5.24), определяющие методическую погрешность однородных ИПТ, удобно использовать для получения предельных оценок, минимизирующих различные ее составляющие. Из всего комплекса параметров, одновременно действующих в реальных условиях, можно выделить несколько наиболее характерных, изменением которых удастся снижать погрешность измерения температуры. Рассмотрим последовательно влияние этих факторов.

Неравномерность распределения температуры по поперечному сечению термоприемника. Для однородных ИПТ степень неравномерности распределения температуры по сечению σ ИПТ учитывается критерием Ψ , оцениваемым по формуле (5.6). Для цилиндрических и пластинчатых ИПТ неравномерность температуры по сечению σ не превышает 1 % ($\Psi \geq 0,99$), если соответственно выполняются условия [88]:

$$[(\alpha_k + \alpha_l) R]/\lambda_{\sigma} \leq 0,04 \quad \text{и} \quad [(\alpha_k + \alpha_l) R]/\lambda_{\sigma} \leq 0,03. \quad (5.28)$$

При выполнении неравенств (5.28) в приведенных выше расчетных зависимостях с погрешностью не более 1 % можно полагать $\Psi = 1$. Для составных ИПТ, когда чувствительный элемент отделен от исследуемой среды защитной оболочкой, требуются иные оценки, и соотношения (5.28) можно использовать как ориентировочные.

Газодинамический нагрев термоприемника. Нагрев ИПТ в результате торможения им высокоскоростного потока газа учитывается критерием F , определяемым формулами (5.4). Для двухатомных газов показатель адиабаты $k = 1,4$, и для всех ИПТ с коэффициентами восстановления $r \approx 0,5-0,99$ значение фактора $F < 0,01$ при значении числа $M < 0,2$.

При измерении температуры высокоскоростных потоков газа, если составляющие погрешности $\Delta t_{\text{осн}}$, $\Delta t_{\text{экв}}$, $\Delta t_{\text{в}}$ пренебрежимо малы, из уравнения (5.14) находится оценочная формула для составляющей систематической погрешности Δt_c , обусловленной только преобразованием кинетической энергии газового потока в теплоту:

$$\Delta t_c = t_s - t_c = F T_c = r \frac{k-1}{2} M^2 (t_c + 273,15), \quad (5.29)$$

где t_s — температура чувствительного элемента ИПТ; t_c — температура газового потока. Из формулы (5.29) следует, что превышение температуры чувствительного элемента зависит от скорости набегающего потока, коэффициента восстановления, состава газа и термодинамической температуры потока. При скорости движения газа менее 60 м/с $\Delta t_c \leq 2$ К.

Измерение температуры высокоскоростных потоков газа имеет свою специфику: ИПТ, помещенный в такой поток, как следует из формулы (5.29), принципиально не может измерить термодина-

мическую (действительную) температуру потока. Поэтому стремятся разработать такие конструкции измерителей температуры, значения коэффициентов восстановления которых при стационарном течении газа слабо зависели бы от температуры потока, его скорости и числа Маха (см. § 7.2).

Расчет конструкций ИПТ, определение их коэффициентов восстановления и практические приемы использования ИПТ при контроле высокоскоростных потоков газа составляют предмет специальных исследований [15, 53] (см. § 7.2).

Теплообмен излучением со стенками канала или экрана. Составляющая погрешности $\Delta t_{\text{изр}}$ возникает при измерении температуры газов и вызвана теплообменом излучением между ИПТ и окружающими его телами и средами. При отсутствии теплоотвода ($\eta = 0$), газодинамического и внутреннего нагрева ($P = 0$, $w = 0$) уравнение (5.14) переходит в следующее:

$$\Delta t(l)_{\text{ст}} = t_s - t_c = \frac{\alpha_{\text{л}}}{\alpha_{\text{к}} + \alpha_{\text{л}}} (t_{\text{изр}} - t_c) = \frac{\alpha_{\text{л}}}{\alpha_{\text{к}}} (t_{\text{изр}} - t_s), \quad (5.30)$$

где обозначено $t_s = t_{\sigma}(l)$. Требование малости ошибки сводится к выполнению условий

$$\alpha_{\text{л}}/\alpha_{\text{к}} \rightarrow 0; \quad t_{\text{изр}} \rightarrow t_c, \quad (5.31)$$

т. е. к интенсификации конвективного теплообмена (увеличению $\alpha_{\text{к}}$) или к созданию системы экранов, затрудняющих теплообмен излучением (уменьшение $\alpha_{\text{л}}$) (см. § 5.4).

Так как коэффициенты конвективной $\alpha_{\text{к}}$ и лучистой $\alpha_{\text{л}}$ теплоотдачи зависят от температуры, уравнения (5.30) являются нелинейными и должны решаться совместно с уравнениями (2.21) — (2.23) и соответствующими уравнениями коэффициентов конвективной теплоотдачи. Если температура газа t_c и температура стенок канала $t_{\text{изр}}$ известны, то погрешность измерения $\Delta t(l)_{\text{ст}} = t_s - t_c$ находится следующим образом. По уравнениям (2.21) — (2.23) рассчитывается коэффициент $\alpha_{\text{л}}$, а по формулам конвективной теплоотдачи (см. гл. 2) находится значение $\alpha_{\text{к}}$ в предположении, что температура ИПТ t_s и температура среды t_c совпадают, т. е. $t_s \approx t_c$. Затем по найденному из уравнений (5.30) значению t_s уточняются коэффициенты $\alpha_{\text{к}}$ и $\alpha_{\text{л}}$ и снова определяется уточненное значение t_s . Этот прием последовательного приближения обычно приводит к результату после второго или третьего этапа вычислений.

Обратная задача — нахождение $\Delta t(l)_{\text{ст}}$ или температуры среды t_c по известным значениям t_s и $t_{\text{изр}}$ — решается более просто. По формулам (2.22), (2.23) определяется коэффициент $\alpha_{\text{л}}$. В предположении, что $t_s \approx t_c$ находится $\alpha_{\text{к}}$. Затем определяется температура t_c в первом приближении, уточняется значение $\alpha_{\text{к}}$ и вновь определяется t_c .

Пример 5.3. По трубе диаметром 0,1 м и длиной 1,2 м со скоростью $v = 4,52$ м/с пропускают газообразные продукты сгорания от газовой горелки. Термоприемник установлен против потока газа по оси трубы таким образом, что ошибка теплоотвода отсутствует, и показывает температуру $t_a = 466$ °С. Температура стенок $t_{\text{кр}} = 258$ °С. Требуется оценить истинную температуру газа, которая в опыте оказалась равной $t_c = 510$ °С [87].

Так как подробное описание ИПТ не дано, расчет проведем для термоприемников с определяющими размерами $d = 3 \cdot 10^{-3}$ и $2 \cdot 10^{-3}$ м. Коэффициент черноты поверхности ИПТ в приемлемом равным 0,5. Соотношение между поверхностями ИПТ и стенок трубы таково, что приведенная степень черноты $\epsilon_{\text{пр}} = \epsilon$. Поэтому коэффициент теплоотдачи излучением составляет $\alpha_L = 30$ Вт/(м²·К). Для расчета коэффициента конвективной теплоотдачи воспользуемся формулами (2.40). Полагая, что продукты сгорания по физическим свойствам мало отличаются от воздуха и принимая, что, $t_c = t_a$, находим $Re = 180$, т. е. режим обтекания ламинарный. Для воздуха из табл. 2.4 находим численное значение коэффициента $B_1 = 2,83$ и по первой из формул (2.40) определяем $\alpha_k = 110$ Вт/(м²·К).

Из формулы (5.30) $\Delta t(t)_{\text{ст}} = -57$ К, откуда истинная температура газа $t_c = t_a - \Delta t(t)_{\text{ст}} = 466 + 57 = 523$ °С. Так как при вынужденном движении коэффициент конвективной теплоотдачи слабо зависит от температуры (см. табл. 2.4), то найденное значение t_c является окончательным. Пусть термоприемник имеет диаметр $d = 2 \cdot 10^{-3}$ м, тогда по формуле (2.40) $\alpha_k = 135$ Вт/(м²·К) и по формуле (5.30) находим $\Delta t(t)_{\text{ст}} = -46$ К, откуда температура газа $t_a = 466 + 46 = 512$ °С.

Пример 5.4. Определить температуру, показываемую ИПТ с определяющим размером $d = 3 \cdot 10^{-3}$ м, если температура газа $t_c = 440$ °С при скорости его движения $v = 1$ м/с. Температура стенок $t_{\text{кр}} = 168$ °С. Опыт, поставленный на той же установке, что и в предыдущем примере, дал значение $t_a = 369$ °С.

Полагая $\epsilon = 0,5$ и $t_a \approx t_c$, по уравнению (5.30) вычислим в первом приближении коэффициент теплоотдачи излучением $\alpha_L = 23$ Вт/(м²·К).

Значение коэффициента конвективной теплоотдачи при допущении, что $t_a \approx t_c$, находится из уравнения (2.40) и равно $\alpha_k = 52$ Вт/(м²·К). По формулам (5.30) получаем $t_a = 357$ °С.

Уточним значения коэффициентов теплоотдачи. Так как коэффициент B_1 слабо зависит от температуры, то α_k остается неизменным. По формулам (2.21) — (2.23) имеем $\alpha_L = 18$ Вт/(м²·К); во втором приближении по формуле (5.30) — $t_a = 370$ °С.

В третьем приближении $\alpha_L = 19$ Вт/(м²·К) и $t_a = 368$ °С. Это значение температуры может быть принято за окончательное, так как дальнейшее уточнение приводит к тому же результату. Следовательно, разность температуры $t_a - t_c$ из-за излучения составляет —72 К.

Теплопередача (теплоотвод) вдоль термоприемника. Составляющая $\Delta t_{\text{осн}}$ погрешности теплоотвода в уравнениях (5.14) и (5.24) определяется первым из уравнений (5.16), из которого находится следующая предельная оценка:

$$\frac{\Delta t_{\text{осн}}}{T_{\text{осн}}} \leq 0,01 \quad \text{при} \quad \eta = \frac{sh \mu \rho_l}{\mu \rho_l} \frac{1}{ch \mu} \leq 0,01. \quad (5.32)$$

При малых скоростях движения газа (когда $F = 0$), отсутствии внутреннего нагрева ($\omega = 0$) и равенстве температуры $T_c = T_{\text{кр}}$ из уравнения (5.14) получается широко используемая формула

$$\Delta t(t)_{\text{ст}} = t_a(t) - t_c = \eta(T_{\text{осн}} - T_c) = \eta(t_{\text{осн}} - t_c), \quad (5.33)$$

из которой с учетом (5.18) и (5.13) следует, что

$$\Delta t(t)_{\text{ст}} / (t_{\text{оен}} - t_e) = \eta \leq 0,01, \quad (5.34)$$

если $\mu \geq 5,3$ (для термопар при $\rho_l = 0$) и $\mu \geq 7$ (для термометров сопротивления при $\rho_l = 0,5$).

Практические меры снижения погрешности рассмотрены в § 5.4.

Для уменьшения влияния теплоотвода в некоторых конструкциях ИПТ основание, которое крепится на стенке, отделено от измерительного элемента прокладками из плохопроводящих теплоту материалов. Некоторые теоретические оценки могут быть даны, если ИПТ уподобить модели, изображенной на рис. 5.3, где между стержнем 1 и основанием термоприемника 2 располагается прослойка 3 теплоизолялятора толщиной $l_{\text{из}}$.



Рис. 5.3. Модель ИПТ с теплоизоляционной прокладкой
1 — ИПТ; 2 — теплоизоляционная прокладка; 3 — основание

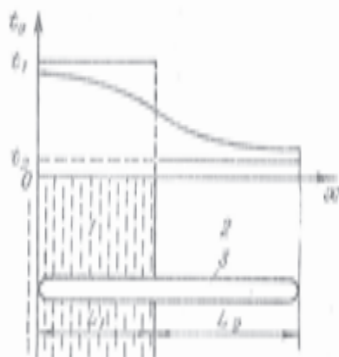


Рис. 5.4. Схема расположения ИПТ с выступающей частью
1 — исследуемая среда; 2 — среда, где расположена выступающая часть ИПТ; 3 — ИПТ; t_1 и t_2 — температура сред

Выражение для средней на длине l температуры термоприемника $t_2(l)$ в этом случае принимает вид

$$\frac{t_2(l) - t_e}{t_{\text{оен}} - t_e} = \frac{1}{\text{ch } \mu + \frac{R_{\text{из}}}{R_s} \mu \text{ sh } \mu} \frac{\text{sh } \mu \rho_l}{\mu \rho_l}, \quad (5.35)$$

где R_s и $R_{\text{из}}$ — термические сопротивления термоприемника и теплоизоляционной прослойки;

$$R_s = L/\lambda; \quad R_{\text{из}} = l_{\text{из}}/\lambda_{\text{из}}, \quad (5.36)$$

здесь λ и $\lambda_{\text{из}}$ — теплопроводность ИПТ и изоляции.

При $R_{\text{из}} = 0$ формула (5.35) переходит в выражение (5.33).

В реальных условиях измерений термоприемник может частично выступать из той среды, температуру которой необходимо измерить (рис. 5.4). Влияние отвода теплоты на погрешность из-

мерения температуры определяется в результате теплообмена ИПТ с каждой из сред 1 и 2, имеющих разные температуры t_1 и t_2 .

Уравнение для распределения температуры по длине погруженной части L_1 ИПТ имеет следующий вид:

$$\frac{t_2(x) - t_1}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{v_2 \operatorname{th} v_2 L_2}{v_1 \operatorname{th} v_1 L_1}}{1 + \frac{v_2 \operatorname{th} v_2 L_2}{v_1 \operatorname{th} v_1 L_1}} \frac{\operatorname{ch} v_1 x}{\operatorname{ch} v_1 L_1} \quad (0 \leq x \leq L_1), \quad (5.37)$$

здесь $t_2(x)$ — температура погруженной части ИПТ; t_1 — температура среды, которую необходимо измерить; t_2 — температура среды, в которой находится выступающая часть ИПТ; L_1 и L_2 — длина погруженной и выступающей частей ИПТ;

$$v_1 = \sqrt{\frac{\alpha_1 \rho}{\lambda \sigma}}; \quad v_2 = \sqrt{\frac{\alpha_2 \rho}{\lambda \sigma}}, \quad (5.38)$$

где α_1 и α_2 — коэффициенты теплоотдачи ИПТ в средах 1 и 2 (рис. 5.4).

Численные оценки влияния выступающей части термоприемника на погрешность измерения температуры среды даны в работах А. Н. Гордова [11].

Тот факт, что погрешность из-за теплоотвода может быть достаточно ощутимой даже в сравнительно спокойных условиях измерений, иллюстрируется таблицей, составленной по данным опытов М. Танака и К. Окада [12].

Таблица 5.1

L_1 , м	$\Delta t_2(0)$, К, при $d \cdot 10^3$, м		
	0,4	0,25	0,15
0,01	10	3,5	1,5
0,03	2,7	1,3	0,4
0,05	1,0	0,5	0,2

В табл. 5.1 приведены погрешности измерения температуры $\Delta t_2(0)$, в кельвинах, для технического масла с помощью медь — константановых термопар разного диаметра d при различных глубинах L погружения в масло. Температура перемешиваемого масла $t_0 = 140^\circ\text{C}$, температура воздуха, в котором находились термоэлектроды и измерительный прибор, 20°C .

Нагрев термоприемника измерительным током. Названная составляющая методической погрешности возникает в термометрах сопротивления (металлических и полупроводниковых) в условиях недостаточно интенсивного теплообмена, когда измерительный ток вызывает недопустимый перегрев их чувствительного элемента.

Вклад внутренних источников теплоты ω в погрешность измерения температуры определяется формулой (5.17). В частном слу-

чае, при отсутствии газодинамического нагрева ($F = 0$), теплоотвода ($\eta = 0$) и при $T_c = T_{\text{вкр}}$ уравнение (5.14) преобразуется в формулу для оценки погрешности из-за подогрева ИПТ измерительным током:

$$\begin{aligned} \Delta t_{\text{до}} = t_{\text{до}} - t_c &= \frac{\sigma}{(\alpha_n + \alpha_d) p \Psi} \omega = \\ &= \frac{\sigma \omega}{(\alpha_n + \alpha_d) p} \left[1 + \frac{(\alpha_n + \alpha_d) R}{(3 + n) \lambda_0} \right], \end{aligned} \quad (5.39)$$

где $t_{\text{до}}$ — средняя температура ИПТ по его поперечному сечению σ ; t_c — температура среды; ω — мощность внутренних тепловыделений в расчете на единицу объема ИПТ, Вт/м³. Если чувствительный элемент располагается по оси или в центральной плоскости измерителя, то вместо (5.39) можно использовать приближенную формулу, полученную с учетом решения (3.65):

$$\Delta t_{\text{до}} = t_{\text{до}} - t_c = \left[\frac{\sigma}{(\alpha_n + \alpha_d) p \Psi} + \frac{R^2}{2(3 + n) \lambda_0} \right] \omega, \quad (5.40)$$

где расчет Ψ и выбор R и n ведется по (5.6). Для составных (неоднородных) ИПТ расчетные формулы (5.39) и (5.40) требуют модификации с учетом конструктивных особенностей ИПТ.

Для технических металлических термометров сопротивления измерительный ток не превышает $I_{\text{max}} = 3\text{--}20$ мА.

Для полупроводниковых термометров сопротивления

$$I_{\text{max}} \leq \sqrt{K_{\text{полн}} \Delta t_0 / R_t}, \quad (5.41)$$

где $K_{\text{полн}}$ — полный коэффициент теплопередачи (коэффициент рассеяния) от полупроводникового терморезистора к окружающей среде, Вт/К; R_t — его электрическое сопротивление при температуре среды t_0 , Ом; Δt_0 — заданная погрешность из-за перегрева.

Величины, входящие в формулы (5.39) — (5.41), трудно поддаются определению. Поэтому при точных измерениях можно определить поправку, измеряя некоторую заранее неизвестную, но постоянную температуру при двух значениях измерительного тока I_1 и I_2 и регистрируя изменения температуры чувствительного элемента $\Delta t_1 = \Delta t_2$. По результатам таких измерений поправка на нагрев термометра измерительным током определяется формулой

$$\Delta t_0 = t_0 - t_c = (t_{01} - t_{02}) \frac{I_2^2}{I_1^2 - I_2^2}.$$

Тепловая инерция термоприемника. Составляющая погрешности $\Delta t_{\text{дин}}$ (τ) возникает вследствие того, что ИПТ не успевает мгновенно следить за изменением температуры окружающей среды [см. уравнения (5.24) и (5.25)]. Такое явление запаздывания показаний принято называть тепловой инерцией ИПТ. В случае, когда нет

неравномерности температуры по сечению ИПТ ($\Psi = 1$), теплоотвода ($\eta = 0$), газодинамического нагрева ($F = 0$), излучения ($m_d = 0$), уравнение (5.23) преобразуется к уравнению (4.6) элементарной теории тепловой инерции, связывающему температуру среды $t_c(\tau)$ и чувствительного элемента ИПТ $t_s(\tau)$ простой зависимостью:

$$\Delta t_{\text{дин}}(\tau) = t_s(\tau) - t_c(\tau) = -\frac{1}{m_k} \frac{dt_s(\tau)}{d\tau}. \quad (5.42)$$

При указанных ограничениях погрешность измерения нестационарной температуры определяется единственным параметром — показателем тепловой инерции (постоянной времени) ИПТ [см. формулу (5.3)]:

$$v_k = \frac{1}{m_k} = \frac{c\gamma\sigma}{\alpha_k p}, \quad (5.43)$$

В общем случае [см. формулу (5.21)] показатель тепловой инерции учитывает вклад в теплообмен таких факторов, как излучение к экрану, теплоотвод вдоль ИПТ и неравномерность температуры Ψ в поперечном сечении. Зная показатель тепловой инерции v_k и скорость изменения температуры $dT_s(t, \tau)/d\tau$, можно по определению (5.25) оценить влияние тепловой инерции на точность измерения нестационарной температуры. Показатель тепловой инерции ИПТ относится по терминологии ГОСТ 8.256—77 к частным динамическим характеристикам ИПТ. Параметр v_k пригоден для сравнительной оценки тепловой инерционности ИПТ в разных условиях теплообмена или сравнения нескольких термонриемников между собой в одном и том же режиме их работы.

5.4. Влияние излучения и теплоотвода на погрешность измерения температуры

При совместном воздействии факторов излучения и теплоотвода расчет погрешности может быть выполнен по формуле (5.33), в которой вместо t_c в выражение для $\Delta t(t)_{\text{ст}}$ подставляется значение эффективной температуры $t_{\text{эф}}$, учитывающей влияние t_c и $t_{\text{экp}}$:

$$t_{\text{эф}} = \frac{1}{\alpha_k + \alpha_d} (\alpha_k t_c + \alpha_d t_{\text{экp}}). \quad (5.44)$$

Оценка изменения коэффициента теплоотдачи излучением в зависимости от температуры была дана Г. Крамером и Дж. Вестуотером [87]. Авторы провели расчеты на ЭВМ и показали, что в большинстве случаев предположение о постоянстве α_d по длине ИПТ вполне допустимо. Показано также, что при необходимости учета теплообмена с торцового участка ИПТ ($x = 0$) в расчетные формулы вместо длины L следует ввести приведенную длину

$$L_{\text{пр}} = L(1 + \omega),$$

где ω — отношение площади торца к площади всей боковой поверхности термодатчика. В некоторых случаях значения ω доходили до 30 %, а расчет по скорректированной формуле отличался от результатов численного решения не более чем на 1 %.

Уравнения для расчета погрешностей из-за теплоотвода для термодатчиков с переменным поперечным сечением можно получить на основе работы [88].

Для уменьшения погрешностей измерения температуры, вызванных передачей теплоты вдоль ИПТ и теплообменом излучением со стенками канала, могут быть использованы различные приемы. Наиболее известными из них являются следующие:

- 1) увеличение длины погруженной части ИПТ;
- 2) уменьшение поперечного сечения ИПТ и защитных оболочек;
- 3) выбор материалов ИПТ с низким значением теплопроводности;
- 4) увеличение интенсивности теплоотдачи между ИПТ и окружающей средой;
- 5) приближение температуры основания ИПТ к температуре газа;
- 6) интенсификация теплообмена внутри сложного ИПТ (уменьшение радиального термического сопротивления);
- 7) применение защитных материалов, наружная поверхность которых имеет малую излучательную способность;
- 8) уменьшение разности между температурой газа и стенок канала.

Первые шесть факторов определяют погрешность в результате передачи теплоты вдоль ИПТ. Изменение L , σ , α_k и λ приводит к увеличению параметра μ [см. уравнение (5.19)]. При уменьшении разности $t_c - t_{осн}$ соответственно уменьшается и разность $t_c - t_s$. С этой целью иногда применяется теплоизоляция или специальный подогрев основания ИПТ и части стенки, где он закреплен [12, 87]. Необходимое количество теплоты, которое требуется подвести к основанию ИПТ (при $t_c \geq t_{осн}$) для компенсации теплоотвода, находится из уравнения

$$Q_{осн} = -\lambda \left. \frac{dt}{dx} \right|_{x=L} \quad \sigma = \frac{\lambda \sigma}{L} \mu \operatorname{th} \mu (t_c - t_{осн}), \quad (5.45)$$

где $Q_{осн}$ — полный тепловой поток, проходящий через основание ИПТ в результате теплоотвода.

Если при дополнительном подогреве количество теплоты, вводимое через основание, сравняется с $Q_{осн}$, передача теплоты по термодатчику прекращается и показания ИПТ t_s должны совпадать с температурой газа t_c .

Теоретическое обоснование и экспериментальная проверка различных вариантов компенсации ошибок теплоотвода даны в работе М. Танака и К. Окада [87] применительно к термопарам, состоящим из трех или четырех ветвей. Пусть термопара, схематически

изображенная на рис. 5.5, а, имеет два спая: рабочий 1 и дополнительный 2, удаленный от первого на расстояние L . Термопара может быть защищена от окружающей среды одной или несколькими оболочками. На основе простой теории процесса теплообмена [см. формулу (5.35)] можно показать, что погрешность измерения $t_0 - t_{s1}$ прямо пропорциональна разности температур $t_{s1} - t_{s2}$:

$$t_0 - t_{s1} = K(t_{s1} - t_{s2}), \quad (5.46)$$

где t_0 — температура среды; t_{s1} и t_{s2} — температура спаев 1 и 2.

Коэффициент K может быть рассчитан, однако более надежным является его опытное определение по результатам измерения температуры среды t_0 . При разных глубинах погружения термопары согласно формуле (5.46) K определяется как тангенс угла наклона прямой t_{s1} в зависимости от разности $t_{s1} - t_{s2}$. Уравнение (5.46) при известных K и $t_{s1} - t_{s2}$ позволяет оценить и учесть ошибку теплоотвода.

В некоторых случаях, по-видимому, приемлемые результаты дает дополнительный подогрев спая 2 (рис. 5.5, а). При равенстве температур t_{s1} и t_{s2} отвод теплоты компенсирован нагревателем и температура рабочего спая t_{s1} , как показали опыты на моделях, близка к истинной температуре среды t_0 .

С целью оценки неизвестных значений термических сопротивлений термопары, входящих в K , авторами статьи [87] предложена термопара, состоящая из трех спаев (четырех ветвей), расположенных на равных расстояниях друг от друга (рис. 5.5, б). Экспериментально определив поправки K_1 и K_2 для спаев 1 и 2, 1 и 3 (по данным опытов с различной глубиной погружения термопары), можно рассчитать значения параметров, входящих в K .

Рассмотренные приемы компенсации ошибок теплоотвода не получили из-за относительной сложности их реализации широкого применения в инженерной практике. Однако для точных метрологических измерений и лабораторных исследований указанные приемы могут быть с успехом использованы.

Увеличение интенсивности теплообмена между ИПТ и окружающей средой (см. п. 7) достигается путем уменьшения размера ИПТ, так как при вынужденной конвекции в соответствии с урав-

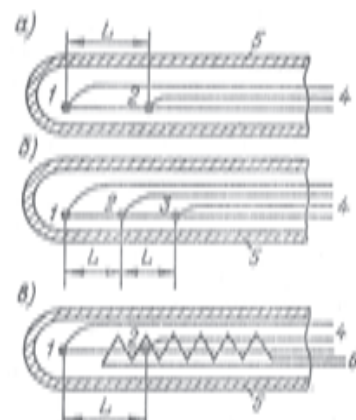


Рис. 5.5. Термопара из нескольких ветвей: а — из трех; б — из четырех; в — из трех ветвей с компенсационным нагревателем. 1, 2, 3 — спая термопары; 4 — термоэлектроды; 5 — оболочка термопары; 6 — электронагреватель; L — расстояние между двумя спаями

нениями (2.40) имеется следующая взаимосвязь между α_k и определяющим размером d : $\alpha_k \sim 1/d^{0.5}$, $\alpha_k \sim 1/d^{0.4}$ для ламинарного и турбулентного движения газа или жидкости. Такой путь имеет ограниченные возможности. Поэтому для интенсификации теплообмена сложных промышленных ИПТ искусственно увеличивают скорость движения газа в непосредственной близости от ИПТ. Поскольку зависимость между α_k и v имеет вид $\alpha_k \sim v^{0.5}$, $\alpha_k \sim v^{0.6}$ соответственно при ламинарном и турбулентном движении, то, принудительно создавая высокую скорость течения газа, удастся значительно снизить погрешности теплоотвода и излучения. Этот прием уменьшения ошибок измерения широко используется при разработке конструкций отсасывающих пирометров.

Реализация приемов, перечисленных в пп. 7 и 8, желательна для уменьшения погрешностей от излучения. К сожалению, при измерении высокой температуры эти меры оказываются трудновыполнимыми и приходится прибегать к дополнительной защите, применяя систему экранов, затрудняющих теплообмен излучением со стенками канала и уменьшающих воздействие внешних источников излучения (Солнце, факел пламени и т. п.).

Пример 5.5. Определить погрешность измерения температуры воздушного потока, проходящего через цилиндрический участок аэродинамической трубы диаметром $5 \cdot 10^{-2}$ м. Температура воздуха измеряется медь-константановой термопарой, электроды которой диаметром $d = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м сварены встык и расположены поперек потока так, что спай находится на оси трубы. Показываемая термопарой температура $t_b = 350^\circ\text{C}$. Температура стенок трубы $t_{\text{ст}} = 50^\circ\text{C}$. Температура термоэлектродов в месте их выхода через стенку равна температуре стенок, т. е. $t_{\text{оен}} = 50^\circ\text{C}$. Скорость движения воздуха $v = 5$ м/с.

Принимая температуру воздуха t_e в первом приближении равной температуре t_b , определим коэффициент конвективной теплоотдачи α_k между термоэлектродом и струей воздуха. Число Рейнольдса $Re = 18$, режим обтекания ламинарный и расчет проводится по первой из формул (2.40) $\alpha_k = 450 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$.

При температуре 300°C коэффициенты теплопроводности меди и константана соответственно равны 370 и 40 Вт/(м·К). По формуле (5.19), полагая $\Psi = 1$, $\alpha_d = 0$ и $L = 2,5 \cdot 10^{-2}$ м, оценим комплекс $\mu = \mu_k$: для меди $\mu_k = 3,9$; для константана $\mu_k = 11,9$.

Из сравнения полученных значений μ_k с условиями (5.34) видно, что влияние теплоотвода по константановому термоэлектроду незначительно ($\mu_k = 11,9 \gg 5,3$) и его можно не учитывать.

Для расчета коэффициента теплоотдачи излучением воспользуемся формулами (2.22), (2.23). Поверхность термоспая при температуре $300-400^\circ\text{C}$ частично окислена и коэффициент черноты излучения $\epsilon \approx 0,5$, а $\alpha_d = 13,2 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$.

По формуле (5.19) определим значение параметра $\mu = 3,95$. Из уравнений (5.33) и (5.44), учитывая, что для термопары $r_t = 0$, находим

$$\eta = \frac{t_{\text{эф}} - t_b}{t_{\text{эф}} - t_{\text{оен}}} = \frac{1}{\text{ch } 3,95} = 0,0385,$$

откуда эффективная температура $t_{\text{эф}} = 362^\circ\text{C}$.

Погрешность измерения в результате теплоотдачи излучением со стенками трубы $t_b - t_{\text{эф}} = -12 \text{ К}$.

Из уравнения (5.44) находим искомую температуру газа $t_g = 370^\circ\text{C}$.
 Ошибка из-за теплоотвода по медному термоэлектроду $t_{\text{эф}} - t_g = -8\text{ K}$,
 а суммарная погрешность измерения $t_g - t_g = -20\text{ K}$.

Проведенный расчет показывает, что даже при использовании миниатюрных термоприемников погрешность измерения может быть значительной, если не приняты дополнительные меры защиты от излучения и теплоотвода.

5.5. Расчет экранирующих систем

Для уменьшения погрешности измерения, вызываемой теплообменом излучением между ИПТ и стенками канала, широко применяются один или несколько экранов, существенно уменьшающих разность температуры между ИПТ и газом.

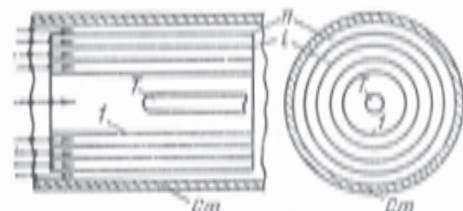


Рис. 5.6. Изображение экранированного ИПТ

T — термоприемник; $I_1, \dots, I_n$ — цилиндрические экраны; Ст — стенка канала. Стрелками показано направление движения газа

Специальной теории расчета экранированных систем применительно к измерителям температуры газа не существует, так как конструктивные решения и условия эксплуатации экранированного ИПТ могут быть самыми разнообразными. Чаще всего для уменьшения ошибки от излучения применяется система коаксиальных цилиндрических экранов, изготовленных из доста-

точно тонкого листового материала с малым значением степени черноты, внутри которых расположен ИПТ. Схематическое изображение экранированного ИПТ дано на рис. 5.6.

Проведем анализ влияния экранирования на погрешность измерения температуры газа для системы, состоящей из n экранов.

Расчет будем вести при следующих допущениях:

газ диатермичен, т. е. собственное излучение и поглощение газа пренебрежимо мало;

конструкция экранов такова, что теплообмен путем лучеиспускания происходит только между соседними экранами и между ИПТ и первым экраном;

никаких внешних источников излучения нет, т. е. теплота подводится к измерителю только от газа, который обтекает ИПТ;

каждый экран характеризуется единой собственной температурой t_i , т. е. распределение температуры по его поверхности равномерное;

экран изготовлен из листового материала малой толщины, так что площади его внутренней и внешней поверхностей практически одинаковы и равны S_i .

Для i -го экрана количество теплоты, поступающей от газа за счет конвекции, будет

$$Q_k(i) = \Lambda_k(i) (t_c - t_i), \quad (5.47)$$

где t_c и t_i — температуры газа и i -го экрана; $\Lambda_k(i)$ — полная тепловая проводимость между газом и экраном

$$\Lambda_k(i) = \alpha_k(i) S_i. \quad (5.48)$$

В уравнении (5.48) коэффициент $\alpha_k(i)$ есть сумма коэффициентов конвективной теплоотдачи между внутренней стенкой экрана и газом и внешней стенкой экрана и газом.

Количество теплоты $Q_n(i-1, i)$ и $Q_n(i, i+1)$, передаваемое излучением между $(i-1)$ -м и i -м и между i -м и $(i+1)$ -м экранами, соответственно равно:

$$\left. \begin{aligned} Q_n(i-1, i) &= \Lambda_n(i-1, i) (t_{i-1} - t_i); \\ Q_n(i, i+1) &= \Lambda_n(i, i+1) (t_i - t_{i+1}), \end{aligned} \right\} \quad (5.49)$$

где $\Lambda_n(i-1, i)$ и $\Lambda_n(i, i+1)$ — полные тепловые проводимости при теплообмене излучением между i -м и соседними экранами.

Если пренебречь потерями теплоты лученспусканием с торцовых участков экранов в окружающую среду, т. е. считать каждую пару экранов замкнутой системой, то тепловые проводимости $\Lambda_n(i-1, i)$ и $\Lambda_n(i, i+1)$ можно определить по следующим уравнениям:

$$\left. \begin{aligned} \Lambda_n(i-1, i) &= C_0 \epsilon_{np}(i-1, i) f(t_{i-1}, t_i) S_{i-1}; \\ \Lambda_n(i, i+1) &= C_0 \epsilon_{np}(i, i+1) f(t_i, t_{i+1}) S_i \end{aligned} \right\} \quad (5.50)$$

здесь C_0 — константа Стефана—Больцмана; ϵ_{np} — приведенный коэффициент черноты двух смежных экранов; f — температурный фактор, определяющий интенсивность теплообмена излучением между экранами; S_{i-1} и S_i — площади обращенных друг к другу поверхностей $(i-1)$ -го и i -го экранов.

При теплообмене излучением между наружной поверхностью $i-1$ -го и внутренней поверхностью i -го экранов в соответствии с уравнениями (2.17) и (2.23) имеем

$$\epsilon_{np}(i-1, i) = \left[\frac{1}{\epsilon_{i-1}} + \frac{S_{i-1}}{S_i} \left(\frac{1}{\epsilon_i} - 1 \right) \right]^{-1}; \quad (5.51)$$

$$f(t_{i-1}, t_i) = \frac{\left(\frac{T_{i-1}}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_i}{100} \right)^4}{T_{i-1} - T_i}, \quad (5.52)$$

где ϵ_{i-1} — коэффициент черноты наружной поверхности $(i-1)$ -го экрана; ϵ_i — коэффициент черноты внутренней поверхности i -го экрана; T_{i-1} и T_i — абсолютные температуры $(i-1)$ -го и i -го экранов.

Аналогичным образом находятся величины $e_{\text{пр}}(i, i+1)$ и $f(t_i, t_{i+1})$.

Уравнение теплообмена для i -го экрана ($i = 1, 2, \dots, n$)

$$Q_{\kappa}(i) + Q_{\lambda}(i-1, i) = Q_{\lambda}(i, i+1). \quad (5.53)$$

После подстановки значений тепловых потоков из выражений (5.47), (5.49) получим

$$\eta(i-1, i) \Delta t_{i-1} - \Delta t_i + \eta(i, i+1) \Delta t_{i+1} = 0, \quad (5.54)$$

если вместо истинных значений температуры ввести разности

$$\Delta t_i = t_i - t_{i-1} \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n, n+1). \quad (5.55)$$

Индекс $i = 0$ соответствует термоприемнику, а значение $i = n+1$ соответствует стенке, следовательно,

$$\Delta t_0 = t_0 - t_{\tau} = \Delta t_{\tau}; \quad \Delta t_{n+1} = t_0 - t_{\text{ст}} = \Delta t_{\text{ст}}, \quad (5.56)$$

где t_{τ} и $t_{\text{ст}}$ — соответственно температура термоприемника и стенки.

Коэффициенты η находятся по следующим формулам:

$$\eta(i-1, i) = \frac{\Lambda_{\lambda}(i-1, i)}{\Lambda_i}, \quad \eta(i, i+1) = \frac{\Lambda_{\lambda}(i, i+1)}{\Lambda_i}, \quad (5.57)$$

в которых

$$\Lambda_i = \Lambda_{\kappa}(i) + \Lambda_{\lambda}(i-1, i) + \Lambda_{\lambda}(i, i+1). \quad (5.58)$$

По физическому смыслу коэффициенты η есть отношения проводимостей лучеиспусканием к полной тепловой проводимости Λ_i i -го экрана между газом, $(i-1)$ -м и $(i+1)$ -м экранами.

Можно показать, что уравнение теплового баланса между ИПТ, газом и внутренней поверхностью первого экрана имеет вид

$$\Delta t_{\tau} = \eta(\tau, 1) \Delta t_1, \quad (5.59)$$

где

$$\eta(\tau, 1) = \eta(0, 1) = \Lambda_{\lambda}(\tau, 1) / [\Lambda_{\kappa}(\tau) + \Lambda_{\lambda}(\tau, 1)]. \quad (5.60)$$

Полная тепловая проводимость между ИПТ и газом

$$\Lambda_{\kappa}(\tau) = \Lambda_{\kappa}(0) = \alpha_{\kappa} S_{\tau}, \quad (5.61)$$

где α_{κ} — коэффициент конвективной теплоотдачи между ИПТ и газом; S_{τ} — наружная поверхность ИПТ.

Решая уравнение (5.59) совместно с системой n уравнений (5.54), можно определить влияние экранировки на погрешность измерений. Система алгебраических уравнений (5.59) и (5.54) нелинейная, так как коэффициенты $\eta(\tau, 1)$, $\eta(i-1, i)$ и $\eta(i, i+1)$ являются функциями искомых разностей температуры Δt_{τ} и Δt_i .

Для практических оценок обычно приходится задавать приближенные значения коэффициентов в уравнениях (5.59) и (5.54) и

считать их не зависящими от температуры t_r , t_i , t_{er} и t_e . При таком подходе система становится линейной и может быть решена, например, с помощью определителей. По найденным значениям температуры по формулам (5.48), (5.50) — (5.52) уточняются коэффициенты уравнений и вновь находится искомая температура. Обычно такой процесс последовательных приближений сходится после третьего или четвертого приближения.

Рассмотрим несколько частных случаев. Пусть $i = 0$, т. е. никаких экранов нет. Из уравнения (5.59) находим (индекс «1» соответствует стенке)

$$\frac{t_e - t_r}{t_e - t_{er}} = \eta(\tau, \text{ст}) = \frac{\alpha_d}{\alpha_k + \alpha_d}. \quad (5.62)$$

Формула (5.62) тождественна ранее полученному выражению (5.30).

1. Термоприемник с одним экраном. При наличии одного экрана ($i = 1$), решая уравнения (5.59) и (5.54), находим (индекс $i = 2$ соответствует стенке)

$$\frac{\Delta t_r}{\Delta t_{er}} = \frac{t_e - t_r}{t_e - t_{er}} = \frac{\eta(\tau, 1) \eta(1, \text{ст})}{1 - \eta^2(\tau, 1)}; \quad (5.63)$$

$$\frac{\Delta t_1}{\Delta t_{er}} = \frac{t_e - t_1}{t_e - t_{er}} = \frac{\eta(1, \text{ст})}{1 - \eta^2(\tau, 1)}. \quad (5.64)$$

2. Защита от излучения с двумя экранами. Если для защиты поставлено два экрана, то формулы принимают следующий вид (индекс «3» соответствует стенке):

$$\frac{\Delta t_r}{\Delta t_{er}} = \frac{t_e - t_r}{t_e - t_{er}} = \frac{\eta(\tau, 1) \eta(1, 2) \eta(2, \text{ст})}{1 - \eta^2(\tau, 1) - \eta^2(1, 2)}; \quad (5.65)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta t_1}{\Delta t_{er}} &= \frac{\eta(1, 2) \eta(2, \text{ст})}{1 - \eta^2(\tau, 1) - \eta^2(1, 2)}; \\ \frac{\Delta t_2}{\Delta t_{er}} &= \frac{\eta(2, \text{ст}) [1 - \eta^2(\tau, 1)]}{1 - \eta^2(\tau, 1) - \eta^2(1, 2)}. \end{aligned} \right\} \quad (5.66)$$

3. Экранная система без протока газа. Иногда защита конструируется таким образом, что продвижение газа между экранами затруднено или совсем отсутствует. Эксплуатационные качества такой системы хуже, чем у открытой. Расчет погрешностей измерений в этом случае проводится по общим уравнениям (5.53), (5.54), (5.57) — (5.60), в которых необходимо принять $Q_k(i) = 0$, $\Delta_k(i) = 0$, так как конвективный теплообмен между экранами, за исключением внутренней поверхности первого и наружной поверхности последнего экранов, отсутствует.

4. Случай постоянных тепловых проводимостей. Решение системы (5.59) и (5.54) упрощается, если принять, что

$$\eta(l-1, l) = \eta(l, l+1) = \eta(\tau, 1),$$

т. е. коэффициенты конвективного и лучистого переноса имеют постоянное значение для всех экранов. Исследование этого частного случая для системы, состоящей из n плоских или цилиндрических экранов, дано Д. Бартасом и Е. Майером [87]. Если экранная система состоит из $n-1$ плоских элементов, получается простое решение:

$$(t_c - t_\tau)/(t_c - t_{c\tau}) = 1/\text{ch } n\beta, \quad (5.67)$$

где β — корень уравнения;

$$\text{ch } \beta = (\alpha_k + \alpha_l)/\alpha_l; \quad (5.68)$$

α_k и α_l — конвективная и лучистая составляющие коэффициента теплоотдачи экрана, одинаковые для всех экранов и ИПТ.

Для цилиндрической системы экранов решение имеет сложный вид. Поэтому влияние отношения α_k/α_l и кривизны экранов исследовано графически. Формально можно учесть также и влияние потерь теплоты с концевых участков экранов.

Пример 5.6. Определить погрешность намерения температуры газа термомприемником, условия работы которого описаны в примере 5.4, если для уменьшения влияния теплоотвода поставлен цилиндрический экран диаметром $d_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ м. Экран изготовлен из тонкой никелевой фольги и имеет длину $l = 8 \cdot 10^{-2}$ м. В качестве исходных данных принимаем следующие: скорость движения газа $v = 1$ м/с; температура ИПТ в первом приближении равна температуре газа, т. е. $t_\tau \approx t_c = 440^\circ\text{C}$; коэффициент конвективной теплоотдачи между ИПТ и газом (по данным расчета в примере 5.4) $\alpha_k = 52$ Вт/(м²·К); коэффициент черноты излучения и коэффициент поглощения поверхности ИПТ $\epsilon_\tau = 0,5$; коэффициент черноты излучения и коэффициент поглощения никеля $\epsilon_1 = 0,3$; температуру экрана в первом приближении принимаем равной $t_1 = 0,5 (t_c + t_{c\tau}) = 300^\circ\text{C}$.

Полагая длину ИПТ, расположенного внутри экрана, равной половине длины экрана (см. рис. 5.6), по формуле (5.61) определяем полную тепловую проводимость между ИПТ и газом $\Lambda_k(\tau) = \alpha_k S_\tau = 1,96 \cdot 10^{-3}$ Вт/К. По формуле (5.51) приведенный коэффициент черноты между ИПТ и внутренней поверхностью экрана $\epsilon_{\text{пр}}(\tau, 1) = 0,46$, по формуле (5.52) температурный фактор $f = 10,75$ К² и из уравнения (5.50) полная тепловая проводимость излучением $\Lambda_l(\tau, 1) = 1,06 \cdot 10^{-3}$ Вт/К.

Аналогичным образом рассчитывается полная тепловая проводимость излучением $\Lambda_l(1, \text{ст})$ между наружной поверхностью экрана и стенкой. Для этих поверхностей $\epsilon_{\text{пр}}(1, \text{ст}) \approx \epsilon_1 = 0,3$; $f = 5,31$ К² и $\Lambda_l(1, \text{ст}) = 4,52 \cdot 10^{-3}$ Вт/К. Коэффициент конвективной теплоотдачи между внутренней поверхностью экрана и потоком воздуха можно оценить по формулам, приведенным в § 2.6. Расчет с учетом поправочного множителя на длину экрана дает $\alpha_k = 8,2$ Вт/(м²·К).

Примерно того же порядка будет коэффициент конвективной теплоотдачи между наружной поверхностью экрана и газом. Полная тепловая проводимость конвекцией между экраном и газом $\Lambda_k(1) = 8,23 \cdot 10^{-3}$ Вт/К. По формуле (5.60) $\eta(\tau, 1) = 0,350$, а по (5.57) и (5.58) $\eta(1, \text{ст}) = 0,327$. Из уравнений (5.63) и (5.64) в первом приближении искомая температура ИПТ

$t_F = 405^\circ\text{C}$, а экрана $t_1 = 338^\circ\text{C}$. Уточненные значения коэффициентов $\Lambda_d(\tau, 1) = 1,06 \cdot 10^{-2}$ Вт/К, $\Lambda_d(1, \text{ст}) = 5,12 \cdot 10^{-2}$ Вт/К, $\eta(\tau, 1) = 0,350$, $\eta(1, \text{ст}) = 0,355$.

Из уравнений (5.63) и (5.64) в третьем приближении находим $t_F = 402^\circ\text{C}$, $t_1 = 330^\circ\text{C}$. Эти температуры могут быть приняты за окончательные. Опытные значения температуры термоприемника и экрана составляют $t_F = 380^\circ\text{C}$ и $t_1 = 350^\circ\text{C}$. Следовательно, введение экрана даже с относительно большим коэффициентом черноты поверхности $\epsilon_1 = 0,3$ снижает погрешность измерения температуры воздуха от 72 до 38 $^\circ\text{C}$. Ошибка измерения все же остается значительной, и требуются дополнительные меры защиты от теплового излучения.

Порядок расчета защиты, состоящей из двух и более экранов, остается без изменения.

5.6. Переходная и частотные характеристики однородного измерителя температуры

Как следует из уравнения (5.9), процесс теплообмена однородных ИПТ определяется четырьмя передаточными функциями (5.10), (5.11) и воздействиями $T_c(s)$, $T_{\text{осн}}(s)$, $T_{\text{эк}}(s)$ и $W(s)$. Изменения последних во времени образуют полный набор возможных динамических характеристик ИПТ.

Подробный их анализ с учетом раздельного и совместного влияния теплоотвода и теплообмена излучением дан в первом издании книги [87], здесь же рассмотрим случай, когда взамен функции Φ , определяемой по (5.12), выбрано ее приближение в виде (5.20). Для большинства практических приложений этого достаточно, так как конструктивными и защитными мерами влияние факторов помех стараются уменьшить, и их роль становится второстепенной. Процесс теплообмена ИПТ приближенно описывается уравнением (5.23), правая часть которого $T_{\text{эф}}(\tau)$ отражает объединенную запись воздействия всех режимных факторов ИПТ:

$$T_{\text{эф}}(\tau) = \mu_c T_c(\tau) + \mu_{\text{эк}} T_{\text{эк}}(\tau) + \mu_{\text{осн}} T_{\text{осн}}(\tau) + \mu_w w(\tau), \quad (5.69)$$

где

$$\mu_c = m_k W(1+F) \Phi_{\text{ст}}; \quad (5.70)$$

$$\mu_{\text{эк}} = m_d W \Phi_{\text{ст}}; \quad \mu_{\text{осн}} = \eta; \quad \mu_w = \frac{1}{c_F} \Phi_{\text{ст}}. \quad (5.71)$$

Входящие в формулы (5.70) и (5.71) величины находятся по формулам (5.18), (5.19) и (5.3).

Пусть в момент $\tau = 0$ воздействие $T_{\text{эф}}(\tau)$ изменило свое значение от нуля до стационарной величины

$$T_{\text{эф. ст}} = \mu_c T_{c, \text{ст}} + \mu_{\text{эк}} T_{\text{эк. ст}} + \mu_{\text{осн}} T_{\text{осн. ст}} + \mu_w w_{\text{ст}}, \quad (5.72)$$

тогда, подставляя выражение (5.72) взамен (5.69) в уравнение (5.23) и решая его при начальном условии $T_a(t, 0) = T_n$, получаем приближенное выражение $\theta(t, \tau)$ для переходного процесса

изменения $T_\sigma = (l, \tau)$ от T_n до его стационарного значения $T_{\text{эф.ст}} = T_{\sigma \text{ ст}}(l)$:

$$\theta(l, \tau) = \frac{T_{\sigma \text{ ст}}(l) - T_\sigma(l, \tau)}{T_{\sigma \text{ ст}}(l) - T_n} = \frac{t_{\sigma \text{ ст}}(l) - t_\sigma(l, \tau)}{t_{\sigma \text{ ст}}(l) - t_n} = \exp\left(-\frac{\tau}{\varepsilon}\right). \quad (5.73)$$

Уравнение (5.73) однотипно с уравнением (4.9) элементарной теории, отличаясь, однако, тем, что избыточная температура отсчитывается здесь от ее стационарного значения $T_{\sigma \text{ ст}}(l) = T_{\text{эф.ст}}$, определяемого по (5.72), а показатель тепловой инерции ε находится по формулам (5.20), (5.21). Как следует из формул (5.20) и (5.21), величина ε , или обратный ей темп теплообмена m , изменяются в зависимости от соотношения двух величин:

$$M = (m_k + m_n) \Psi; \quad n = a/L^2 \quad (5.74)$$

и выбора участка осреднения температуры $\rho_l = l/L$. Величина $n = a/L^2$ определяет влияние теплоотвода на статические и динамические свойства ИПТ. Численные значения функций η и m/M от параметров $\kappa = n/M$ и $\rho_l = l/L$ приведены в табл. 5.2. Параметр κ связан с ранее введенным комплексом μ соотношением

$$\kappa = \frac{1}{\mu^2} = \frac{n}{M} = \frac{a}{L^2} \frac{1}{(m_k + m_n) \Psi}, \quad (5.75)$$

С увеличением теплоотвода (рост n при сохранении M) показатель тепловой инерции $\varepsilon = 1/m$ уменьшается (см. табл. 5.2), зависимость (5.73) быстрее стремится к нулю, что соответствует наступлению стационарного состояния $T_\sigma(l, \tau) = T_{\sigma \text{ ст}}(l)$. При формальном подходе можно было бы сделать вывод, что чем больше влияние теплоотвода, тем малоинерционнее и лучше становится ИПТ. Однако такой вывод ошибочен. При наличии теплоотвода ИПТ действительно имеет меньшее значение показателя тепловой инерции, т. е. быстрее достигает установившегося состояния. Но $T_{\sigma \text{ ст}}(l) \neq T_{\text{с.ст}}$, как следует из формулы (5.72), а ведь именно температуру среды $T_{\text{с.ст}}$ предполагается измерять.

В частном случае, если погрешности от излучения и перегрева отсутствуют ($y_{\text{изр}} = 0$ и $\omega = 0$), то только в пренебрежении теплоотводом (при $\kappa = 0$ или $\eta = 0$) ИПТ будет регистрировать истинное предельное значение $T_{\text{с.ст}}$, так как статическая погрешность измерения при этом равна нулю ($\eta = 0$, $y_{\text{с}} = 1$). Во всех остальных случаях предельное значение температуры $T_{\text{эф.ст}} = T_{\sigma \text{ ст}}(l)$ не совпадает с действительным значением температуры среды $T_{\text{с.ст}}$. Об этой особенности не следует забывать при выборе измерителей, показатель тепловой инерции которых определен без учета влияния теплоотвода, излучения и нагрева (при $\omega \neq 0$).

Заметим, что при комплексных воздействиях вида (4.25), (5.72) обычный прием определения показателя тепловой инерции ε или

темпа m по полулогарифмической кривой $t_{\sigma} - t_{\sigma}(l, \tau)$, как это следует из уравнений (5.73), (5.72), не приведет к желаемому результату. При графическом или аналитическом определении темпа регулярного режима m отсчет температуры ИПТ $t_{\sigma}(l, \tau)$ необходимо проводить от установившегося значения температуры $t_{\sigma \text{ст}}(l)$ и оп-

Таблица 5.2 Значения величин η и m/M в зависимости от κ

κ	η			m/M		
	$\rho_l = 0$	$\rho_l = 0,25$	$\rho_l = 0,5$	$\rho_l = 0$	$\rho_l = 0,25$	$\rho_l = 0,5$
0,01	0,0000	0,0002	0,0013	1,000	1,001	1,004
0,02	0,0017	0,0027	0,0082	1,006	1,009	1,019
0,04	0,0134	0,0172	0,0326	1,035	1,041	1,062
0,06	0,0337	0,0399	0,0625	1,077	1,085	1,110
0,08	0,0582	0,0661	0,0937	1,122	1,131	1,159
0,10	0,0845	0,0936	0,1240	1,170	1,180	1,209
0,12	0,1111	0,1210	0,1540	1,218	1,229	1,258
0,14	0,1380	0,1480	0,1820	1,267	1,278	1,308
0,16	0,1630	0,1740	0,2090	1,316	1,327	1,357
0,18	0,1880	0,1990	0,2340	1,365	1,376	1,407
0,20	0,2110	0,2230	0,2580	1,414	1,425	1,456
0,30	0,3140	0,3250	0,3600	1,658	1,670	1,702
0,40	0,3950	0,4050	0,4370	1,900	1,913	1,947
0,50	0,4590	0,4690	0,4980	2,142	2,155	2,192
0,80	0,5910	0,5980	0,6220	2,865	2,881	2,925
1,00	0,6480	0,6550	0,6750	3,346	3,364	3,413

ределять темп m или показатель инерции ϵ в общем случае из соотношения

$$m = \frac{1}{\epsilon} = - \lim_{\tau \rightarrow \tau_{\text{рег}}} \left[\frac{d[t_{\sigma \text{ст}}(l) - t_{\sigma}(l, \tau)]}{d\tau} \cdot \frac{1}{t_{\sigma \text{ст}}(l) - t_{\sigma}(l, \tau)} \right], \quad (5.76)$$

которое применительно к (5.73) переписывается в виде:

$$m = \frac{1}{\epsilon} = - \frac{d \ln \theta(l, \tau)}{d\tau} = - \frac{d}{d\tau} \ln \left[\frac{t_{\sigma \text{ст}}(l) - t_{\sigma}(l, \tau)}{t_{\sigma \text{ст}}(l) - t_{\text{н}}} \right]. \quad (5.77)$$

Это положение, очевидное для обобщенной теории регулярного режима (см. гл. 3 и 4), иногда забывается экспериментаторами, что приводит к досадным ошибкам и неправильным выводам.

Пример 5.7. Пластинчатый термометр сопротивления испытывается на инерционность в условиях охлаждения в спокойном воздухе. Требуется определить влияние теплоотвода на показатель тепловой инерции ИПТ. Термометр сопротивления (см. рис. 5.1, *в*) изготовлен из тонкой медной проволоки, намотанной на стальную, предварительно покрытую тонким слоем электроизоляционного материала пластину, толщина которой $d = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м, ширина $b = 1 \cdot 10^{-2}$ м и длина $L = 4 \cdot 10^{-2}$ м. Пластина закреплена одним

концом в массивном основании. Длина участка, на котором расположен чувствительный элемент термометра сопротивления, $l = 2 \cdot 10^{-2}$ м. Предварительно, перед началом опыта весь ИПТ равномерно прогревается до температуры $t_n = 80^\circ\text{C}$, а затем быстро переносится в камеру спокойного воздуха с температурой $t_c = 20^\circ\text{C}$, где и происходит дальнейшее его охлаждение. Термометр сопротивления располагается так, как показано на рис. 5.1, а. В этом положении создаются наиболее стабильные условия для конвективного теплообмена.

Теплоемкость массивного основания значительно превышает теплоемкость пластинки, а теплоемкость медного провода (термочувствительный элемент), в свою очередь, много меньше полной теплоемкости пластинки. Поэтому для оценки инерционности термометра сопротивления можно воспользоваться результатами, приведенными в § 5.2, 5.6. При этом в процессе охлаждения температуру основания можно для упрощения принимать неизменной и равной t_n . Расчет коэффициента конвективной теплоотдачи проводится по уравнению (2.34), в котором за определяющий размер при ориентации пластины термометра в вертикальной плоскости принимается ее ширина b , и дает значение $\alpha_k = 10 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$. Принимая приведенный коэффициент черноты между термодатчиком и стенками камеры $\epsilon_{\text{пр}} = 0,9$, по формуле (2.22) находим коэффициент теплоотдачи излучением $\alpha_{\text{л}} = 6 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$.

Пластина изготовлена из жаропрочной стали 1X18H9T, теплофизические свойства которой принимаем следующими: $\gamma = 7,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; $c = 0,51 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$; $\lambda = 16 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$; $a = 4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. Критерий неравномерности распределения температуры (см. гл. 3) в поперечном сечении термодатчика $\Psi_1 \approx \Psi_a = 0,9999$, поэтому коэффициенты m_k и m_l определяем по формулам (5.3): $m_k = 1,04 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$, $m_l = 0,64 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$, $m_k + m_l = 1,68 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$. По формуле (5.74) находим коэффициент $n = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$, по уравнениям (5.75) и (5.13) рассчитываем параметры κ , μ и ρ : $\kappa = 0,150$; $\mu = 2,59$, $\rho_l = 0,5$.

Для условий охлаждения рассматриваемого ИПТ имеем $F = 0$, $t_{\text{экр}} = t_c$, $w = 0$, поэтому предельная температура $t_\sigma(t)$ должна вычисляться в соответствии с (5.72) по следующей формуле (для температуры в $^\circ\text{C}$):

$$t_\sigma(t) = (y_c + y_{\text{экр}}) t_c + y_{\text{осн}} t_n = (1 - \eta) t_c + \eta t_n, \quad (5.78)$$

Расчеты по формуле (5.18) дают $\eta = 0,196$, откуда по (5.78) находим $t_\sigma(t) = 31,8^\circ\text{C}$.

Выполненная оценка показывает, что при малых значениях коэффициентов теплоотдачи статическая ошибка измерения температуры будет значительной.

Перейдем к оценке динамических характеристик ИПТ. Темп регулярного режима определяется по формуле (5.21) и равен $m = 2,23 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$, откуда с учетом влияния теплоотвода показатель тепловой инерции ИПТ будет $\epsilon = 1/m = 44,8 \text{ с}$. При отсутствии теплоотвода, если $L = \infty$ или $a = 0$, показатель инерции был бы равен $\epsilon = 1/(m_k + m_l) = 60 \text{ с}$. Следовательно, в данном режиме теплообмена теплоотвод заметно понижает тепловую инерцию, однако, он же является источником значительных статических и динамических погрешностей. Темп теплообмена с учетом строгого решения задачи определяется по формуле $m_{\text{точн}} = m_k + m_l + 2,47 a/L^2 = 22,9 \times 10^{-2} \text{ с}^{-1}$, откуда $\epsilon_{\text{точн}} = 43,7 \text{ с}$, что мало отличается от найденного по формуле (5.21) значения $\epsilon = 44,8 \text{ с}$.

На обобщенной теории регулярного режима следует, что при неравновесном предельном состоянии, определяя инерционность ИПТ по методу регулярного режима, необходимо измерять в процессе охлаждения разность между текущим $t_\sigma(t, \tau)$ и стационарным $t_\sigma(t)$ значениями температуры чувствительного элемента или какой-либо выбранной точки ИПТ. На рис. 5.7, а приведена кривая 2 охлаждения пластинчатого термометра, построенная по уравнению изменения температуры (5.73). В качестве пере-

менных выбраны безразмерное время $T = m\tau$, где $m = m_k + m_d$ и безразмерная температура

$$\theta = [t_\sigma(l, \tau) - t_\sigma(l)] / [t_n - t_\sigma(l)],$$

где $t_n = 80^\circ\text{C}$, а $t_\sigma(l) = 31,8^\circ\text{C}$.

При испытании термоприемников, а также других приборов, имеющих теплопроводящие устройства или находящиеся в теплообмене с несколькими средами, в опытах вместо разности температур $t_\sigma(l, \tau) - t_\sigma(l)$ иногда ошибочно измеряют разность между текущей температурой и средой $t_\sigma(l, \tau) - t_c$. Естественно, что при последующей графической или аналитической обработке результаты определения темпа регулярного режима (или показателя инерции) будут отличаться от истинного значения. Пусть в рассматриваемом примере измерялась разность температур $t_\sigma(l, \tau) - t_c$, тогда фиктивная относительная температура θ_f связана с температурой θ следующим соотношением:

$$\theta_f = \frac{t_\sigma(l, \tau) - t_c}{t_n - t_c} = \frac{t_\sigma(l) - t_c}{t_n - t_c} + \theta \frac{t_n - t_\sigma(l)}{t_n - t_c}.$$

Зависимость θ_f от T приведена на рис. 5.7, а (кривая 1). Как видно, кривые θ и θ_f сильно отличаются одна от другой. Кривые изменения $\ln \theta$ и $\ln \theta_f$ в зависимости от T построены на рис. 5.7, б. Полученный в результате обработки начального участка кривой $\ln \theta_f = f(T)$ фиктивный темп будет меньше истинного примерно на 30 %, следовательно, фиктивный показатель в выборе начала отсчета температуры t_c

возможен и иной путь испытания ИПТ такого типа, заключающийся в нагреве только пластины термометра. Если температура основания ИПТ при предварительном нагреве остается равной температуре среды, то при охлаждении температура ИПТ будет изменяться от t_n до температуры среды t_c . В этом случае должна измеряться во времени разность температур $t_\sigma(l, \tau) - t_c$. Опытная обработка кривой $t_\sigma(l, \tau) - t_c = f(\tau)$ по методике регулярного режима должна дать истинное значение темпа.

Отметим, что при испытании пластинчатых или других типов ИПТ, имеющих массивное основание, при малых значениях коэффициента теплоотдачи (особенно при свободной конвекции) результаты измерений тепловой инерции будут зависеть от ориентации ИПТ. Это объясняется различной картиной конвективного движения жидкости относительно ИПТ. При вертикальном расположении ИПТ, например, когда основание расположено внизу и имеет температуру более высокую, нагретые струи газа (жидкости) будут омывать термочувствительный элемент и замедлять процесс его охлаждения.

При измерении температуры спокойных жидкостей и газов показатель тепловой инерции в зависимости от его расположения в пространстве может при неблагоприятных условиях изменяться в несколько раз, поэтому правильная установка ИПТ может иметь решающее влияние на точность измерения температуры. Отрицательное влияние конвекционных токов на точ-

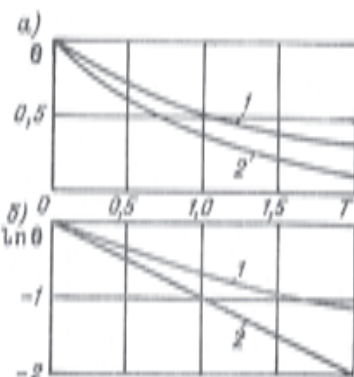


Рис. 5.7. Кривые охлаждения пластинчатого ИПТ: а — изменение относительной температуры; б — полулогарифмические кривые 1 — кривые изменения температуры; 2 — расчет θ по формуле (5.73)

тепловой инерции из-за ошибки в вместо $t_\sigma(l)$ будет $\theta_f \approx 65$ с.

ность измерения температуры с помощью инерционных термометров сопротивления отмечалось исследователями [87].

Частотные характеристики однородных ИПТ находятся по обычным правилам (см. § 3.6, 3.7). Используя для φ аппроксимацию (5.20) и подставляя ее в (5.10), передаточную функцию Y_c получаем в виде (3.37), в которой коэффициент a_1 заменяется на e и рассчитывается по формулам (5.21), (5.22), а передаточный коэффициент μ_c на основе (5.70), (5.18) имеет следующую структуру:

$$\mu_c = m_k (1 + F) \Psi_{\varphi_{\text{от}}} = \frac{\alpha_k}{\alpha_k + \alpha_d} (1 + F) (1 - \eta). \quad (5.79)$$

Амплитудная и фазовая частотные характеристики определяются по формулам (3.47), при замене в них μ_r на μ_c и a_1 на e .

Те же правила преобразований сохраняются в отношении расчета частотных характеристик по передаточным функциям $Y_{\text{вкр}}$ и $Y_{\text{ш}}$, определяемым выражениями (5.11) и (5.20).

При необходимости для расчета могут быть использованы точные выражения передаточных функций в соответствии с уравнениями (5.10) — (5.13) и приемами вычислений по (3.32) и (3.33).

Полученные на основе линейной теории теплопроводности результаты (см. § 5.1—5.4) не учитывают изменения теплофизических свойств и коэффициентов теплоотдачи от температуры и условий измерений. Поэтому они позволяют дать лишь экстремальные оценки в заданных пределах изменения параметров теплообмена. Поскольку уравнения теплообмена (гл. 5) выведены для идеализированного термоприемника, при изучении динамических свойств реальных ИПТ может оказаться необходимой экспериментальная корректировка параметров теплообмена и уточнение их структуры.

Пример 5.8. Оценить влияние теплоотвода на измерение периодически изменяющейся температуры для ИПТ, рассмотренного в примере 5.7, если относительная амплитуда изменения температуры идеального ИПТ (см. гл. 4) с показателем инерции $\tau_0 = 60$ с составляет 0,8.

Циклическую частоту изменения температуры среды ω можно определить из уравнения (4.18), откуда $\omega = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ с}^{-1}$, а период изменения температуры среды $T = 503$ с. Фазовое запаздывание измерителя рассчитывается по формуле (4.18) и равно $\varphi = -37^\circ$.

Относительная амплитуда A колебаний температуры ИПТ с учетом влияния теплоотвода в первом приближении определяется из уравнения (3.47). Значения η и ρ были найдены в предыдущем примере, $e = 44,8$ с, $\omega e = 0,56$. По формуле (5.79) с учетом значений α_k , α_d и η находим $\mu_c = 0,503$. По формулам (3.47) вычисляем $A = 0,44$ и фазовое запаздывание $\varphi = -29^\circ$. Следовательно, при наличии теплоотвода амплитуда колебаний уменьшается (ошибка измерения возрастает), одновременно с этим уменьшается фазовое запаздывание. В данном случае относительная амплитуда снижается от 0,8 до 0,44, а φ изменяется от -37 до -29° , т. е. влияние теплоотвода оказывается чрезмерно большим.

Если одновременно с температурой среды $t_0(\tau)$ с той же частотой ω изменяется температура экрана $t_{\text{вкр}}(\tau)$, то в формулу (3.47), как следует из (5.10) и (5.11), взамен μ нужно подставить $\mu_c + \mu_{\text{вкр}} = 1 - \eta$. Тогда находим $A = 0,70$. Фазовый сдвиг не меняется.

Динамические характеристики сложных измерительных преобразователей температуры

6.1. Модель теплообмена

Большинство промышленных приборов для измерения температуры (технические пирометры, термометры сопротивления, манометрические и жидкостные стеклянные термометры, устанавливаемые в защитный термодатрон) состоит из разнородных конструктивных элементов. К ним относятся: термочувствительный элемент и его основа, электроизоляционные детали и покрытия, защитные трубки, оболочки, крепеж, воздух или иной наполнитель [36, 38, 41, 47, 52, 59, 68, 74, 90, 93].

Исследование взаимодействия такого ИПТ с окружающей средой сводится, как и в предыдущих случаях, к изучению процесса теплообмена на границе ИПТ — среда и установлению закономерностей передачи теплоты внутри ИПТ. Будучи составленным из материалов с различными физическими свойствами, такой ИПТ представляет собой систему тел, температурное поле которой неравномерно.

Название «сложный ИПТ», как и ранее применявшийся термин «однородный ИПТ», определяет не только состав (конструктивные особенности) ИПТ, но и специфику его теплообмена. Так как в основном ИПТ являются осесимметричными системами, то термином «сложный ИПТ» охватываются такие ИПТ и такие режимы их теплообмена, для которых всегда существует градиент температуры в поперечном сечении. В отличие от однородных ИПТ неравномерность температуры в сложном ИПТ имеет место и в том случае, когда влияние теплоотвода в продольном направлении пренебрежимо мало.

Из-за сложности математического описания и неопределенности значений коэффициентов теплопередачи основными методами изучения динамических характеристик сложных ИПТ являются экспериментальный или экспериментально-расчетный. Однако для оценки влияния отдельных конструктивных элементов и их теплофизических свойств оказывается полезным анализ процесса теплообмена в простых моделях таких ИПТ, так как это позволяет выявить параметры, определяющие тепловую инерционность, и установить характер функциональных связей между ними.

Сложность процессов теплообмена между отдельными элементами армированных ИПТ ограничивает возможности аналитического исследования их динамических свойств. Поэтому ниже формулируется задача теплообмена с учетом отвода теплоты по эле-

ментам конструкции применительно к модели ИПТ, схематически изображенной на рис. 6.1. Все внутренние элементы ИПТ, включая его чувствительный элемент, образуют ядро или эквивалентный стержень 1, заключенный в защитную оболочку 2. Материал защитной оболочки имеет удельную теплоемкость $c_{об}$, плотность $\gamma_{об}$, коэффициенты тепло- и температуропроводности $\lambda_{об}$ и $a_{об}$. Соответствующие эффективные тепловые характеристики для внутреннего элемента (стержня) будут c_s , γ_s , λ_s и a_s . Интенсивность тепло-

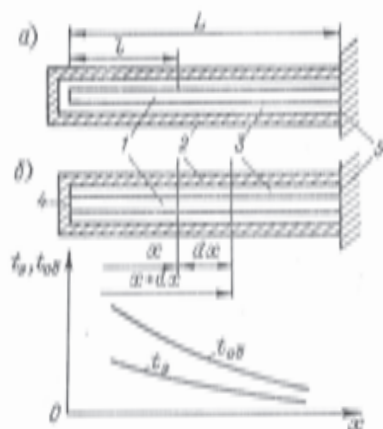


Рис. 6.1. Модель составного ИПТ: а — схема со свободно расположенным внутренним стержнем; б — плотный местный контакт стержня и оболочки (ИПТ «карандашного» типа)

1 — эквивалентный стержень; 2 — защитная оболочка; 3 — теплоизоляционная прослойка (зазор) между стержнем и оболочкой; 4 — место соединения стержня и оболочки; 5 — стенка (основание)

обмена между эквивалентным стержнем 1 и внутренней поверхностью оболочки 2 характеризуется коэффициентом теплопередачи k_s .

Предполагается, что температура стержня $t_s(x, \tau)$ и оболочки $t_{об}(x, \tau)$ зависит только от координаты x и времени τ . Это означает, что распределение температуры по сечению стержня и оболочки равномерное или же $t_s(x, \tau)$ и $t_{об}(x, \tau)$ являются средними для данного сечения x температурами ядра и оболочки. Как и при анализе теплообмена однородного ИПТ, наружная поверхность оболочки находится в теплообмене с окружающей средой, имеющей температуру $t_c(\tau)$, с экраном, имеющим температуру $t_{экp}(\tau)$, и подвержена внешнему нагреву, интенсивность которого определяется величиной теплового потока $q(\tau)$, поступающего через наружную поверхность в расчете на единицу площади ИПТ. Внутри

стержня может выделяться теплота, например, от измерительного тока. Мощность источников теплоты в расчете на единицу объема стержня пусть будет $\omega(\tau)$. Начало координат размещено на свободном конце ИПТ, как это показано на рис. 6.1. Общая длина ИПТ, находящегося в среде, равна L . Участок стержня, на котором размещен чувствительный элемент, имеет длину l , для термопары $l = 0$ и начало координат располагается в месте спая термоэлектродов.

Дифференциальные уравнения распределения температуры в эквивалентном стержне и оболочке, выведенные по аналогии с однородными ИПТ в предположении постоянства всех теплофизических параметров и коэффициентов теплоотдачи, имеют вид:

$$\frac{\partial t_s(x, \tau)}{\partial \tau} - a_s \frac{\partial^2 t_s(x, \tau)}{\partial x^2} + m_{s, \kappa} t_s(x, \tau) = m_{s, \kappa} t_{об}(x, \tau) + \frac{1}{c_s \gamma_s} \omega(\tau); \quad (6.1)$$

$$\frac{\partial t_{об}(x, \tau)}{\partial \tau} - a_{об} \frac{\partial^2 t_{об}(x, \tau)}{\partial x^2} + (\beta m_{s, \kappa} + m_{об, \kappa} + m_{об, л}) t_{об}(x, \tau) = m_{об, \kappa} t_c(\tau) + m_{об, л} t_{экp}(\tau) + \beta m_{s, \kappa} t_s(x, \tau) + \frac{p_{об}}{\sigma_{об}} \frac{1}{c_{об} \gamma_{об}} q(\tau), \quad (6.2)$$

где

$$m_{s, \kappa} = k_s p_s / (c_s \gamma_s \sigma_s); \quad (6.3)$$

$$m_{об, \kappa} = \frac{k_{об, \kappa} p_{об}}{c_{об} \gamma_{об} \sigma_{об}}; \quad m_{об, л} = \frac{k_{об, л} p_{об}}{c_{об} \gamma_{об} \sigma_{об}}; \quad (6.4)$$

$$\beta = \frac{c_s \gamma_s \sigma_s}{c_{об} \gamma_{об} \sigma_{об}}. \quad (6.5)$$

В выражениях (6.1) — (6.5) приняты следующие обозначения: σ_s и $\sigma_{об}$ — площади поперечных сечений стержня и оболочки, м²; p_s — эффективный периметр поперечного сечения стержня, м; $p_{об}$ — наружный периметр оболочки, м; k_s — эффективный коэффициент теплопередачи между стержнем и внутренней поверхностью оболочки, Вт/(м²·К); $k_{об, \kappa}$ — коэффициент конвективной теплопередачи между оболочкой и средой, Вт/(м²·К); $k_{об, л}$ — коэффициент теплопередачи излучением между оболочкой и экраном, Вт/(м²·К).

Два последних коэффициента зависят от собственного термического сопротивления оболочки $R_{об}$ и от термического сопротивления теплоотдаче при конвекции и излучении, а именно:

$$k_{об, \kappa} = \left(R_{об} + \frac{1}{\alpha_{об, \kappa}} \right)^{-1}; \quad k_{об, л} = \left(R_{об} + \frac{1}{\alpha_{об, л}} \right)^{-1}, \quad (6.6)$$

где $\alpha_{об, \kappa}$ — коэффициент конвективной теплоотдачи между наружной поверхностью оболочки и окружающей средой; $\alpha_{об, л}$ — коэффициент теплоотдачи излучением между наружной поверхностью оболочки и экраном (см. гл. 2).

Если оболочка изготовлена из хорошо проводящего теплоту материала, то ее собственное термическое сопротивление $R_{об}$ мало, распределение температуры по сечению оболочки равномерное и $k_{об, \kappa} \approx \alpha_{об, \kappa}$, а $k_{об, л} \approx \alpha_{об, л}$.

Будем в дальнейшем считать, что среднее по сечению значение температуры эквивалентного стержня $t_s(x, \tau)$ совпадает с действительной температурой чувствительного элемента в том же сечении. Для многих типов ИПТ это предположение оправдывается с достаточной точностью.

Условимся вести отсчет температуры от начальной, которую предполагаем известной и равной нулю для всех участков ИПТ:

$$t_s(x, \tau)|_{\tau=0} = t_{об}(x, \tau)|_{\tau=0} = 0. \quad (6.7)$$

Уравнения (6.1) и (6.2) выведены в предположении, что оболочка и стержень разделены по всей своей длине однородной прослойкой δ (см. рис. 6.1).

Вид граничных условий зависит от конструкции ИПТ, его монтажа в стенке объекта, состояния контакта между чувствительным элементом и оболочкой и т. п. Наиболее простым является допущение о равенстве температуры стержня, оболочки и стенки в месте заделки основания ИПТ в стенке (при $x = L$):

$$t_s(x, \tau)|_{x=L} = t_{об}(x, \tau)|_{x=L} = t_{осн}(\tau), \quad (6.8)$$

где $t_{осн}(\tau)$ — температура стенки в месте закрепления основания ИПТ.

Теплообмен со свободного торцового участка оболочки мал по сравнению с теплообменом с боковой поверхности оболочки, поэтому

$$\partial t_{об}(x, \tau) / \partial x|_{x=0} = 0. \quad (6.9)$$

Аналогичное условие можно записать для стержня

$$\partial t_s(x, \tau) / \partial x|_{x=0} = 0, \quad (6.10)$$

если коэффициент теплопередачи k_s при $x = 0$ тот же, что и для остальных участков (см. выше рис. 6.1, а). Однако в некоторых случаях тепловой контакт стержня и оболочки при $x = 0$ резко отличен, например, для «карандашных» термопар, у которых спай термоэлектродов приварен к торцовой поверхности оболочки, и условие (6.10) заменяется иным:

$$t_s(x, \tau)|_{x=0} = t_{об}(x, \tau)|_{x=0}. \quad (6.11)$$

Последнее выражение означает, что температура стержня и оболочки в месте их контакта одинакова.

Решение системы уравнений (6.1) и (6.2) при условиях (6.7) — (6.10), определяющее теплообмен сложного ИПТ под воздействием температуры $t_e(\tau)$, $t_{экр}(\tau)$, $t_{осн}(\tau)$, теплового потока $q(\tau)$ и внутреннего источника теплоты $\omega(\tau)$, в соответствии с общей схемой, изложенной в гл. 1, запишется для изображения $T_s(l, s)$ средней на длине l температуры чувствительного элемента $t_s(l, \tau)$ в виде:

$$T_s(l, s) = Y_e T_e(s) + Y_{экр} T_{экр}(s) + Y_{осн} T_{осн}(s) + Y_w W(s) + Y_q Q(s). \quad (6.12)$$

Здесь $T_e(s)$, $T_{экр}(s)$, $T_{осн}(s)$, $W(s)$ и $Q(s)$ — изображения переменных $t_e(\tau)$, $t_{экр}(\tau)$, $t_{осн}(\tau)$, $\omega(\tau)$ и $q(\tau)$, а функции Y_e , $Y_{экр}$, $Y_{осн}$, Y_w и Y_q могут рассматриваться как передаточные

функции для средней на длине l температуры стержня по отношению к тепловым воздействиям температуры среды $t_0(\tau)$, которую измеряет ИПТ, температуры экрана $t_{\text{экp}}(\tau)$, температуры основания (стенки) $t_{\text{осн}}(\tau)$, внешнего теплового потока $q(\tau)$ и внутренних источников энергии $\omega(\tau)$.

Вычисления приводят к следующим выражениям для передаточных функций:

$$Y_e = m_{\text{э, к}} m_{\text{об, к}} \bar{G}(s) / D(s); \quad (6.13)$$

$$Y_{\text{экp}} = m_{\text{э, к}} m_{\text{об, л}} \bar{G}(s) / D(s); \quad (6.14)$$

$$Y_q = m_{\text{э, к}} \frac{p_{\text{об}}}{\epsilon_{\text{об}} \gamma_{\text{об}} \sigma_{\text{об}}} \frac{\bar{G}(s)}{D(s)}; \quad (6.15)$$

$$Y_{\text{осн}} = \frac{\mu_1^2 - \frac{s}{a_2}}{\mu_1^2 - \mu_2^2} F_2 - \frac{\mu_2^2 - \frac{s}{a_2}}{\mu_1^2 - \mu_2^2} F_1; \quad (6.16)$$

$$Y_{\omega} = \frac{1}{\epsilon_2 \gamma_2} \left[(s + \beta m_{\text{э, к}} + m_{\text{об, к}} + m_{\text{об, л}}) \frac{\bar{G}(s)}{D(s)} + \frac{1}{a_2} \frac{F_2 - F_1}{\mu_1^2 - \mu_2^2} \right], \quad (6.17)$$

В этих уравнениях

$$D(s) = s^3 + [m_{\text{э, к}}(1 + \beta) + m_{\text{об, к}} + m_{\text{об, л}}] s + m_{\text{э, к}}(m_{\text{об, к}} + m_{\text{об, л}}); \quad (6.18)$$

$$\bar{G}(s) = 1 - \frac{\mu_1^2 - \mu_2^2}{\mu_1^2 - \mu_2^2} F_2 + \frac{\mu_2^2 - \mu_2^2}{\mu_1^2 - \mu_2^2} F_1; \quad (6.19)$$

$$F_1 = \frac{\text{sh } \mu_1 l}{\mu_1 l} \frac{1}{\text{ch } \mu_1 L}; \quad F_2 = \frac{\text{sh } \mu_2 l}{\mu_2 l} \frac{1}{\text{ch } \mu_2 L}; \quad (6.20)$$

$$\mu_{1,2} = \left(\frac{A \pm \sqrt{A^2 - 4B}}{2} \right)^{1/2}, \quad (6.21)$$

где

$$A = \mu_{\text{э}}^2 + \mu_{\text{об}}^2; \quad B = \mu_{\text{э}}^2 \mu_{\text{об}}^2 - \frac{\beta m_{\text{э, к}}^2}{a_2 a_{\text{об}}}, \quad (6.22)$$

здесь

$$\mu_{\text{э}} = \sqrt{\frac{s + m_{\text{э, к}}}{a_2}}; \quad \mu_{\text{об}} = \sqrt{\frac{s + \beta m_{\text{э, к}} + m_{\text{об, к}} + m_{\text{об, л}}}{a_{\text{об}}}}. \quad (6.23)$$

Для чувствительных элементов ИПТ, имеющих хороший тепловой контакт с оболочкой, например для технических термопар, спай которых приварен к оболочке или оболочка выполняет роль

одного из термоэлектродов, выражения (6.13) — (6.17), входящие в общее уравнение (6.12), должны быть заменены с учетом условия (6.11).

Полагая, что внутренний источник теплоты отсутствует, и решая уравнения (6.1) и (6.2) при условиях (6.7) — (6.9) и (6.11), находим изображения температуры чувствительного элемента (при $x = 0$):

$$T_s(0, s) = Y_c T_c(s) + Y_{\text{зкр}} T_{\text{зкр}}(s) + Y_{\text{осн}} T_{\text{осн}}(s) + Y_q Q(s). \quad (6.24)$$

Передаточные функции уравнения (6.24) определяются следующими соотношениями:

$$Y_c = m_{\alpha, \kappa} m_{\text{об}, \kappa} \Phi(s) / D(s); \quad Y_{\text{зкр}} = m_{\alpha, \kappa} m_{\text{об}, \alpha} \Phi(s) / D(s); \quad (6.25)$$

$$Y_q = m_{\alpha, \kappa} \frac{p_{\text{об}}}{c_{\text{об}} \gamma_{\text{об}} \sigma_{\text{об}}} \frac{\Phi(s)}{D(s)}; \quad (6.26)$$

$$Y_{\text{осн}} = \frac{a(b - \kappa) \mu_1 \operatorname{sh} \mu_2 L - b(a - \kappa) \mu_2 \operatorname{sh} \mu_1 L}{\mu_1 a(b - \kappa) \operatorname{ch} \mu_1 L \operatorname{sh} \mu_2 L - \mu_2 b(a - \kappa) \operatorname{sh} \mu_1 L \operatorname{ch} \mu_2 L}. \quad (6.27)$$

В выражениях (6.25) и (6.26) $D(s)$ определяется по формуле (6.18), а $\Phi(s)$ — по уравнению

$$\Phi(s) = ab \frac{\mu_1 \operatorname{sh} \mu_2 L (\operatorname{ch} \mu_1 L - 1) - \mu_2 \operatorname{sh} \mu_1 L (\operatorname{ch} \mu_2 L - 1)}{\mu_1 a(b - \kappa) \operatorname{ch} \mu_1 L \operatorname{sh} \mu_2 L - \mu_2 b(a - \kappa) \operatorname{sh} \mu_1 L \operatorname{ch} \mu_2 L}, \quad (6.28)$$

где

$$a = \mu_2^2 - \mu_1^2; \quad b = \mu_2^2 - \mu_1^2; \quad \kappa = m_{\alpha, \kappa} / a_{\alpha}. \quad (6.29)$$

Для получения приближенных соотношений должны использоваться общие приемы разложения передаточных функций по степеням параметра s (см. гл. 3).

По схеме, изложенной в гл. 3, путем обратного преобразования выражения (6.12) можно получить приближенные дифференциальные соотношения, связывающие температуру $t_s(t, \tau)$ с воздействиями $t_c(\tau)$, $t_{\text{зкр}}(\tau)$, $t_{\text{осн}}(\tau)$, $q(\tau)$ и $\omega(\tau)$.

Статическую характеристику ИПТ можно получить на основе решений уравнений (6.12), (6.24), используя для передаточных функций (6.13) — (6.17) и (6.25) — (6.27) предельный переход (3.3). Формулы для расчета распределения температуры в сложном ИПТ с учетом влияния теплоотвода и излучения приведены в работе [87].

6.2. Двухемкостная модель

Условия измерений и конструктивные особенности ИПТ часто выбираются так, чтобы влиянием теплоотвода вдоль внутренних элементов и защитной оболочки ИПТ можно было пренебречь. Строгое обоснование базируется на анализе приведенных выше решений, а для оценки могут быть использованы критерии (5.32) — (5.34). При этом входящие в формулу (5.19) коэффициенты α_{κ} и α_L

заменяются для оболочки на $k_{об,н}$ и $k_{об,л}$, а для внутреннего элемента взамен суммы $\alpha_n + \alpha_l$ в (5.19) подставляется полный коэффициент теплопередачи между этим элементом и внешней средой, рассчитываемый с учетом k_s , $k_{об,н}$ и $k_{об,л}$ по общим соотношениям для многосоставного тела (см. гл. 2).

При выполнении указанных требований распределение температуры по оси ИПТ будет равномерным (по крайней мере на том участке, где расположен чувствительный элемент), и уравнения теплообмена (6.1) и (6.2) значительно упрощаются. При сделанных ограничениях ИПТ уподобляется системе, состоящей из двух тел, одно из которых (ядро) полностью находится внутри другого и отделено от последнего теплоизоляционной прослойкой. Наружная поверхность второго тела участвует в теплообмене с окружающей средой. Интенсивность теплообмена между телами зависит от термического сопротивления прослойки $R_s = 1/k_s$, а интенсивность теплообмена второго тела и системы в целом определяется термическим сопротивлением второго тела $R_{об}$ и сопротивлением теплоотдаче $1/\alpha$ между наружной поверхностью системы и средой. Так как каждое тело имеет вполне определенную собственную теплоемкость C_s и $C_{об}$, то такую систему часто называют двухъемкостной.

Каждое из тел характеризуется также своим значением температуры. Применительно к ИПТ переменные $t_s(\tau)$ и $t_{об}(\tau)$ являются средними по поперечным сечениям значениями температуры внутреннего элемента и оболочки.

Для изображения $T_s(s)$ температуры $t_s(\tau)$ при нулевых начальных условиях (6.7) можно найти выражение, отличающееся от уравнения (6.12) отсутствием члена $Y_{оен}T_{оен}(s)$, который учитывал влияние теплоотвода вдоль ИПТ. Структура передаточных функций упрощается и будет определяться выражениями (6.13), (6.14), (6.15) и (6.17), в которых необходимо принять $G(s) = 1$ и $F_s = F_l = 0$.

Пусть, помимо отсутствия теплоотвода, все виды тепловых воздействий незначительны по сравнению с главным измерительным воздействием, т. е. теплообмен излучением между ИПТ и экраном или окружающими телами мал, а внешние и внутренние источники теплоты отсутствуют (малый измерительный ток и малые скорости движения среды). При этих дополнительных ограничениях уравнения (6.1) и (6.2) преобразуются к наиболее простому виду:

$$\frac{dt_s(\tau)}{d\tau} + m_s t_s(\tau) = m_s t_{об}(\tau); \quad (6.30)$$

$$\frac{dt_{об}(\tau)}{d\tau} + (\beta m_s + m_{об}) t_{об}(\tau) = m_{об} t_c(\tau) + \beta m_s t_s(\tau), \quad (6.31)$$

в которых

$$m_s = \frac{k_s p_s}{c_s \gamma_s \sigma_s}; \quad m_{об} = \frac{k_{об} p_{об}}{c_{об} \gamma_{об} \sigma_{об}}; \quad \beta = \frac{c_s \gamma_s \sigma_s}{c_{об} \gamma_{об} \sigma_{об}}, \quad (6.32)$$

где k_{06} — коэффициент теплопередачи между оболочкой и средой, определяемый по любой из формул (6.6), куда теперь входит суммарный коэффициент теплоотдачи α между наружной поверхностью оболочки и окружающей средой.

Применяя к уравнениям (6.30) и (6.31) при начальном условии (6.7) преобразование Лапласа, находим выражения передаточных функций для температуры стержня $Y_s(s)$ и оболочки $Y_{06}(s)$:

$$Y_s(s) = \frac{T_s(s)}{T_c(s)} = \frac{m_1 m_2}{(s + m_1)(s + m_2)} = \frac{1}{(1 + e_1 s)(1 + e_2 s)}; \quad (6.33)$$

$$Y_{06}(s) = \frac{T_{06}(s)}{T_c(s)} = \frac{m_{06}(s + m_2)}{(s + m_1)(s + m_2)} = \frac{1 + s/m_2}{(1 + e_1 s)(1 + e_2 s)}, \quad (6.34)$$

в которых $T_s(s)$ и $T_{06}(s)$ — изображения температуры $t_s(\tau)$ и $t_{06}(\tau)$. Коэффициенты — $m_1 = -1/e_1$, — $m_2 = -1/e_2$ являются корнями уравнения

$$s^2 + [m_2(1 + \beta) + m_{06}]s + m_2 m_{06} = 0 \quad (6.35)$$

и рассчитываются по формуле

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} [m_2(1 + \beta) + m_{06} \mp \sqrt{[m_2(1 + \beta) + m_{06}]^2 - 4m_2 m_{06}}]. \quad (6.36)$$

Общее выражение связи между измеренной $t_s(\tau)$ и истинной $t_0(\tau)$ температурой находится из уравнений (6.30) и (6.31):

$$t_c(\tau) = t_s(\tau) + \frac{m_2(1 + \beta) + m_{06}}{m_2 m_{06}} \frac{dt_s(\tau)}{d\tau} + \frac{1}{m_2 m_{06}} \frac{d^2 t_s(\tau)}{d\tau^2}. \quad (6.37)$$

Пусть температура окружающей среды постоянна и равна t_0 , а начальная температура ИПТ t_n , тогда на основе выражений (6.33) и (6.34) получаем переходные функции ИПТ:

$$\theta_s(\tau) = \frac{t_s(\tau) - t_n}{t_0 - t_n} = 1 - A_1 e^{-m_1 \tau} + A_2 e^{-m_2 \tau}; \quad (6.38)$$

$$\theta_{06}(\tau) = \frac{t_{06}(\tau) - t_n}{t_0 - t_n} = 1 - B_1 e^{-m_1 \tau} + B_2 e^{-m_2 \tau}, \quad (6.39)$$

где

$$A_1 = m_2/(m_2 - m_1); \quad A_2 = m_1/(m_2 - m_1); \quad (6.40)$$

$$B_1 = \frac{m_2(m_2 - m_1)}{m_2(m_2 - m_1)}; \quad B_2 = \frac{m_1(m_2 - m_2)}{m_2(m_2 - m_1)}. \quad (6.41)$$

Типичные графики переходного процесса (кривые разогрева в среде с постоянной температурой) приведены на рис. 6.2. Так как коэффициенты m_1 и m_2 всегда положительны, $m_2 > m_1$, $A_1 > A_2$ и $B_1 > B_2$, то спустя некоторое время влияние третьих

членов уравнений (6.38) и (6.39) будет пренебрежимо мало по сравнению с первыми. Режим нагрева (охлаждения) внутренних элементов и оболочки термодатчика будет регулярным.

Следовательно, коэффициент m_1 есть темп регулярного режима, а обратная величина $\varepsilon = 1/m_1$ является показателем тепловой инерции ИПТ сложной конструкции при отсутствии теплоотвода по элементам конструкции (см. гл. 3).

Время наступления регулярного режима $\tau_{\text{рег}}$ для термочувствительного элемента (стержня) ИПТ, по истечении которого отношение разности между температурой m_1 и величиной

$$m(\tau) = \frac{1}{t_a(\tau) - t_0} \frac{d[t_a(\tau) - t_0]}{d\tau}$$

к значению самого темпа m_1 не будет превышать некоторой заданной положительной величины δ , находится по приближенной формуле:

$$\tau_{\text{рег}} = \frac{1}{m_a - m_1} \ln \frac{1 - m_1/m_a}{\delta} \quad (6.42)$$

Время установления показаний ИПТ (время выдержки $\tau_{\text{выд}}$), по прошествии которого разность температуры между ИПТ и средой становится меньше наперед заданного значения Δt , оценивается по уравнению

$$\tau_{\text{выд}} = \frac{1}{m_1} \ln \frac{(t_n - t_0)/\Delta t}{1 - m_1/m_a} \quad (6.43)$$

Пример 6.1. Определить показатель инерции, кривую переходного процесса, время наступления регулярного режима и время выдержки для технической термопары в условиях теплообмена в спокойном воздухе. Начальная температура термопары $t_n = 20^\circ\text{C}$; температура воздуха $t_0 = 200^\circ\text{C}$. По результатам опытов и расчетов для термопары известно, что предельное минимальное значение показателя инерции $\varepsilon_\infty = 155$ с, а параметр $\beta = 0,20$.

Расчет по формулам гл. 2 показывает, что в диапазоне температуры $200-20^\circ\text{C}$ полный коэффициент теплоотдачи может быть принят равным $\alpha = 16 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{K})$, а отношение $\varepsilon_{\text{об}} \gamma_{\text{об}} \sigma_{\text{об}} / \rho_{\text{об}}$, называемое тепловым фактором оболочки, $\Phi_{\text{об}} = 1,07 \cdot 10^4 \text{ Дж}/(\text{м}^2 \cdot \text{K})$. Так как защитная оболочка стальная, то ее собственное термическое сопротивление мало, и из формул (6.32) и (6.6) следует, что $k_{\text{об}} = \alpha$, $m_a = 1/\varepsilon_\infty = 6,46 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ и $m_{\text{об}} = 1,49 \times 10^{-3} \text{ с}^{-1}$. Из уравнения (6.36) находим $m_1 = 1,20 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ и $m_2 = 8,03 \times 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, откуда в соответствии с уравнением (6.36) показатель инерции термопары $\varepsilon = 1/m_1 = 830$ с.

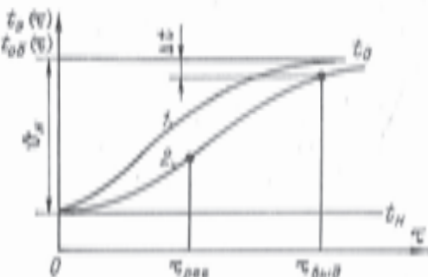


Рис. 6.2. Кривые нагрева ИПТ в среде с постоянной температурой

1 — температура оболочки $t_{\text{об}}(\tau)$; 2 — температура чувствительного элемента $t_{\text{э}}(\tau)$; t_n — температура среды; t_0 — начальный перегрев; $\tau_{\text{рег}}$ — время наступления регулярного режима; $\tau_{\text{выд}}$ — время установления показаний ИПТ, соответствующее недоходу Δt

Время наступления регулярного режима $\tau_{\text{рег}}$ для чувствительного элемента термопары при $\delta = 0,05$ определяется по уравнению (6.42) и составляет 410 с, т. е. в сравнении с величиной $v = 830$ с регулярный режим наступает относительно быстро. По формулам (6.40) получаем $A_1 = 1,176$ и $A_2 = 0,176$. Время выдержки $\tau_{\text{выд}}$, по простейшим показаниям ИПТ будут отличаться от температуры среды, например, на 2 К, находится из уравнения (6.43) и равно 3800 с.

В предположении, что распределение температуры в термопаре близко к равномерному, по формулам (4.13) и (4.12) $v_0 = 800$ с. Из сравнения v и v_0 критерий неравномерности распределения температуры в термопаре $\Psi_1 = v_0/v = 0,96$, т. е. распределение температуры по ее объему близко к равномерному и для оценки погрешностей измерения допустимо применять элементарную теорию (см. гл. 4).

Пусть значение коэффициента теплоотдачи увеличилось и составляет $\alpha = 140 \text{ Вт/(м}^2\cdot\text{К)}$. Тогда $m_{06} = 1,31 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$. Из уравнения (6.36) $m_1 = 0,55 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, $m_2 = 1,53 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$, откуда показатель инерции термопары $v = 1/m_1 = 182$ с. Время наступления регулярного режима при $\delta = 0,05$ $\tau_{\text{рег}} = 260$ с. Коэффициенты в уравнениях переходного процесса (6.38), (6.39): $A_1 = 1,56$, $A_2 = 0,56$, $B_1 = 0,232$, $B_2 = -0,768$. К моменту наступления регулярного режима $\theta(\tau_{\text{рег}}) = 0,637$, $\theta_{06}(\tau_{\text{рег}}) = 0,93$, а необходимое время выдержки $\tau_{\text{выд}}$ при $\Delta t = 2 \text{ К}$ составляет 900 с.

Показатель инерции, подсчитанный по элементарным соотношениям (4.13) и (4.12), $v_0 = 92$ с, следовательно, критерий неравномерности распределения температуры в поперечном сечении термопары будет равен $\Psi_1 = 0,50$. Опытное значение показателя инерции термопары, полученное по методу регулярного режима, $v = 180$ с.

Процесс теплообмена ИПТ (см. рис. 6.1, а) определяется, как это следует из уравнений (6.1), (6.2), (6.13) — (6.24), несколькими группами параметров, физический смысл которых проще уяснить, рассматривая теплообмен двухъемкостного ИПТ в неограниченной среде. В этом частном случае в уравнения теплообмена (6.30), (6.31) и (6.37) входят три коэффициента m_2 , m_{06} и β . Рассмотрим их подробнее.

Параметр β , согласно (6.32), равен отношению полных теплоемкостей внутренних элементов $C_s = c_s \gamma_s \sigma_s$ к полной теплоемкости оболочки $C_{06} = c_{06} \gamma_{06} \sigma_{06}$ в расчете на единицу ее длины. Под теплоемкостью C_s следует понимать суммарную теплоемкость всех элементов, расположенных внутри защитной оболочки.

Параметр m_{06} численно равен темпу регулярного режима защитной оболочки, охлаждающейся или нагревающейся в среде при тех же условиях теплообмена, что и ИПТ в целом. Величина $v_{06} = 1/m_{06}$ есть, следовательно, показатель термической инерции оболочки. Численное значение m_{06} или v_{06} находится по уравнению (6.32).

Параметр m_2 характеризует термодинамические свойства внутренних элементов по отношению к оболочке и численно равен темпу регулярного режима стержня, имеющего объемную теплоемкость $c_s \gamma_s$ и площадь наружной поверхности p_s (в расчете на единицу длины), при охлаждении (нагревании) его в среде с коэффициентом теплопередачи между стержнем и средой, равным k_s . Величина

$$v_s = 1/m_2 \quad (6.44)$$

может рассматриваться как показатель инерции внутренних элементов по отношению к оболочке.

Из-за неопределенности выбора величин k_s , p_s и σ_s расчет параметра m_s не всегда возможен и в реальных технических термодинамиках его предпочтительнее определять опытным путем.

Естественно, что вместо параметров m_s , $m_{об}$ и β для характеристики динамических свойств двухъемкостного ИПТ могут быть выбраны три иных параметра, из которых можно получить все предыдущие. Так, помимо m_s и $m_{об}$, вместо коэффициента β можно ввести новый параметр

$$m_{s, об} = \beta m_s = k_s p_s / (c_{об} \gamma_{об} \sigma_{об}). \quad (6.45)$$

По физическому смыслу параметр $m_{s, об}$ численно равен темпу регулярного нагрева (охлаждения) защитной оболочки, внутренней поверхность которой находится в теплообмене со средой с коэффициентом теплопередачи, равным k_s , а наружная поверхность адиабатически изолирована. Величина $e_{s, об}$ — показатель инерции оболочки в тех же условиях теплообмена.

При рассмотрении общих закономерностей теплообмена было указано, что для сравнительной оценки тепловой инерции ИПТ в различных условиях эксплуатации оказываются полезными так называемые характеристические кривые тепловой инерции. Для двухъемкостного ИПТ, находящегося в теплообмене только с окружающей его средой, искомые зависимости $e_1 = f(\alpha)$ или $m_1 = f(\alpha)$ могут быть рассчитаны по уравнению (6.36).

При малых значениях коэффициента теплообмена температура стержня и оболочки одинаковая и показатель инерции

$$e_1 = \frac{1}{m_1} = \frac{e_s \gamma_s \sigma_s + c_{об} \gamma_{об} \sigma_{об}}{\alpha p_{об}} \quad (6.46)$$

переходит в обычную формулу (4.13).

Найдем значение показателя тепловой инерции при очень больших коэффициентах теплоотдачи. Примем в формуле (6.36) $\alpha \rightarrow \infty$, тогда минимальное значение показателя инерции ИПТ

$$e_{\infty} = 1/m_{\infty} = \lim_{\alpha \rightarrow \infty} e_1 = 2(m_s(1+\beta) + m_{об\infty}) - \\ - \sqrt{[m_s(1+\beta) + m_{об\infty}]^2 - 4m_s m_{об\infty}})^{-1}, \quad (6.47)$$

где $m_{об\infty}$ — максимальный возможный (при $\alpha = \infty$) темп оболочки,

$$m_{об\infty} = \frac{1}{c_{об} \gamma_{об}} \frac{p_{об}}{\sigma_{об}} \frac{1}{R_{об}}. \quad (6.48)$$

Взаимосвязь между m_{∞} и m_s может быть представлена в следующем виде:

$$m_{\infty} = \frac{1}{e_{\infty}} = m_s \frac{1 - (1+\beta) m_{\infty}/m_{об\infty}}{1 - m_{\infty}/m_{об\infty}}. \quad (6.49)$$

Если термическое сопротивление оболочки $R_{об}$ мало, например, оболочка изготовлена из металла, то $m_{об} \infty \gg m_s$ и из уравнений (6.48) и (6.49) следует, что

$$\epsilon_{\infty} = 1/m_{\infty} = 1/m_s = \epsilon_s. \quad (6.50)$$

Соотношение (6.50) может быть положено в основу простого экспериментального определения параметров m_s или ϵ_s .

При линейном изменении температуры среды изменение температуры оболочки и термочувствительного элемента показано на рис. 6.3. В стадии регулярного режима второго рода (см. гл. 3)

разности между температурой среды $t_e(\tau)$ и температурой стержня $t_s(\tau)$ и оболочки $t_{об}(\tau)$ сохраняют постоянное значение:

$$\begin{aligned} [t_e(\tau) - t_s(\tau)]_{\text{рег}} = \\ = b \frac{m_s(1 + \beta) + m_{об}}{m_s m_{об}}; \end{aligned} \quad (6.51)$$

$$[t_e(\tau) - t_{об}(\tau)]_{\text{рег}} = b/m_{об}(1 + \beta). \quad (6.52)$$

Разность между температурой оболочки и стержня в установившемся состоянии

$$[t_{об}(\tau) - t_s(\tau)]_{\text{рег}} = b/m_s. \quad (6.53)$$

Формулы (6.51) — (6.53) позволяют оценить динамические погрешности измерения температуры среды, если закон изменения ее близок к прямолинейному и если известны величины m_s , $m_{об}$, β и скорость изменения температуры среды b .

Частотные характеристики двухъёмкостного приемника находятся по обычным правилам (см. гл. 3) из выражений (6.33) и (6.34) передаточных функций для стержня и оболочки [87].

Можно показать, что отношение амплитуд колебаний температуры термочувствительного элемента (стержня) a_s и оболочки $a_{об}$ и фазовый сдвиг $\varphi_{s, об}$ между колебаниями их температуры не зависят от коэффициента теплоотдачи и определяются только внутренними свойствами ИПТ:

$$a_s/a_{об} = 1/\sqrt{1 + \Omega^2}; \quad \varphi_{s, об} = -\arctg(\Omega/m_s); \quad \Omega = \omega/m_s. \quad (6.54)$$

Этой особенностью можно воспользоваться для проверки применимости предлагаемой модели при исследовании динамических свойств реального ИПТ или для экспериментального определения

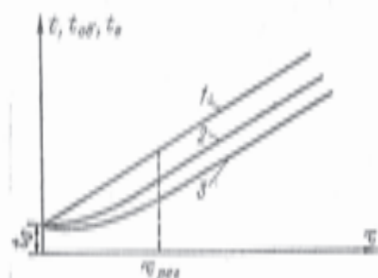


Рис. 6.3. Линейное изменение температуры
1 — температура среды; 2 — температура оболочки; 3 — температура термочувствительного элемента

коэффициента m_s . Заметим, что уравнения (6.54) по форме совпадают с выражениями (4.18) для простейшего термочувствительного элемента и оболочки для случая, когда температура среды изменяется по гармоническому закону (3.30), показаны на рис. 6.4.

Типичные графики изменения температуры термочувствительного элемента и оболочки для случая, когда температура среды изменяется по гармоническому закону (3.30), показаны на рис. 6.4.

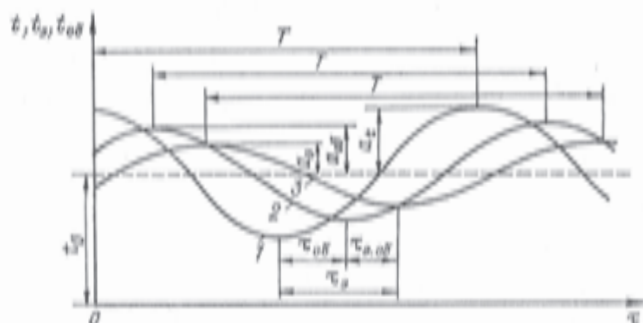


Рис. 6.4. Периодическое тепловое воздействие

t — температура среды $t_0(\tau)$; t_{ob} — температура $t_{ob}(\tau)$; t_s — температура $t_s(\tau)$; a_t — средняя температура среды; a_t , a_s и a_{ob} — амплитуды колебаний температуры $t_0(\tau)$, $t_s(\tau)$ и $t_{ob}(\tau)$; τ_{ob} и τ_s — отставание по времени температуры $t_{ob}(\tau)$ и $t_s(\tau)$ от $t_0(\tau)$; $\tau_{s,ob}$ — отставание по времени $t_s(\tau)$ от $t_{ob}(\tau)$; T — период колебаний

Несложно показать, что точки экстремумов кривой температуры стержня $t_s(\tau)$ являются точками пересечения кривых $t_s(\tau)$ и $t_{ob}(\tau)$.

Оценка влияния теплоотвода и излучения при измерении нестационарной температуры рассмотрена в работе [87].

6.3. Многоемкостные модели. Электрические аналоги

Допущение о возможности представления ИПТ в виде тела, имеющего равномерную по объему температуру и со всех сторон окруженного средой, приводит к дифференциальному уравнению теплообмена простейшего вида (4.6), в которое входит всего лишь один параметр ϵ_0 , равный произведению полной теплоемкости тела C на полное сопротивление теплоотдаче $R = 1/\alpha S$ между телом и средой. Замена ИПТ моделью, состоящей из внутреннего стержня, заключенного в оболочку, и анализ теплообмена этой модели с окружающей средой сводится к решению двух уравнений теплообмена (6.30) и (6.31), в которые входят вместо одного уже три параметра.

Как известно, существует аналогия между процессами переноса энергии, массы, количества электричества и другими физиче-

скими процессами, математическим отражением которой является тождественность уравнений, описывающих эти процессы. В этом смысле процессы теплообмена в одно- и двухъёмкостном ИПТ аналогичны явлениям передачи электрического тока в простейших линейных цепях, состоящих соответственно из одной или двух последовательно соединённых RC -ячеек (электрическое сопротивление — электрическая ёмкость), подключённых к некоторому источнику энергии. Напряжение источника энергии является аналогом температуры среды, электрическая ёмкость соответствует полной теплоёмкости тела, а электрические сопротивления являются ана-

логами полных термических сопротивлений между телом и средой или различными телами тепловой системы.

Поскольку нестационарные электрические процессы в линейных цепях с сосредоточенными параметрами детально изучены, многие исследователи при анализе явлений теплообмена в различных объектах, в том числе и термопреобразователях, широко используют аналогию между тепловыми и электрическими явлениями. Реальный ИПТ условно заменяется электрическим аналогом — линейной цепочкой, составленной из электрических сосредоточенных сопротивлений, ёмкостей или индуктивностей. Часто на схемах ставятся обозначения тепловых сопротивлений, ёмкостей

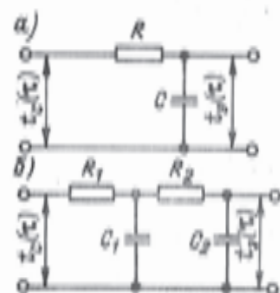


Рис. 6.5. Электрические аналоги ИПТ: а — простейший; б — двухъёмкостный

и температуры и используются лишь непосредственные выводы, полученные для аналогичной электрической цепи.

Схемы замещения для простейшего и двухъёмкостного термоприемников показаны на рис. 6.5. Для ИПТ, состоящего из стержня и оболочки, значения тепловых сопротивлений и ёмкостей следующим образом выражаются через исходные коэффициенты (см. § 6.2):

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= 1/(k_{об}S_{об}); & R_2 &= 1/(k_sS_s), \\ C_1 &= C_{об} = c_{об}\gamma_{об}V_{об}; & C_2 &= C_s = c_s\gamma_sV_s, \end{aligned} \right\} \quad (6.55)$$

где R_1 и R_2 — полные термические сопротивления теплоотдаче между оболочкой и окружающей средой и между внутренними элементами (эквивалентным стержнем) и оболочкой, К/Вт; C_1 и C_2 — полные теплоёмкости оболочки и внутренних элементов ИПТ, Дж/К; V_s и $V_{об}$ — объёмы элемента (стержня) и оболочки; S_s и $S_{об}$ — соответственно эффективная площадь поверхности теплообмена между стержнем и оболочкой и площадь наружной поверхности оболочки.

С учетом обозначений (6.55) получаем следующую взаимосвязь между ранее введенными параметрами и величинами R_1 , R_2 , C_1 , C_2 :

$$v_a = 1/m_a = R_2 C_2; \quad v_{об} = 1/m_{об} = R_1 C_1; \quad \beta = C_2/C_{об} = C_2/C_1. \quad (6.56)$$

Исследование динамических свойств и погрешностей измерения температуры среды на основе двухъёмкостной модели применялось неоднократно для ИПТ различных промышленных типов [87, 93]. Несмотря на явное преимущество этой модели (рис. 6.5, б) по сравнению с простейшей (рис. 6.5, а), она оказывается недостаточно полной при изучении динамических свойств отдельных конструкций промышленных ИПТ. Авторами некоторых работ предлагались более сложные многоёмкостные модели ИПТ, электрическими аналогами которых являются цепи, составленные из трех, четырех и более последовательно соединенных ячеек [87]. При этом, как и в простых схемах на рис. 6.5, предполагалось, что ИПТ находится в теплообмене только с окружающей его средой. Обратное влияние ИПТ на температуру среды отсутствует, т. е. последняя является неограниченной и имеет бесконечно большую по сравнению с ИПТ теплоемкость. Передача теплоты вдоль ИПТ пренебрежимо мала по сравнению с теплообменом в поперечном направлении. Иными словами, термодатчик разделяется на n элементов, последовательно заключенных один внутри другого. На рис. 6.6 даны электрические аналоги трехъёмкостного и n -ёмкостного термодатчиков.

В некоторых случаях последовательное разделение на звенья провести не удастся, и электрические аналоги ИПТ представляют собою цепи со смешанным (последовательно-параллельным) включением элементов R и C .

Многоёмкостные модели ИПТ при правильно подобранных значениях тепловых сопротивлений и емкостей могут хорошо отражать процессы теплообмена, проходящие в реальных ИПТ. Следует, однако, отметить и недостатки, присущие этому методу исследования.

1. Выбор модели ИПТ в известной мере произволен. Один и тот же измеритель температуры может быть разделен на разное число элементов и представлен различными схемами замещения.

2. Затруднения возникают при выборе и расчете тепловых сопротивлений и теплоемкостей отдельных элементов (слоев и оболочек) ИПТ. Некоторые параметры, например термические сопро-

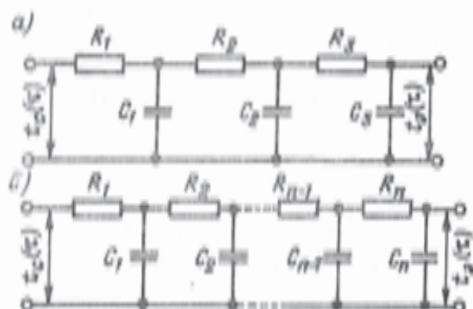


Рис. 6.6. Электрические аналоги многоёмкостных ИПТ: а — трехъёмкостный; б — n -ёмкостный

тивления между отдельными слоями, вообще не поддаются надежной оценке и должны определяться экспериментально.

Громоздкость получаемых зависимостей и затруднения в определении параметров, входящих в выражения передаточных функций, делают нерациональным выбор многоемкостных моделей, содержащих четыре и более элемента. Несмотря на указанные выше отрицательные черты (субъективизм в выборе модели и сложность оценки параметров теплообмена) этот метод остается перспективным, он позволяет выполнить аналитическую (хотя и приближенную) оценку динамических свойств и параметров инерции ИПТ, наметить пути конструирования измерителя с заранее заданными свойствами, с помощью цифровых ЭВМ выявить границы применимости различных моделей и влияние их параметров на динамику теплообмена.

Кроме того, имеется возможность изучения нестационарных тепловых процессов на примере электрической цепи — аналоге, параметры которой подбираются в соответствии с параметрами ИПТ, а воздействие температуры среды имитируется соответствующим законом изменения подаваемого напряжения. Такая электрическая цепь является своеобразным аналоговым счетно-решающим устройством, позволяющим проводить исследование влияния отдельных параметров ИПТ и оценивать погрешности измерения в различных режимах работы.

6.4. Определение передаточных функций по экспериментальным кривым переходных процессов

Излагаемый здесь метод свободен от недостатков исследования, проводимого на модели, так как основывается непосредственно на результатах опыта.

В гл. 3 и 5 было показано, что процессы передачи теплоты в ИПТ независимо от принципа его действия и устройства, в первом приближении могут рассматриваться как линейные процессы, т. е. описываться системой уравнений (обыкновенных или в частных производных). Для характеристики таких линейных систем достаточно знать вид передаточной функции, чтобы определять в дальнейшем реакцию системы на различные виды воздействий, т. е. в конечном итоге находить погрешности измерения температуры.

Как следует из аналитической теории теплопроводности, распределение температуры $t(x, y, z, \tau)$ внутри тела или системы тел, нагреваемых в среде с постоянной температурой t_0 , может быть представлено в виде экспоненциального ряда (см. гл. 3), который применительно к ИПТ может быть записан следующим образом:

$$\theta_s(\tau) = \frac{t_s(\tau) - t_n}{t_0 - t_n} = 1 - \sum_{i=1}^{\infty} A_i U_i e^{-\mu_i \tau}, \quad (6.57)$$

где $t_0(\tau)$ и $\theta_0(\tau)$ — действительная и относительная температура чувствительного элемента ИПТ; t_n — начальное значение температуры при $\tau = 0$; t_0 — температура среды; m_i и U_i — собственные числа и собственные функции решения задачи; A_i — коэффициенты, определяемые из начального условия.

Коэффициенты m_i , как указывалось в гл. 3, образуют возрастающую последовательность

$$0 < m_1 < m_2 < m_3 < \dots;$$

первый из них m_1 называют темпом регулярного режима.

Передаточная функция для линейной системы может быть получена по известной переходной функции системы, т. е. в данном случае

$$Y_0(s) = sL[\theta_0(\tau)] = L\left[\frac{d\theta_0(\tau)}{d\tau}\right], \quad (6.58)$$

где $Y_0(s)$ — искомая передаточная функция ИПТ; L — символ операции прямого преобразования Лапласа.

Подставив в уравнение (6.58) выражение (6.57) для переходной функции, получим

$$Y_0(s) = 1 - s \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i U_i}{s + m_i} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i U_i m_i}{s + m_i} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{A_i U_i}{e^{m_i s} + 1}. \quad (6.59)$$

Для многих тепловых систем (к ним следует отнести и большинство термодатчиков погружения) произведения $A_i U_i$ выражения (6.57) по абсолютной величине убывают с ростом i , что обеспечивает быструю сходимость ряда. В результате этого для расчета переходной характеристики обычно оказывается достаточным удерживать два-три первых члена ряда.

Пусть при определенном значении коэффициента теплоотдачи α получен из опыта график переходной функции ИПТ $\theta_0(\tau)$ или найдена экспериментально зависимость $t_0 - t_0(\tau) = f(\tau)$. Эмпирическое уравнение переходного процесса может быть получено различными способами, однако целесообразнее задавать его в виде суммы нескольких экспонент, поскольку это соответствует природе исследуемого явления [см. выражение (6.57)].

Показатели экспонент и коэффициенты эмпирического уравнения могут быть определены по опытным значениям кривой разогрева с использованием различных приемов и средств обработки.

Для нахождения темпа регулярного режима ИПТ m_1 можно применить предложенный Г. М. Кондратьевым графический метод определения. С этой целью строится график изменения логарифма разности $1 - \theta_0(\tau)$ или $t_0 - t_0(\tau)$ в зависимости от времени (кривая 1 на рис. 6.7, б). По наступлении регулярного режима теплообмена эта кривая становится прямолинейной и тангенс угла наклона β_1 кривой к оси времени будет численно равен темпу регулярного

режима термоприемника m_1 . Если продолжить прямолинейный участок кривой $\ln(1-\theta_s) = f(\tau)$ до пересечения с осью ординат, тогда точка пересечения будет, очевидно, соответствовать значению $\ln A_1 U_1$. Действительно, для больших моментов времени по наступлении регулярного режима членами ряда (6.57), кроме первого, можно пренебречь, и, следовательно, уравнение прямолинейного участка 2 кривой 1 (рис. 6.7, б) примет следующий вид:

$$\ln(1-\theta_s) = \ln A_1 U_1 - m_1 \tau. \quad (6.60)$$

Значения последующих коэффициентов и показателей экспонент по предложению М. П. Симою находятся следующим образом [87]. Из графика или табличных значений кривой переходного процесса $1-\theta_s(\tau)$ (рис. 6.7, а) вычитаются значения $\theta_1(\tau)$, рассчитываемые по уравнению

$$\theta_1(\tau) = A_1 U_1 e^{-m_1 \tau}, \quad (6.61)$$

куда подставляются найденные значения темпа m_1 и коэффициента $A_1 U_1$. Затем определяются значения логарифма разности $1-\theta_s(\tau) - \theta_1(\tau)$ и на предыдущем или отдельном графике, строится кривая зависимости $\ln(1-\theta_s - \theta_1)$ (кривая 3, рис. 6.7, б.) Начиная с некоторых моментов времени, кривая 3, подобно кривой 1, спрямляется. Тангенс угла наклона β_2 этого прямолинейного участка к оси времени будет равен показателю m_2 , а точка пересечения прямой, образованной из прямолинейного участка кривой 3, будет равна $\ln A_2 U_2$. В самом деле, из выражения (6.57) при соответствующих значениях времени τ следует:

$$1-\theta_s(\tau) - \theta_1(\tau) = A_1 U_1 e^{-m_1 \tau} \approx A_2 U_2 e^{-m_2 \tau},$$

т. е. уравнение прямолинейного участка кривой 3 имеет вид

$$\ln(1-\theta_s - \theta_1) = \ln A_2 U_2 - m_2 \tau,$$

откуда $\tan \beta_2 = m_2$, а точка пересечения с осью ординат будет в соответствующем масштабе равна $A_2 U_2$.

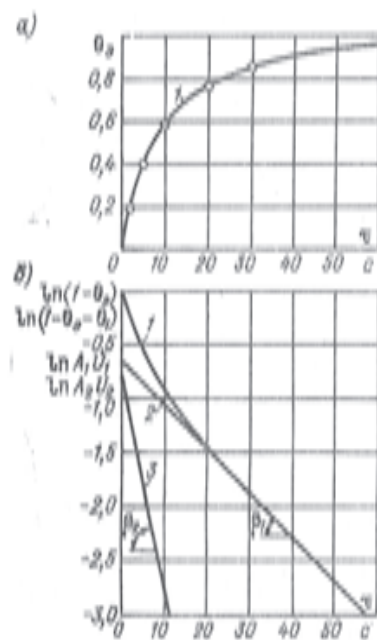


Рис. 6.7. Графическая обработка кривой переходного процесса: а — кривая разогрева термочувствительного элемента; б — переходная характеристика

Вычитая^{*} из кривой $1 - \theta_2(\tau) - \theta_1(\tau)$ значение $\theta_2 = A_2 U_2 e^{-m_2 \tau}$ и проводя полулогарифмическую обработку, можно получить значения коэффициентов $A_2 U_2$ и m_2 . Этот прием принципиально можно было бы продолжить, однако погрешности графической обработки обычно не позволяют повторять его более двух-трех раз. В результате получается эмпирическое уравнение переходного процесса:

$$\theta_2 = 1 - A_1 U_1 e^{-m_1 \tau} - A_2 U_2 e^{-m_2 \tau} - A_3 U_3 e^{-m_3 \tau}. \quad (6.62)$$

Применяя к этому выражению преобразование Лапласа в соответствии с уравнениями (6.58) и (6.59), можно определить приближенный вид и значение передаточной функции изучаемого ИПТ при заданных условиях теплообмена его со средой.

Изложенный выше метод удобен для практического определения передаточных функций различных динамических систем с апериодическими переходными процессами и дает хорошие результаты, если коэффициенты $m_1, m_2, m_3, \dots$ выражения (6.57) отличаются друг от друга не менее чем в два-три раза. Этот метод может быть использован и в более сложных условиях, когда передаточная функция системы содержит комплексные и кратные корни. Знаки постоянных $A_i U_i$ определяются из рассмотрения соответствующих функций до их логарифмирования. Логарифмируются абсолютные значения функций $1 - \theta_2, 1 - \theta_2 - \theta_1$ и т. д. Детальная разработка метода определения передаточных функций по опытным кривым переходного процесса применительно к промышленным термоприемникам дана Н. П. Бувиным [87].

Заметим, что при исследовании динамических характеристик сложных тепловых систем вид получаемой передаточной функции для выбранной точки системы может оказаться разным при различных внешних условиях теплообмена. С изменением коэффициента теплоотдачи меняется значение коэффициентов m_i множителей $A_i U_i$ ряда (6.57), т. е. в конечном итоге изменяется сходимость ряда.

Для полного описания динамических свойств ИПТ при различных значениях коэффициентов теплоотдачи необходимо проводить обработку нескольких кривых переходных процессов или делать пересчет коэффициентов передаточной функции. В первом случае значительно увеличивается объем экспериментальных работ, во втором — из-за неопределенности выбора размеров и свойств отдельных элементов ИПТ возникают затруднения в оценке параметров инерционности. В. И. Кочуровым предложен экспериментально-аналитический метод определения динамических характеристик, основанный на частотном анализе теплообмена ИПТ при различных значениях коэффициентов теплоотдачи [87].

Пусть ИПТ, передача теплоты внутри которого подчиняется линейным уравнениям теплопроводности, находится в теплообмене с окружающей средой. Распределение температуры на поверх-

ности ИПТ равномерное, а коэффициент теплоотдачи со средой равен α . Передаточная функция для температуры чувствительного элемента $Y(s, \alpha)$ в этих условиях может быть найдена, если известны уравнения передаточных функций $Y(s, \alpha_1)$ и $Y(s, \alpha_2)$ того же ИПТ при двух значениях коэффициентов теплоотдачи α_1 и α_2 . Уравнение связи между $Y(s, \alpha)$, $Y(s, \alpha_1)$ и $Y(s, \alpha_2)$

$$Y(s, \alpha) = \frac{k_1(k_2 - 1)Y(s, \alpha_1)Y(s, \alpha_2)}{k_2(k_1 - 1)Y(s, \alpha_1) + (k_2 - k_1)Y(s, \alpha_2)}, \quad (6.63)$$

где

$$k_1 = \alpha/\alpha_1; \quad k_2 = \alpha_2/\alpha_1. \quad (6.64)$$

Если известны уравнения передаточных функций $Y(s, \alpha_1)$ и $Y(s, \alpha_\infty)$ при значениях коэффициентов теплоотдачи α_1 и $\alpha_\infty = \infty$, уравнение (6.63) преобразуется к виду

$$Y(s, \alpha) = \frac{k_1 Y(s, \alpha_1) Y(s, \alpha_\infty)}{Y(s, \alpha_\infty) + (k_1 - 1) Y(s, \alpha_1)}. \quad (6.65)$$

Необходимые для определения динамических свойств ИПТ при коэффициенте теплоотдачи α передаточные функции $Y(s, \alpha_1)$ и $Y(s, \alpha_\infty)$ могут быть определены опытным путем, например, при графической или машинной обработке кривых переходных процессов.

Рассмотренный метод удобен для практического исследования динамических свойств ИПТ в зависимости от изменения коэффициента теплоотдачи. При этом не требуется знать особенности переноса теплоты непосредственно в ИПТ, так как влияние его конструктивных и физических параметров удается исключить на основе опытных данных, полученных при двух разных значениях коэффициента теплоотдачи.

Пример 6.2. Определить уравнение передаточной функции ИПТ, если переходная характеристика имеет вид, изображенный на рис. 6.7, а.

Для решения воспользуемся графическим приемом обработки. Результаты изменения $\ln(1 - \theta_2)$ в зависимости от времени [см. уравнение (6.57)] представлены кривой 1 на рис. 6.7, б. Котангенс угла наклона β_1 прямолинейного участка 2 кривой 1 численно равен показателю инерции τ_1 . Выбрав на прямолинейном участке 2 две точки, по формуле (3.10) находим $\tau_1 = 1/m_1 = 24,3$ с.

Точка пересечения прямой 2 с осью ординат определяет значение $\ln A_1 U_1 = -0,64$, откуда $A_1 U_1 = 0,527$. Вычитая из опытных значений $1 - \theta_2$ величину $\theta_1 = 0,527 \exp(-t/24,3)$ и находя $\ln(1 - \theta - \theta_1) = f(t)$, получаем на рис. 6.7, б кривую 3. Тангенс угла наклона β_2 этой кривой определит значение коэффициента m_2 . После обработки имеем $\tau_2 = 1/m_2 = 4,92$ с.

Точка пересечения прямолинейного участка кривой 3 с осью ординат дает значение $\ln A_2 U_2 = -0,76$, откуда $A_2 U_2 = 0,468$.

Так как кривая 3 мало отличается от прямой, дальнейшая графическая обработка прекращается. Эмпирическое уравнение кривой переходного процесса:

$$\theta_2 = 1 - 0,527e^{-t/24,3} - 0,468e^{-t/4,92}.$$

Пологая $\tau = 0$ и $\theta_a = 0$, находим уточненное значение коэффициента $A_2 U_a = 0,473$, следовательно,

$$\theta_a \approx 1 - 0,527e^{-\tau/24,3} = 0,473e^{-\tau/4,92}.$$

Применяя к уточненному эмпирическому уравнению преобразование (6.59), находим искомое уравнение передаточной функции ИПТ

$$Y_s(s) = \frac{14,1s + 1}{(24,3s + 1)(4,92s + 1)}.$$

Взятая за основу кривая I переходного процесса (см. рис. 6.7, а) была построена по передаточной функции

$$Y_s(s) = (14,4s + 1)/(24,5s + 1)(5s + 1),$$

следовательно, найденное и исходное уравнения передаточных функций хорошо согласуются между собой.

Пример 6.3. Найти уравнение передаточной функции ИПТ при значении коэффициента теплоотдачи $\alpha = 4200 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$, если при значениях $\alpha_1 = 234$ и $\alpha_2 = 2080 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$ уравнения передаточной функции имеют вид [87]

$$Y(s, \alpha_1) = \frac{14,4s + 1}{(87,5s + 1)(7,5s + 1)}; \quad Y(s, \alpha_2) = \frac{14,4s + 1}{(26,9s + 1)(5,5s + 1)}.$$

По формулам (6.64) находим $k_1 = 17,9$; $k_2 = 8,90$. Подставляя значения k_1 , k_2 , $Y(s, \alpha_1)$ и $Y(s, \alpha_2)$ в уравнение (6.64), после преобразований получаем

$$Y(s, \alpha) = (14,4s + 1)/(24,5s + 1)(4,97s + 1).$$

Передаточная функция, полученная после обработки кривой переходного процесса при $\alpha = 4200 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$:

$$Y(s, \alpha) = (14,4s + 1)/(24,5s + 1)(5,0s + 1).$$

Следовательно, результаты расчета и опытные данные почти совпадают.

6.5. Передаточная функция и показатель инерции двухслойных проволочных преобразователей температуры

В практике измерения быстроизменяющихся во времени температуры и скоростей газовых потоков, помимо проволочных металлических термометров сопротивления и термопар, с целью уменьшения их тепловой инерции и повышения уровня контролируемой температуры начинают использовать двухслойные ИПТ. Дадим оценку показателя их тепловой инерции.

Пусть чувствительный элемент ИПТ выполнен в виде металлической проволоки, радиус которой R_1 много меньше ее длины. На поверхности проволоки имеется однородный слой плохо проводящего теплоту материала толщиной δ . Теплофизические свойства рассматриваемой системы принимаются неизменными и не зависящими от температуры. Теплообмен со средой происходит по закону Ньютона.

Можно показать, что в первом приближении сложный цилиндрический ИПТ работает как апериодическое (инерционное) звено

первого порядка с передаточной функцией вида (3.37) при $y_t = 1$, а взаимосвязь между температурой ИПТ $t_s(\tau)$ и среды $t_0(\tau)$ определяется дифференциальным уравнением (3.38). Выражение $a_1 = e$ для показателя тепловой инерции можно представить в виде суммы

$$e = e_{\infty} + e_0 = e_0(1 + \eta), \quad (6.66)$$

где

$$e_{\infty} = \frac{R_2^2}{4a} \left\{ 1 - \frac{R_1^2}{R_2^2} \left[1 - 2 \left(1 - \frac{c_m \gamma_m}{c \gamma} \right) \ln \frac{R_1}{R_2} \right] \right\}; \quad (6.67)$$

$$\eta = \frac{e_{\infty}}{e_0}; \quad e_0 = \frac{c \gamma R_2}{2\alpha} \left[1 - \frac{R_1^2}{R_2^2} \left(1 - \frac{c_m \gamma_m}{c \gamma} \right) \right] = \frac{C_m + C}{\alpha S}, \quad (6.68)$$

В этих формулах e_{∞} — минимально возможное значение показателя инерции ИПТ при условии $\alpha = \infty$; e_0 — показатель тепловой инерции рассматриваемой системы, если распределение температуры в ней было бы равномерным по всему объему; C — полная теплоемкость оболочки в расчете на единицу ее длины, $C =$

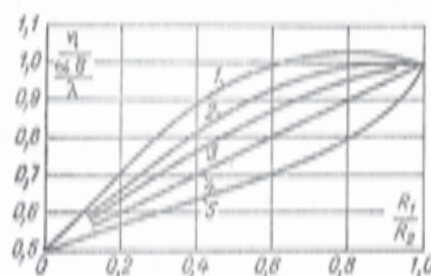


Рис. 6.8. Зависимость $\eta = \frac{e_{\infty}}{e_0}$ от отношения R_1/R_2

1, 2, 3, 4 и 5 — кривые построены при значениях $c_m \gamma_m / c \gamma$, равных 3; 2; 1,5; 1 и 0,5 соответственно

ее длины, $C_m = c_m \gamma_m \pi R_1^2$; R_1 и R_2 — внутренний и внешний радиусы защитного слоя материала.

Если объемные теплоемкости металла и изоляции близки, то

$$e_0 = c \gamma R_2 / (2\alpha); \quad e_{\infty} = (R_2^2 - R_1^2) / (4a).$$

Отношение $\eta = e_{\infty} / e_0$ характеризует влияние теплоизоляционного слоя на изменение термического сопротивления теплообмену между чувствительным элементом измерителя и средой (рис. 6.8). Если проводимость слоя λ/δ велика по сравнению с α , из формулы (6.66) следует, что $e \approx e_0$. В этих условиях влияние наружного слоя сказывается лишь на увеличении общей теплоемкости ИПТ.

Известно, что быстрота перестройки поля температуры в теле пропорциональна величине L^2/a , где L — определяющий размер; a — коэффициент температуропроводности. В рассматриваемой системе определяющее влияние оказывает оболочка, поэтому для оценки ее собственной тепловой инерции можно воспользоваться уравнением (6.66). Полагая в уравнении (6.66) $\alpha = \infty$ и $c_m \gamma_m / c \gamma = 0$, получим выражение для оценки собственного показателя тепловой инерции наружного слоя оболочки $\epsilon_{об}$:

$$\epsilon_{об} = \frac{R_2^2}{4a} \left[1 + \left(2 \ln \frac{R_1}{R_2} - 1 \right) \frac{R_1^2}{R_2^2} \right],$$

который при увеличении отношения R_1/R_2 от 0 до 1 изменяется в пределах от $\delta^2/4a$ до $\delta^2/2a$, где $\delta = R_2 - R_1$ — толщина слоя. Если определенный по уравнению (6.66) общий показатель ϵ в несколько раз превышает величину $\epsilon_{об}$, то при монотонном изменении температуры среды имеет место регулярный (автомодельный) режим теплообмена. При циклическом изменении температуры среды необходимо, чтобы величина $\epsilon_{об}$ была меньше периода колебаний температуры. При сделанных выше ограничениях сохраняют силу все выводы элементарной теории тепловой инерции, базирующейся на простейшем уравнении теплообмена (4.6).

Отметим, что полученные здесь результаты могут быть также использованы для теоретического обоснования метода двух термодатчиков при наличии защитного слоя на их поверхности.

6.6. Динамические свойства объектов при конвективно-кондуктивном теплообмене

На тепловой режим термочувствительных элементов некоторых ИПТ существенное влияние может оказывать передача теплоты теплопроводностью через токоподводы, держатели, защитную арматуру. Например, при измерении температуры термопарами, полупроводниковыми термометрами сопротивления или жидкостно-стеклянными термометрами их чувствительные элементы погружены в исследуемую среду, а термоэлектроды, стержень термометра, защитная трубка частично или полностью находятся в другой среде с иным значением температуры.

Пусть объект, тепловой режим которого необходимо изучить, представляет собою тело произвольной формы. Распределение температуры по его объему можно считать равномерным. Внутри тела расположены источники теплоты, а теплообмен со средой происходит путем конвекции и лучеиспускания. Суммарное влияние держателей и токоподводов (если их несколько) в первом приближении можно заменить действием стержней, соединенных с основным телом. Таким образом, изучение температурного режима тела с учетом теплопередачи по вспомогательным элементам сводится

к исследованию теплообмена системы, условно изображенной на рис. 6.9. В общем случае основное тело и стержни изготовлены из разных материалов и могут находиться в различных средах. Для упрощения формулировки задачи неравномерностью распределения температуры по сечению стержней будем пренебрегать.

Введем следующие обозначения: $t_0(\tau)$ — температура основного тела, например термочувствительного элемента, в момент времени τ ; $t_l(x_l, \tau)$ — температура l -го стержня в сечении x_l (начало координат расположено в месте контакта стержней с основным телом); n — число стержней ($l = 1, 2, \dots, n$); $t_0(\tau)$ и $t_l(\tau)$ — температура сред, в которых находятся основное тело и стержни;

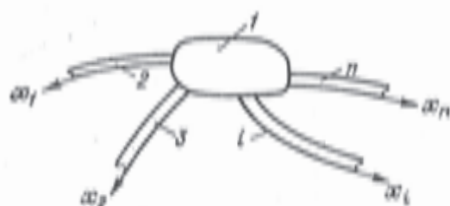


Рис. 6.9. Схематическое изображение системы

1 — основное тело; 2, 3, ..., n — стержни (теплопроводы); x_1, x_2, x_3, x_n — координатные оси

$W(\tau)$ — полная мощность источников теплоты, действующих в основном теле; σ_l и p_l — площадь поперечного сечения и периметр l -го стержня; a_l, λ_l, c_l и γ_l — коэффициенты температуро- и теплопроводности, удельная теплоемкость и плотность материала стержней; C — полная теплоемкость основного тела; S — площадь поверхности теплообмена основного тела с окружающей средой; α и α_l —

полные коэффициенты теплоотдачи основного тела и стержней с окружающими их средами с учетом конвекции и излучения. Если тело и стержни покрыты тонким слоем теплоизоляционного материала с малой объемной теплоемкостью, то вместо α и α_l следует ввести коэффициенты теплопередачи k и k_l .

Выражение для изображения температуры тела $T_0(s)$, полученное операционным методом Лапласа, имеет вид

$$T_0(s) = \frac{t_0 + \sum_{l=1}^n \frac{b_l}{\sqrt{s+m_l}} t_{l0} + m T_0(s) + \sum_{l=1}^n \frac{b_l m_l}{\sqrt{s+m_l}} T_l(s) + \frac{1}{C} W(s)}{s + m + \sum_{l=1}^n b_l \sqrt{s+m_l}}, \quad (6.69)$$

где

$$m = \frac{\alpha S}{C}; \quad m_l = \frac{\alpha_l p_l}{c_l \gamma_l \sigma_l}; \quad b_l = \frac{\lambda_l \sigma_l}{C \sqrt{a_l}} = \sqrt{\lambda_l c_l \gamma_l} \frac{\sigma_l}{C}; \quad (6.70)$$

$T_0(s)$, $T_l(s)$ и $W(s)$ — соответственно изображения температуры $t_0(\tau)$, $t_l(\tau)$ и мощности $W(\tau)$. Анализ различных случаев теплообмена дан в статье автора [87].

1. Переменная температура среды. Найдем взаимосвязь между температурой основного тела $t_a(\tau)$ и температурой среды $t_0(\tau)$, если $\Psi(\tau) = 0$, $t_l(\tau) = t_c(\tau)$, а начальные температуры $t_l(x_l, 0) = t_a(0) = 0$.

Из уравнения (6.69) получаем

$$T_a(s) = Y(s) T_0(s), \quad (6.71)$$

где передаточная функция

$$Y(s) = \left(m + \sum_{l=1}^n \frac{b_l m_l}{\sqrt{s + m_l}} \right) / \left(s + m + \sum_{l=1}^n b_l \sqrt{s + m_l} \right). \quad (6.72)$$

Если передача теплоты кондукцией происходит одновременно по n теплоотводам (стержням), а соотношения между параметрами системы таковы, что

$$\sum_{l=1}^n \frac{b_l}{\sqrt{m_l}} < 0,1; \quad \sum_{l=1}^n \frac{m_l}{m} \geq 2, \quad (6.73)$$

выражение для передаточной функции (6.72) принимает наиболее простой вид:

$$Y(s) = \frac{M_0}{s + M_0} = \frac{1}{es + 1}, \quad (6.74)$$

где

$$M_0 = 1/e = \left(m + \sum_{l=1}^n b_l \sqrt{m_l} \right) / \left(1 + \sum_{l=1}^n \frac{b_l}{\sqrt{m_l}} \right). \quad (6.75)$$

Пусть число теплоотводов $n = 1$, тогда из уравнения (6.72) во втором приближении можно получить

$$Y(s) = D \frac{s + N}{(s + m_1)(s + m_0)}, \quad (6.76)$$

где

$$D = m_1 \left(\frac{m}{m_1} + \frac{1}{2} \frac{b_1}{\sqrt{m_1}} \right) / \left(1 + \frac{1}{2} \frac{b_1}{\sqrt{m_1}} \right); \quad (6.77)$$

$$N = m_1 \left(\frac{m}{m_1} + \frac{b_1}{\sqrt{m_1}} \right) / \left(\frac{m}{m_1} + \frac{1}{2} \frac{b_1}{\sqrt{m_1}} \right);$$

$$m_0 = (m + b_1 \sqrt{m_1}) / \left(1 + \frac{1}{2} \frac{b_1}{\sqrt{m_1}} \right). \quad (6.78)$$

Используя передаточные функции (6.74) и (6.76), можно найти (см. гл. 3 и 5) общие соотношения между температурой $t_s(\tau)$ и $t_0(\tau)$. Так, на основе выражения (6.74) находим

$$t_s(\tau) = M_0 e^{-M_0 \tau} \int_0^\tau e^{M_0 z} t_0(z) dz. \quad (6.79)$$

Входящий в уравнения (6.74), (6.79) параметр M_0 имеет смысл темпа, а обратная ему величина — показателя тепловой инерции тела в регулярном режиме теплообмена при смешанном (кондуктивно-конвективном) теплообмене.

Пусть теплоемкость основного тела мала и ею можно пренебречь по сравнению с общей теплоемкостью теплоотводов (например, для проволоочной термодпары, электроды которой сварены встык, а место спая имеет тот же диаметр, что и термоэлектроды). Решения для этого случая получаются, если в приведенных выше уравнениях сделать предельный переход, устремляя C и αS к нулю. В первом приближении выражение для передаточной функции (6.74) сохраняется, а параметр M_0 должен рассчитываться по формуле

$$M_0 = \frac{1}{\varepsilon} = \left(\sum_{l=1}^n \sigma_l \sqrt{\lambda_l c_l \gamma_l} \sqrt{m_l} \right) / \sum_{l=1}^n \frac{\sigma_l \sqrt{\lambda_l c_l \gamma_l}}{\sqrt{m_l}}, \quad (6.80)$$

которая при $n = 2$, $\alpha_1 = \alpha_2$, $\rho_1 = \rho_2$ и $\sigma_1 = \sigma_2$ преобразуется к виду

$$M_0 = \frac{1}{\varepsilon} = \frac{\alpha \rho}{\sigma} \frac{\sqrt{\lambda_1} + \sqrt{\lambda_2}}{c_1 \gamma_1 \sqrt{\lambda_1} + c_2 \gamma_2 \sqrt{\lambda_2}}. \quad (6.81)$$

При $n = 1$ и $M_0 = m_1$ приходим к элементарному процессу теплообмена (см. гл. 4).

2. Простое нагревание или охлаждение тела. Предположим, что источники теплоты в теле отсутствуют, а начальная температура тела и стержней одинакова. Вся система находится в теплообмене с одной и той же средой, температура которой постоянна и равна t_0 .

В случае когда передача теплоты кондукцией происходит лишь по одному стержню ($n = 1$), можно получить точное значение температуры тела $t_s(\tau)$, сделав обратный переход на основе уравнения (6.79):

$$\begin{aligned} \vartheta_s(\tau) = t_s(\tau) - t_0 = \frac{\vartheta_0}{s_1 - s_2} & \left\{ \left[r + s_1 + f \frac{\operatorname{erf} \sqrt{(m_1 + s_1) \tau}}{\sqrt{m_1 + s_1}} \right] e^{s_1 \tau} - \right. \\ & \left. - \left[r + s_2 + f \frac{\operatorname{erf} \sqrt{(m_1 + s_2) \tau}}{\sqrt{m_1 + s_2}} \right] e^{s_2 \tau} \right\}, \end{aligned} \quad (6.82)$$

где

$$r = m - b_1^2; \quad f = b_1(m - m_1);$$

s_1 и s_2 — корни уравнения

$$s^2 + (2m - b_1^2)s + m^2 - m_1 b_1^2 = 0.$$

Приближенное выражение для температуры основного тела при его нагреве или охлаждении имеет вид

$$\frac{\vartheta_a(\tau)}{\vartheta_0} = \frac{m_1 - h}{m_1 - m_0} e^{-m_1 \tau} + \frac{m_0 - h}{m_0 - m_1} e^{-m_0 \tau}; \quad (6.83)$$

$$h = m_1 \left(1 + \frac{b_1}{\sqrt{m_1}} \right) / \left(1 + \frac{1}{2} \frac{b_1}{\sqrt{m_1}} \right),$$

здесь $\vartheta_a(\tau) = t(\tau) - t_0$; $\vartheta_0 = t_n - t_0$; m_1 и m_0 — параметры, определяемые по формулам (6.70) и (6.78).

Если теплоотвод происходит одновременно по n стержням и выполняются условия (6.73), то из уравнения (6.74) для переходного процесса получаем

$$\vartheta_a(\tau) = \vartheta_0 \exp(-M_0 \tau). \quad (6.84)$$

Нетрудно заметить, что закон изменения (6.84) аналогичен уравнению (4.9). Теплоотвод по стержням приводит к увеличению темпа охлаждения (нагрева) основного тела, т. е. уменьшает его инерционность, что и наблюдается, например, при работе с термисторами, палочными термометрами или микрокалориметрами малых размеров.

На основе уравнения (6.69) могут быть также исследованы различные случаи теплообмена при изменяющейся во времени мощности источников энергии [87].

Пример 6.4. Рассчитать показатель тепловой инерции медно-константановых термопар, изображенных на рис. 6.10 и предназначенных для измерения температуры воздушного потока. Диаметр термоэлектродов термопар $d_1 = d_2 = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м; диаметр спая $D = 1 \cdot 10^{-3}$ м. Расчет провести применительно к режиму переходного процесса, когда термопары, первоначально имевшие температуру $t_n = 20^\circ\text{C}$, быстро вносятся в струю воздуха, имеющую температуру $t_0 = 200^\circ\text{C}$ и скорость $v = 10$ м/с. При нормальном по отношению к направлению потока расположении термопар коэффициенты теплоотдачи между термоэлектродами и воздухом, термоспаем и воздухом рассчитаны в примере 2.3 и соответственно составляют $\alpha_1 = \alpha_2 = 400$ Вт/(м²·К), $\alpha = 260$ Вт/(м²·К).

Теплофизические свойства выбираем при средней температуре термоэлектродов $t_m = 0,5(t_n + t_0) = 110^\circ\text{C}$. Для меди: $\gamma_1 = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³; $c_1 = 0,4 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К); $\lambda_1 = 390$ Вт/(м·К). При той же температуре для константана: $\gamma_2 = 8,9 \cdot 10^3$ кг/м³; $c_2 = 0,43 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К) (подсчитано по аддитивной формуле); $\lambda_2 = 23$ Вт/(м·К). Удельная теплоемкость спая $c = 0,41 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К).

Неравномерность температуры в поперечном сечении термоэлектрода может быть оценена по формулам, приведенным в гл. 2. Для константано-

ного термоэлектрода критерий $Bi = 4 \cdot 10^{-3}$, откуда $\Psi_1 \approx \Psi_2 = 0,999$. Поэтому для расчета переходного процесса можно воспользоваться формулами, приведенными в этом параграфе.

Для бескорольковой термопары, условно изображенной на рис. 6.10, а, в первом приближении применимы уравнения (6.74) и (6.81). По формуле (6.70) определяем $m_1 = 0,90 \text{ с}^{-1}$, $m_2 = 0,835 \text{ с}^{-1}$ и по уравнению (6.81) — $M_0 = 0,89 \text{ с}^{-1}$, следовательно, показатель инерции $\tau = 1,12 \text{ с}$.



Рис. 6.10. Проволочные термопары: а — бескорольковая термопара; б — термопара со сферическим «корольком» (термоспаем)
1 и 2 — термоэлектроды

Близость значений удельных теплоемкостей и плотностей материалов для наиболее распространенных термоэлектродных пар, как показывает выполненная оценка, приводит к незначительному отклонению M_0 от коэффициентов m_1 и m_2 для отдельных проволок. Это обстоятельство позволяет для практических оценок использовать приближенные соотношения (6.74), (6.81) и для определения переходного процесса применить простое уравнение (6.84).

Для термопары, изображенной на рис. 6.10, б, выполняются условия (6.73) и расчет инерции может проводиться по уравнению (6.75). Вычисления дают $b_1 = 4,02 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1/2}$, $b_2 = 2,37 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1/2}$, $m = 0,377 \text{ с}^{-1}$, а показатель инерции собственно термоспая $1/m = 2,7 \text{ с}$. Из формулы (6.75) $M_0 = 0,40 \text{ с}^{-1}$, следовательно, показатель инерции всей термопары $\tau = 1/M_0 = 2,5 \text{ с}$. Таким образом, наличие «королька» в данных условиях теплообмена увеличивает инерционность термопары от 1,12 до 2,5 с, т. е. в два с лишним раза.

ГЛАВА СЕДЬМАЯ

Погрешности измерения температуры движущихся сред и методы их уменьшения

7.1. Измерение температуры турбулентного потока

Характерными особенностями, усложняющими процесс измерения температуры движущейся среды, являются: случайные пульсации температуры; неупорядоченные, случайные колебания скорости потока, вызывающие изменение коэффициентов теплоотдачи; зависимость условий теплообмена от температурного фактора при широкодиапазонных измерениях температуры из-за изменения физических свойств ИПТ и среды; нагрев ИПТ в результате преобразования кинетической энергии потока в теплоту при частичном торможении высокоскоростного потока газа.

Жесткие требования к инерционности ИПТ, трудно совместимые с требованиями механической прочности, заставляют разрабаты-

вать средства для уменьшения динамических погрешностей, т. е. создавать различные корректирующие устройства, «увеличивающие» быстродействие измерителя. Сложность и недостаточная изученность процесса взаимодействия затрудняют надежную оценку погрешностей, поэтому представляют значительный интерес компенсационные приемы и методы, непосредственно в процессе измерения учитывающие изменение режима теплообмена с окружающей средой.

Контактные методы измерения температуры потоков интенсивно развиваются. Разработано большое число ИПТ, накапливается опытный материал, необходимый для совершенствования приемов учета погрешностей.

При анализе воздействия на ИПТ входных сигналов (основного и помехосоздающих) предполагалось, что закономерности изменения их во времени заранее определены, т. е. эти воздействия детерминированы. В реальных условиях все входные сигналы не являются жестко заданными, и их следует считать случайными функциями времени.

Рассмотрим особенности измерения температуры турбулентного потока. Известно, что с увеличением скорости течения упорядоченное, ламинарное, движение жидкости нарушается, возникает значительное ее перемешивание. При таком турбулентном течении скорость и температура в выбранной точке потока не остаются постоянными, а хаотически изменяются, пульсируют около некоторых средних значений. Эти пульсации наблюдаются и в том случае, если средние скорость и температура потока постоянны во времени, т. е. течение является стационарным и изотермическим.

Закономерности турбулентного течения жидкости весьма сложны, и законченной теории турбулентности не существует. Основная задача измерений, сформулированная в гл. 1, — установление взаимосвязи между измеренной и истинной температурами — остается прежней, однако из-за случайного характера изменения температуры среды для ее решения требуется иной математический аппарат, учитывающий специфику самого явления. Для турбулентного потока понятие его действительной температуры теряет свою ценность, и при количественном определении используются вероятностные характеристики, применяемые в теории случайных процессов.

Аппарат теории случайных функций широко применяется при анализе неупорядоченных, случайных воздействий на различные динамические системы. Для характеристики случайной функции $f(t)$, отражающей случайный физический процесс, например процесс изменения температуры в турбулентном потоке, применяют различные понятия. Наиболее употребительные из них следующие: среднее значение (математическое ожидание) $\bar{f}(t)$ случайной функции $f(t)$; дисперсия $\sigma_f^2(t)$ или среднее квадратическое отклонение $\sigma_f(t)$.

Среднее значение случайной функции $f(\tau)$ определяется кривой $\bar{f}$, около которой располагаются все возможные кривые случайной функции. Величины σ_f^2 и σ_f представляют собой отклонение, рассеивание возможных реализаций случайной функции около среднего значения $\bar{f}$ кривой $f(\tau)$. Если характеристики $\bar{f}$, σ_f^2 и σ_f зависят от аргумента τ , например, являются функциями времени, то случайный процесс называют нестационарным. Несмотря на случайный характер изменения физической величины, между ее значениями при различных значениях аргумента (например, при различных значениях времени или в различных точках пространства) существует определенная связь. Для оценки этой взаимосвязи применяется так называемая корреляционная функция.

Наиболее подробно разработана теория стационарных случайных функций (процессов), для которых среднее значение (математическое ожидание) и дисперсия не зависят от времени. Стационарные случайные процессы обладают свойством эргодичности, в силу которого всякое среднее значение, получаемое путем наблюдения множества реализаций случайного процесса на разных объектах, может быть найдено в результате длительного наблюдения случайного процесса на одном объекте и его осреднения во времени. Например, для определения среднего значения температуры стационарного турбулентного потока вместо измерения температуры во многих точках потока достаточно ограничиться длительным измерением и осреднением температуры в одной точке потока. Среднее значение (математическое ожидание) стационарной случайной функции

$$\bar{f} = \frac{1}{2T} \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T f(\tau) d\tau = \bar{f}, \quad (7.1)$$

где $\bar{f}$ — среднее по времени значение функции $f(\tau)$; T — длительность процесса наблюдения.

Корреляционная функция стационарного процесса $K_f(\tau_n)$ зависит только от интервала τ_n между двумя значениями случайного процесса и может быть получена в результате осреднения по времени τ произведения случайных функций $f(\tau)$ и $f(\tau + \tau_n)$:

$$K_f(\tau_n) = \overline{f(\tau)f(\tau + \tau_n)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f(\tau)f(\tau + \tau_n) d\tau. \quad (7.2)$$

Корреляционная функция $K_f(\tau_n)$ обладает свойством четности, положительна и уменьшается с ростом τ_n , что отражает факт ослабления взаимосвязи между значениями функций $f(\tau)$, разделенных интервалом τ_n . Важная роль корреляционной функции при изучении стационарных случайных процессов объясняется тем, что ее крайние значения позволяют легко определить среднее зна-

чение, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайного процесса:

$$\bar{f} = \sqrt{K_f(\infty)}; \quad (7.3)$$

$$\sigma_f^2 = K_f(0) - K_f(\infty); \quad \sigma_f = \sqrt{K_f(0) - K_f(\infty)}. \quad (7.4)$$

Второй важной характеристикой стационарных случайных процессов является структурная функция $D_f(\tau_n)$, введенная в рассмотрение А. Н. Колмогоровым и А. М. Обуховым и определяемая соотношением

$$D_f(\tau_n) = \overline{[f(\tau + \tau_n) - f(\tau_n)]^2}.$$

Конкретная структура корреляционных и структурных функций находится экспериментально. В практике температурных измерений (анализ турбулентных течений, атмосферная турбулентность) для аппроксимации корреляционной функции применяют различные выражения [2, 61], из которых наиболее широко используются следующие:

$$K_f(\tau_n) = \sigma_f^2 e^{-\mu |\tau_n|} \quad (\mu \geq 0); \quad (7.5)$$

$$K_f(\tau_n) = \sigma_f^2 e^{-\mu |\tau_n|} \cos \beta \tau_n \quad (\mu \geq 0), \quad (7.6)$$

где μ и β — экспериментально определяемые постоянные величины.

Оценить случайную составляющую методической погрешности при измерении можно после исследования прохождения входного случайного сигнала через звенья всей измерительной цепи и получения характеристик случайного сигнала на выходе. В общем случае требуется детальный анализ входных случайных сигналов, учет их воздействия на динамическую характеристику ИПТ и вторичных преобразователей. В зависимости от конкретных условий существенно изменяется методика и трудоемкость выполняемых оценок случайной составляющей погрешности измерений. Подробное обсуждение задач прохождения случайных сигналов через измерительные системы дано в работах [1, 61], а применительно к задачам термометрии — в монографии [2].

Реальный входной сигнал $f(\tau)$ можно разделить на детерминированную $f_{\text{дет}}(\tau)$ и случайную $f_{\text{сл}}(\tau)$ составляющие и анализировать их прохождение через ИПТ_г раздельно:

$$f(\tau) = f_{\text{дет}}(\tau) + f_{\text{сл}}(\tau). \quad (7.7)$$

Такой подход требует предварительного обоснования, однако в качестве первого приближения его можно использовать при оценке характеристик случайной составляющей сигнала на выходе ИПТ.

При указанных допущениях детерминированная составляющая $f_{\text{дет}}(\tau)$ находится как среднее значение (математическое ожидание) $\bar{f}(\tau) = \bar{f}(\tau)$ входного сигнала. Прохождение этого сигнала через

ИПТ анализируется по обычным правилам [см. уравнения (3.1), (5.9)], в результате применения которых находим значение детерминированной составляющей температуры чувствительного элемента ИПТ $t_{э, \text{дет}}(\tau)$. Зная $t_{э, \text{дет}}(\tau)$, по уравнению вида (5.24) можно определить систематическую составляющую методической погрешности.

Случайная составляющая $f_{сл}(\tau)$ рассматривается как стационарная случайная функция данного входного сигнала, ее математическое ожидание (среднее значение) равно нулю, т. е. $\bar{f}_{сл} = 0$. Задавая соответствующую корреляционную функцию входного сигнала (7.5), (7.6) и соотношение (7.4), определяем дисперсию σ^2 и среднее квадратическое значение σ_f . Среднее значение стационарной случайной функции на выходе ИПТ равно нулю, т. е. $\bar{f}_{э, сл}(\tau) = 0$. Взаимосвязь дисперсий случайных составляющих выходного и входного сигналов находится по общим правилам с учетом заданной структуры динамических характеристик ИПТ.

Наиболее простые оценки получаются для однородных термоприемников, имеющих передаточную функцию вида (4.3). Если случайная составляющая температура среды $t_{сл}(\tau)$ характеризуется корреляционной функцией (7.5) и имеет дисперсию $\sigma_{t_s}^2$, то дисперсия $\sigma_{f_s}^2$ на выходе ИПТ в установившемся режиме находится по формуле

$$\sigma_{f_s}^2 / \sigma_{t_s}^2 = y_i^2 / (1 + \mu\epsilon), \quad (7.8)$$

Если корреляционная функция входного сигнала имеет вид (7.6), то для ИПТ с передаточной функцией (4.3) справедливо соотношение

$$\frac{\sigma_{f_s}^2}{\sigma_{t_s}^2} = y_i^2 \frac{1 + \mu\epsilon}{(1 + \mu\epsilon)^2 + \beta^2 \epsilon^2}. \quad (7.9)$$

Таким образом, при действии на вход ИПТ температуры среды

$$t(\tau) = t_{\text{дет}}(\tau) + t_{сл}(\tau) \quad (7.10)$$

на выходе ИПТ будет формироваться сигнал

$$t_{э}(\tau) = t_{э, \text{дет}}(\tau) + t_{э, сл}(\tau). \quad (7.11)$$

Детерминированная составляющая $t_{э, \text{дет}}(\tau)$ находится в соответствии с формулами (3.1) или (5.9). Дисперсия случайной составляющей $t_{э, сл}(\tau)$ для ИПТ с передаточной функцией (4.3) находится по формулам (7.8) и (7.9) в соответствии с (7.5), (7.6).

Если уравнение теплообмена связывает среднюю по объему температуру ИПТ $t_v(\tau)$ с температурой среды $t_e(\tau)$, то показатель инерции

$$\epsilon = \epsilon_0 \Psi, \quad (7.12)$$

где ϵ_0 определяется по известным формулам (4.13), (4.12), а Ψ — критерий неравномерности температуры по объему термодатчика. Строго говоря, критерий Ψ будет зависеть как от коэффициента теплоотдачи α , так и от спектра частот входного воздействия $t_0(\tau)$.

В качестве первого приближения, учитывая сглаживающее действие ИПТ для больших частот и относительно слабую зависимость критерия неравномерности при малых частотах, величину Ψ в формуле (7.11) можно заменить на Ψ_1 (критерий неравномерности температуры в регулярном режиме второго рода).

В частном случае при небольших значениях коэффициента теплоотдачи $\Psi_2 = 1$, $\epsilon = \epsilon_0$ и уравнения (7.8) и (7.9) переходят при $\mu = 1$ в формулы А. М. Яглома [87]. Уравнение (7.8) хорошо отражает процесс теплообмена и в тех случаях, когда распределение температуры по объему ИПТ неравномерное ($\Psi \neq 1$). Результаты расчета по ним в реальных условиях работы ИПТ почти не отличаются от точных значений [87]. При необходимости формулы (7.8) и (7.9) позволяют также просто учитывать форму чувствительного элемента измерителя температуры на основе зависимостей между критерием Ψ_2 , обобщенным критерием теплообмена N_2 и коэффициентом формы K_2 , рассматриваемыми в гл. 3.

Имеются теоретические возможности для установления взаимосвязи между средними значениями и дисперсиями температуры среды и термодатчика при более общих условиях, когда, например, среднее значение и дисперсия температуры потока меняются во времени. Основная трудность заключается, однако, не в получении уравнений взаимосвязи, а в обосновании представления реального процесса изменения температуры потока той или иной случайной функцией. Как правило, для решения этого вопроса необходимо проведение эксперимента по выявлению структуры самого потока, в частности, определение вида корреляционной или структурной функции исследуемой физической величины.

Соотношения (7.8) и (7.9) справедливы только для стационарных линейных ИПТ, т. е. для таких ИПТ, параметры которых не изменяются под воздействием входного сигнала [2, 87].

Отклонение от этого условия приводит к возникновению так называемых параметрических эффектов и появлению дополнительных погрешностей, носящих также случайный характер. Так, при измерении температуры турбулентного потока случайные пульсации скорости течения вызывают случайные изменения конвективной составляющей коэффициента теплоотдачи и соответственно показателя тепловой инерции ИПТ ϵ , являющегося одним из основных параметров передаточных функций [2, 96].

Математические формулировки таких задач и анализ методических погрешностей измерения температуры сред с учетом переменности коэффициента теплоотдачи в разных приближениях изложены в работах [1, 2]. Динамические погрешности при гармонич-

ческих пульсациях температуры среды и коэффициента теплоотдачи ИПТ рассмотрены в работе [87], там же даны ссылки на ранние работы.

Вклад в случайную составляющую выходного сигнала могут давать и не указанные выше воздействия, например, влияние электромагнитного поля на показания электрических термометров сопротивления и термопар, возникновение внутренних шумовых помех, вызванных условиями работы элементов измерительной системы. Чтобы учесть каждое такое воздействие, требуется дополнительный анализ [76].

7.2. Измерение температуры высокоскоростных потоков газа

При измерении температуры высокоскоростных газовых потоков появляется новый источник погрешностей, обусловленный частичным торможением потока в области расположения ИПТ и вызывающий дополнительный нагрев измерителя.

Поток газа, движущийся с некоторой скоростью v и имеющий температуру T_e , обладает кинетической энергией, которая в расчете на единицу его массы равна $v^2/2$. При торможении этого потока происходит уменьшение кинетической энергии, т. е. переход ее в теплоту. Вследствие этого энтальпия газа изменяется и его температура возрастает. Если газ полностью затормозить, так чтобы выделяющаяся теплота не успела рассеяться (адиабатическое торможение газа), то повышение его температуры может быть найдено на основе закона сохранения энергии:

$$v^2/2 = c_p (T_\phi - T_e) = c_p \Phi, \quad (7.13)$$

где c_p — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении, Дж/(кг·К).

В отличие от первоначальной термодинамической, или статической, температуры T_e свободно движущегося потока температуру газа T_ϕ при его полном торможении называют температурой торможения:

$$T_\phi = T_e + v^2/(2c_p). \quad (7.14)$$

Как следует из уравнения, повышение температуры Φ , иногда называемое кинетической температурой, зависит от квадрата скорости потока и его удельной теплоемкости. Температура Φ составляет для воздушного потока 1,2; 5; 20 К при скоростях течения 50; 100; 200 м/с соответственно и достигает значений тысяч кельвин при скоростях потока в несколько километров в секунду.

При обтекании тел высокоскоростным потоком полное торможение молекул газа может происходить на передней стороне тела в месте разветвления струи газа, т. е. в окрестности так называемой передней критической точки. В остальных точках пограничного

слоя торможение газа в результате трения не полное, а следовательно, и температура в этих областях ниже температуры торможения T_0 .

Выделяющаяся в пограничном слое теплота отводится в результате теплопроводности и конвективного переноса. Для количественной оценки этого комплексного процесса вводится понятие коэффициента восстановления температуры r , показывающего долю полной кинетической энергии потока, которая перешла в тепло-содержание. По определению

$$r = \frac{T_r - T_e}{T_0 - T_e} = \frac{T_r - T_e}{v^2/2c_p}, \quad (7.15)$$

где T_r — температура соответствующего участка поверхности обтекаемого тела при условии, что вещество тела (стенки) обладает нулевой теплопроводностью. Скорость течения газа непосредственно у поверхности тела равна нулю. По физическому смыслу температура T_r является температурой торможения (температурой восстановления) потока у стенки. Значения скоростей на внешней стороне пограничного слоя могут быть разными для разных участков поверхности обтекаемого тела, следовательно, коэффициент восстановления и температура T_r также будут являться функциями координат точек поверхности.

Уравнения (7.13) — (7.15) можно преобразовать к безразмерному виду, введя в рассмотрение число Маха $M = v/a_{эв}$, где $a_{эв}$ — скорость распространения звука в потоке при термодинамической температуре T_e , определяемая соотношением

$$a_{эв} = \sqrt{k \frac{R}{\mu} T_e}, \quad (7.16)$$

здесь k — отношение удельной теплоемкости газа c_p при постоянном давлении к теплоемкости при постоянном объеме c_v (показатель адиабаты); R — универсальная газовая постоянная, $R = 8,31 \cdot 10^3$ Дж/(К·моль); μ — молекулярная масса газа, кг/моль.

С учетом обозначений, принятых в формулах (5.4), (7.16), имеем

$$\frac{T_0}{T_e} = 1 + \frac{\Phi}{T_e} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2; \quad (7.17)$$

$$\frac{T_r}{T_e} = 1 + r \frac{k-1}{2} M^2. \quad (7.18)$$

Из уравнения (7.17) следует, что при $M = 1$, т. е. при течении газа со скоростью звука, и $k = 1,4$ (воздушный поток) температура торможения T_0 превышает термодинамическую температуру T_e на 20 %.

Результаты расчета и экспериментального определения пока-

зывают, что значение коэффициента восстановления r зависит от профиля тела. Так, при продольном обтекании нетеплопроводной пластины для ламинарного режима обтекания $r \approx \sqrt{Pr} \approx 0,85$, а при турбулентном режиме $r \approx \sqrt[3]{Pr} \approx 0,89$.

Термопреобразователь, помещенный в высокоскоростной поток, в силу указанных выше причин принципиально не может измерить его термодинамическую температуру T_e . Вместе с тем, из-за неполного торможения потока показания термоприемника T_{sr} будут отличаться и от температуры торможения T_0 , причем $T_e < T_{sr} < T_0$. По аналогии с уравнением (7.15) можно ввести понятие коэффициента восстановления r термоприемника. Тогда

при известном его значении можно, зная скорость потока v и собственную температуру T_{sr} , из уравнения (7.15) или (7.18) определить термодинамическую температуру потока T_e . На практике задача заключается в разработке таких конструкций измерителей температуры, значения коэффициентов восстановления которых в стационарном потоке газа слабо зависели бы от температуры потока T_e , числа Рейнольдса Re , числа Маха M .

Строго говоря, найденный из опыта коэффициент восстановления r конкретного измерителя температуры является неким обобщенным параметром, учитывающим не только неполноту торможения потока, но и искажающее действие ранее рассмотренных факторов — влияние передачи теплоты в результате теплопроводности между отдель-

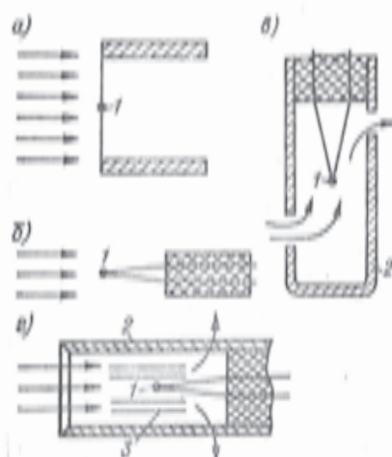


Рис. 7.1. ИПТ для измерения температуры потока газа: а и б — поперечно и продольно обтекаемые незащищенные; в и г — с поперечно и продольно обтекаемыми камерами торможения

1 — терморезистор; 2 — камеры; 3 — экраны

ными частями ИПТ, теплообмена между и окружающими предметами.

Конструкции ИПТ, применяемых для измерения температуры потоков с дозвуковыми и сверхзвуковыми скоростями, можно условно разбить на четыре группы: 1) продольно и 2) поперечно свободно обтекаемые ИПТ; 3) продольно и 4) поперечно обтекаемые ИПТ, чувствительный элемент которых помещен в камеру торможения, без экранов или имеющие несколько экранов с целью защиты от теплового излучения (рис. 7.1). Определение коэффициентов восстановления ИПТ различных конструкций в зависимости

от чисел M , Re , Pr и состава газа проводилось многократно (библиографические ссылки даны в работе [87]).

Коэффициент восстановления продольно обтекаемых термопар (рис. 7.1, б) близок к коэффициенту восстановления продольно обтекаемой пластины. По данным Н. В. Илюхина, для медно-константановой термопары с термоэлектродами диаметром $0,5 \cdot 10^{-3}$ м $r = 0,9$ при $M = 0,2 \div 1$ и $Re = 3,8 \cdot 10^3 \div 14 \cdot 10^3$.

Коэффициент восстановления поперечно обтекаемых термопар (рис. 7.1, а) нестабилен; так, для термопар диаметром $0,1$ и $0,3 \cdot 10^{-3}$ м в воздушном потоке при $M = 0,38 \div 0,97$, $Re = 850 \div 9000$ коэффициент r изменяется в пределах $0,58 \div 0,76$ и $0,78 \div 0,87$ для первой и второй термопары соответственно. По результатам исследования Е. В. Шишова значения коэффициента r для поперечно обтекаемых термопар в воздухе при $M = 1,2 \div 1,65$ изменяются в пределах $0,82 \div 0,87$. Коэффициент r остается почти неизменным для термопар диаметром $(0,2 \div 1) \cdot 10^{-3}$ м.

Более стабильными и высокими значениями r обладают ИПТ, имеющие камеру торможения (рис. 7.1, а и г). При дозвуковых скоростях течения коэффициенты восстановления у термопар с поперечно обтекаемой камерой торможения будут $0,92 \div 0,96$, несколько выше значения r у ИПТ с продольно обтекаемой камерой торможения. Значения $r = 0,95 \div 0,98$ сохраняются у последних и при сверхзвуковых скоростях течения до значений чисел $M \approx 8$ в воздушных потоках низкой плотности и статических температурах $400 \div 700$ К.

При оценке инерционности измерителей температуры в высокоскоростном потоке приближенно полагают, что процесс разогрева происходит по экспоненциальному закону:

$$T_s - T_{s,n} = (T_{sr} - T_{s,n})(1 - e^{-\tau/\epsilon}), \quad (7.19)$$

где T_{sr} — температура восстановления ИПТ; $T_{s,n}$ и T_s — его начальная и текущая температура, К; ϵ — показатель тепловой инерции, численное значение которого для разных ИПТ и скоростей обтекания изменяется в пределах от долей секунды до нескольких секунд.

Представление переходного процесса в виде зависимости (7.19) основано на возможности следующей записи уравнения теплового баланса:

$$q(\tau) S d\tau = C dT_s, \quad (7.20)$$

здесь S и C — поверхность теплообмена и полная теплоемкость измерителя; $q(\tau)$ — удельный тепловой поток, поступающий в измеритель от газа, Вт/м².

Выражение для $q(\tau)$ рекомендуется так же, как и при малых скоростях течения, записывать в форме закона Ньютона, заменяя в последнем статическую температуру потока T на температуру

восстановления T_r [см. формулу (7.18)], или, что то же самое, на собственную температуру ИПТ T_{sr} :

$$q(\tau) = \alpha(T_{sr} - T_s) = \alpha \left[T_e \left(1 + r \frac{k-1}{2} M^2 \right) - T_s \right], \quad (7.21)$$

здесь α — коэффициент теплоотдачи ИПТ в высокоскоростном потоке газа. Следовательно, как и в обычных условиях, структура коэффициента α выражается уравнением вида (3.16).

Уравнения (7.19) и (7.21) могут оказаться недостаточными для характеристики динамических свойств ИПТ, предназначенных для целей регулирования. Чувствительный элемент и камера торможения имеют разные собственные температуры. В процессе разогрева происходит теплообмен между термпарой, экраном, стенками и газом, поэтому при определении инерционности необходимо использовать приемы, изложенные в гл. 7.

Конструирование ИПТ для контроля и проведения измерения температуры высокоскоростных потоков газа составляет отдельную область измерительной техники. Систематизированные сведения об этом даны в работах А. Н. Петунина [53], Л. С. Домрачевой [15].

7.3. Коррекция динамических характеристик термопреобразователей

Уменьшение тепловой инерции измерителей температуры, как было показано в предыдущих главах, ограничено условиями теплообмена и требованиями механической прочности ИПТ. Для дальнейшего увеличения быстродействия применяется принципиально иной прием, заключающийся в изменении структуры измерительной цепи путем введения в нее специальных корректирующих устройств. Подбирая параметры корректирующего устройства, можно добиться значительного роста быстродействия всей измерительной цепи, расширения частотного диапазона ее работы. Следовательно, введение корректирующего устройства при правильной его настройке фактически приводит к тем же результатам, какие можно было бы получить, применяя менее инерционный ИПТ.

Корректирующие устройства широко используются в системах автоматического регулирования и управления для изменения функций отдельных звеньев и повышения качества работы систем в целом. Для улучшения динамических свойств первичных преобразователей (датчиков) чаще всего применяются последовательные корректирующие устройства. Формальное исследование эффекта коррекции удобно провести, пользуясь понятием передаточной функции.

Пусть динамические свойства ИПТ характеризуются простейшей передаточной функцией:

$$Y_s(s) = T_s(s)/T_e(s) = 1/(es + 1). \quad (7.22)$$

Сигнал $t_s(\tau)$, вырабатываемый ИПТ, подается на корректирующее устройство, имеющее передаточную функцию

$$Y_k(s) = T_k(s)/T_s(s) = (e_k s + 1)/(e_k s + k), \quad (7.23)$$

где e_k — постоянная времени; k — передаточный коэффициент корректирующего устройства. Если ИПТ и корректирующее устройство работают как линейные преобразователи, то взаимосвязь между изображениями температуры среды $t_s(\tau)$ и сигнала на вы-

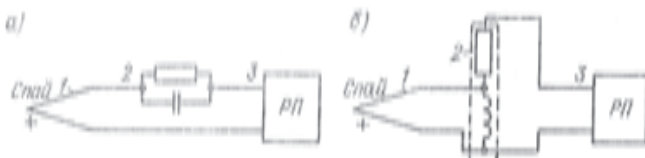


Рис. 7.2. Схема ИПТ с корректирующими устройствами: а — термопара с RC-контуром; б — трансформаторная схема
1 — термопара; 2 — цепь коррекции; 3 — регистрирующий прибор

ходе корректирующего устройства $t_k(\tau)$ может быть найдена путем перемножения функций $Y_s(s)$ и $Y_k(s)$:

$$\frac{T_k(s)}{T_s(s)} = Y_s(s) Y_k(s) = \frac{1}{e s + 1} \frac{e_k s + 1}{e_k s + k}. \quad (7.24)$$

Подобрав значение e_k таким образом, чтобы

$$e = e_k, \quad (7.25)$$

получаем

$$\frac{T_k(s)}{T_s(s)} = \frac{1}{e s + k} = \frac{1}{k} \frac{1}{\frac{e}{k} s + 1}. \quad (7.26)$$

В результате такого выбора передаточная функция ИПТ с корректирующим устройством имеет тот же вид, что и для отдельного термоприемника, однако постоянная времени оказалась уменьшенной в k раз. Последующее усиление сигнала $t_k(\tau)$ в k раз приводит к следующей взаимосвязи между измеренной $t_s(\tau)$ и действительной $t_e(\tau)$ температурами:

$$\frac{T_s(s)}{T_e(s)} = \frac{1}{e_{эф} s + 1}; \quad e_{эф} = \frac{e}{k}. \quad (7.27)$$

Для практической реализации соотношения (7.26) применяются корректирующие устройства, основанные на разных физических принципах. Чаще всего выбираются электрические корректирующие устройства, схематическое изображение которых дано на рис. 7.2.

Из элементарных соотношений (7.22) и (7.24) следует, что для сохранения вида передаточной или переходной функций ИПТ необходимо выполнение условия $\epsilon = \epsilon_k$. Отклонение ϵ_k от ϵ в ту или иную сторону вызывает искажение переходной характеристики (рис. 7.3). Быстродействие измерительной цепи при перекомпенсации ($\epsilon_k > \epsilon$) и недокомпенсации ($\epsilon_k < \epsilon$) ухудшается по сравнению с условиями оптимальной настройки [83, 91, 93, 101].

Практическое применение корректирующих устройств для увеличения быстродействия и снижения динамических погрешностей было осуществлено многими исследователями. Электрические це-

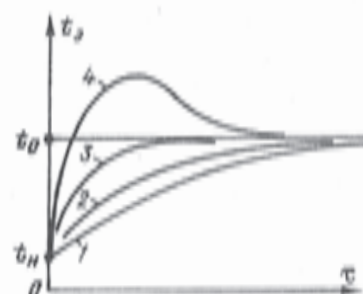


Рис. 7.3. Переходные характеристики

1 — ИПТ без коррекции; 2 — недокомпенсация; 3 — оптимальная настройка; 4 — перекомпенсация $\epsilon_k > \epsilon$

цепей рассмотрены в работах [6, 31, 83, 93]. В перечисленных работах эффективную постоянную времени $\tau_{\text{эф}}$ удалось понизить по сравнению с показателем инерции ИПТ на один-два порядка.

Условия идеальной коррекции (7.25) в реальной обстановке измерений часто оказываются нарушенными. Одна из основных причин — непостоянство показателя инерции термоприемника ϵ , его зависимость от коэффициента теплоотдачи и температурного фактора. Помимо этого, динамические свойства ИПТ не всегда удается описать передаточной функцией вида (7.22); требуется несколько параметров для оценки термоннерционных свойств (см. гл. 6). Все это приводит к тому, что компенсация инерционности ИПТ происходит лишь частично, динамические ошибки полностью не устраняются, а в некоторых случаях при неудачной настройке могут быть и значительными. Целесообразно настраивать цепь коррекции с учетом конкретных условий теплообмена ИПТ и характера изменения температуры среды. Так, при измерении постоянной температуры постоянная ϵ_k должна соответствовать показателю инерции ИПТ в регулярном режиме первого рода. При измерении монотонно меняющейся температуры цепь коррекции настраивается

печки (пассивные четырехполюсники типа RC или LC) были использованы для компенсации инерции термоанемометров. Последовательная электрическая коррекция показаний ИПТ применялась Д. Ф. Симбирским, В. А. Тепляшиным, А. И. Банниковым для измерения стационарной высокой температуры газов, Д. Ф. Тартаковским — при измерении температуры жидкостей. В. И. Кочуров применил электрогидравлическое устройство с целью улучшения качества регулирования температуры в газотурбинной установке. Отдельные вопросы выбора и построения корректирующих

на значение показателя инерции в регулярном режиме второго рода. Оптимальные условия контроля пульсирующей температуры получаются при соблюдении равенства (7.25), в котором ϵ — показатель инерции измерителя, найденный в регулярном режиме третьего рода с учетом критерия неравномерности Ψ_a (см. гл. 3). Более сложная картина наблюдается при коррекции показаний многосоставных технических ИПТ. Подробный анализ работы корректирующих устройств при измерении температуры дан в работе В. Е. Шукшунова [83].

Анализ действия корректирующих устройств и их настройки обычно проводится в предположении, что ИПТ взаимодействует только с окружающей его средой, а возмущающие нежелательные воздействия отсутствуют. В сложных условиях измерений при заметном влиянии теплоотвода, излучения или дополнительного нагрева структура корректирующего устройства должна быть изменена в соответствии с требованиями, приведенными в гл. 3, 5, 6.

7.4. Измерение нестационарной температуры несколькими термопреобразователями

Все аналитические приемы учета тепловой инерционности основаны на результатах исследования идеализированной картины теплообмена между ИПТ и средой. В зависимости от того, насколько удачно выбрана расчетная схема, определяются эффективность и надежность введения поправок. С расширением диапазона измеряемой температуры теплофизические свойства измерителя и условия внешнего теплообмена будут непостоянными. Расчеты по формулам, выведенным в предположении линейности процессов теплообмена, приобретают оценочный характер и позволяют определить лишь экстремальные погрешности измеряемой температуры. Этот недостаток в значительной степени присущ и методам автоматической корректировки результатов измерений, так как обычно корректирующие устройства подбираются и настраиваются на определенные значения параметров ИПТ и условий теплообмена.

Серьезного внимания заслуживают такие методы контроля нестационарной температуры, которые позволяли бы непосредственно в процессе измерения учитывать непостоянство условий теплообмена и изменение внутренних свойств преобразователей температуры. Для решения этой задачи требуется значительно больший объем информации о процессе измерений, чем может дать одиночный ИПТ, применяемый в обычных схемах измерения.

Наиболее известным и практически проверенным является метод двух термоприемников, предложенный в 30-х годах Г. Пфримом [87]. Пусть в качестве ИПТ используются проволочные термометры сопротивления, конструктивно оформленные так, что распределение температуры по сечению и длине активной части их может считаться равномерным. Уравнения теплообмена каждого из термо-

приемников по аналогии с уравнением (4.6) могут быть записаны в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} dt_1/d\tau + m_1(t_1 - t_c) &= 0; \\ dt_2/d\tau + m_2(t_2 - t_c) &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (7.28)$$

где t_c , t_1 и t_2 — соответственно температура среды, первого и второго ИПТ; m_1 и m_2 — темпы их теплообмена с исследуемой средой.

В общем случае коэффициенты теплоотдачи α_1 и α_2 , диаметры d_1 и d_2 и объемные теплоемкости $c_1\gamma_1$ и $c_2\gamma_2$ ИПТ могут быть различными, так что

$$m_1 = \frac{4\alpha_1}{c_1\gamma_1 d_1}; \quad m_2 = \frac{4\alpha_2}{c_2\gamma_2 d_2} \quad (m_1 \neq m_2). \quad (7.29)$$

Искомая температура среды t_c может быть выражена через показания термодатчиков t_1 и t_2 и отношение их темпов теплообмена (или через отношение показателей инерции $e_1 = 1/m_1$ и $e_2 = 1/m_2$):

$$t_c = t_1 \left(1 - \frac{t_2}{t_1} f \right) / (1 - f), \quad (7.30)$$

где

$$f = \frac{m_2}{m_1} \frac{dt_1/d\tau}{dt_2/d\tau} = \frac{c_1\gamma_1 d_1 \alpha_2}{c_2\gamma_2 d_2 \alpha_1} \frac{dt_1/d\tau}{dt_2/d\tau}. \quad (7.31)$$

Как видно, значение и знак фактора f определяются отношением физико-геометрических свойств и скоростей изменения температуры. Если диаметры измерителей малы, то даже при небольших значениях скорости потока коэффициенты теплоотдачи излучением составляют несколько процентов от коэффициентов конвективной теплоотдачи $\alpha_{к1}$ и $\alpha_{к2}$. Полагая, что для определения коэффициентов конвективной теплоотдачи справедливы стационарные уравнения теплообмена (см. гл. 2), можно выразить отношение α_2/α_1 через отношение диаметров проволоки:

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \approx \frac{\alpha_{к2}}{\alpha_{к1}} = \left(\frac{d_2}{d_1} \right)^{n-1}, \quad (7.32)$$

следовательно,

$$K = \frac{c_1\gamma_1 d_1 \alpha_2}{c_2\gamma_2 d_2 \alpha_1} = \frac{c_1\gamma_1}{c_2\gamma_2} \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^{2-n}. \quad (7.33)$$

При выводе было сделано предположение, что режим обтекания сохраняется один и тот же, т. е. показатели степени n одинаковы для обеих проволок.

Регистрируя в опыте показания ИПТ t_1 и t_2 и определяя скорости изменения их температуры, можно при известном значении

коэффициента K рассчитывать действительную температуру t_0 . Замечательная особенность метода состоит в том, что для нахождения действительного значения температуры или погрешности ее определения нет необходимости знать абсолютные значения коэффициентов теплоотдачи. Систематические и случайные изменения коэффициентов теплоотдачи, учет которых при обычных приемах введения поправок был бы затруднен или вообще исключен, на коэффициент K почти не оказывают влияния.

Как видно из приведенных выше элементарных соотношений (7.28), существует несколько разновидностей метода: применение двух термометров сопротивления с одинаковыми диаметрами, но равными объемными теплоемкостями; использование ИПТ двух разных диаметров, изготовленных из одного материала; применение двух одинаковых термоприемников, один из которых дополнительно подогревается.

Метод двух ИПТ был существенно дополнен Н. Н. Огородниковым и теоретически обоснован в случае широкодиапазонного изменения температуры с учетом непостоянства теплофизических свойств [87]. Показано, что в качестве ИПТ могут быть с успехом использованы термодпары, если теплофизические свойства термоэлектродов близки между собой, например хромель-алюмелевые, платинородий-платиновые и др.

При сохранении режима теплообмена, т. е. постоянства показателя n , определение действительной температуры среды производится по формуле (7.30). Из уравнений (7.28) следует, что в точках экстремума кривых t_1 и t_2 температура соответствующего ИПТ совпадает с температурой среды. Определение температуры среды становится затруднительным, если t_1 близка к t_0 , так как при этом $f \rightarrow 1$. В точках пересечения кривых t_1 и t_2 формула (7.30) не пригодна для расчета, но зато появляется возможность определения коэффициента n через отношение производных $dt_1/d\tau$ и $dt_2/d\tau$ [см. выражение (7.31)].

При наличии теплоотвода по ИПТ (продольный градиент температуры), теплообмена излучением со стенками канала или экранами, газодинамического нагрева уравнения (7.28) теряют свою силу. Для описания процесса необходимо применять более сложные уравнения вида (5.23). При постоянных значениях нежелательных возмущающих воздействий указанные уравнения могут быть сведены к виду (7.28), однако, вместо температуры среды в них будут фигурировать эффективные температуры $t_{эф1}$ и $t_{эф2}$, разные для каждого ИПТ, а темпы теплообмена m_1 и m_2 содержат, помимо конвективной, лучистую и кондуктивную составляющие [см. формулу (5.21)]. Их влияние в принципе может быть учтено при одновременном измерении температуры несколькими ИПТ с разными значениями полных показателей инерции. Поскольку реализация таких методов сопряжена со значительными трудностями, предпочтительнее, по мере возможности, создать условия,

при которых справедливы элементарные уравнения (7.28). Теоретически это сводится к тому, чтобы эффективные значения температуры $t_{эф1}$ или $t_{эф2}$, оцениваемые, например, по уравнениям (5.69), мало отличались от действительной температуры среды $t_c(\tau)$.

РАЗДЕЛ ТРЕТИЙ

Измерение температуры на поверхности и внутри тела

ГЛАВА ВОСЬМАЯ

Методические погрешности измерения температуры внутри массивных тел

8.1. Измерение температуры внутри массивного объекта

Для исследования распределения температуры внутри твердых или сыпучих тел применяют ИПТ различных конструкций, определяемых конкретными условиями измерений: термодары, полупроводниковые термосопротивления и др.

Методическая погрешность при контактном способе измерений внутренней температуры зависит от многих факторов, важнейшими из которых являются: а) особенность расположения ИПТ внутри тела и его ориентация по отношению к первоначальному направлению теплового потока; б) отличие термического сопротивления ИПТ от термического сопротивления того участка тела, где размещается ИПТ; в) различие в удельных теплоемкостях и плотностях материалов ИПТ и исследуемого объекта.

Полный учет влияния перечисленных факторов требует совместного решения двух задач: анализа температурного поля в исследуемом теле при отсутствии ИПТ и изучения распределения температуры в системе объект — находящийся в нем ИПТ.

Провести этот анализ в форме, удобной для последующего инженерного расчета, удастся лишь в ограниченном числе случаев при некоторых допущениях относительно выбора тепловых моделей тела и ИПТ. Однако качественные требования к ИПТ и его монтажу, направленные на уменьшение методической погрешности измерения, могут быть сформулированы:

объем и размеры ИПТ следует выбирать минимальными; теплофизические свойства ИПТ по возможности должны быть близки к теплофизическим свойствам исследуемого тела;

измеритель должен располагаться в изотермической области, что особенно важно при исследовании поля температуры в непосредственной близости от границ тела.

Если измеритель температуры расположен достаточно далеко от поверхности исследуемого тела, то вносимые им температурные

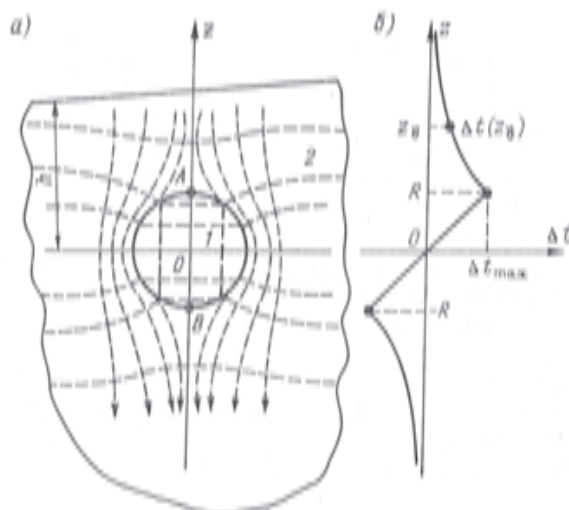


Рис. 8.1. Измерение температуры внутри массивного тела: а — схема расположения ИПТ; б — возмущение температуры
1 — ИПТ; 2 — массив; ↓ — направление тепловых потоков; — — — — направление изотерм

возмущения не достигают границ тела. Такое тело по отношению к ИПТ может рассматриваться как неограниченный массив (неограниченное пространство).

Цилиндрический ИПТ. Пусть в теле существует некоторое заданное одномерное стационарное распределение температуры $t_0(z)$, для измерения которого используют цилиндрический ИПТ. Принимая первоначальный градиент b температуры в теле постоянным, направленным вдоль оси z ,

$$dt_0(z)/dz = b; \quad t_0(z) = bz, \quad (8.1)$$

и заменяя реальный ИПТ бесконечно длинным цилиндром радиуса R с осью, параллельной изотермам поля $t_0(z)$, можно свести задачу оценки погрешностей к анализу температуры в системе тел 1 и 2 (рис. 8.1).

Так как теплопроводность тела λ_0 и измерителя λ_s различны, то распределение температуры по координатам r и z в массиве $t(r, z)$ и измерителе $t_s(z)$ будет отличаться от (8.1).

Возмущение $\Delta t(z)$ поля температуры $t_0(z)$ определяется следующими зависимостями [25]:

внутри измерителя

$$\Delta t(z) = t_s(z) - t_0(z) = \frac{\lambda_0 - \lambda_s}{\lambda_0 + \lambda_s} bz, \quad (8.2)$$

вне измерителя при $r \geq R$

$$\Delta t(r, z) = t(r, z) - t_0(z) = \frac{\lambda_0 - \lambda_s}{\lambda_0 + \lambda_s} \frac{R^2}{r^2} bz, \quad (8.3)$$

Картина расположения изотерм и линий теплового потока, а также изменения возмущения $\Delta t(z)$ вдоль оси z внутри и вне ИПТ при $\lambda_s < \lambda_0$ показаны на рис. 8.1, а и б соответственно.

Из формул (8.2), (8.3) и рис. 8.1 следует, что при расположении чувствительного элемента ИПТ в центре области I или равномерном его размещении по сечению цилиндрического ИПТ погрешность измерения температуры $\Delta t(0) = t_s(0) - t_0(0)$ равна нулю. Этот случай расположения чувствительного элемента наиболее благоприятен.

Если чувствительный элемент цилиндрического ИПТ (электроды термпары или нить термометра сопротивления) расположен в точках A и B на границах области I , то погрешность измерения действительной температуры $t_0(\pm R)$ достигает максимума и соответственно будет

$$\Delta t_{\max} = \Delta t(\pm R) = t_s(\pm R) - t_0(\pm R) = \pm \frac{\lambda_0 - \lambda_s}{\lambda_0 + \lambda_s} bR, \quad (8.4)$$

Если место расположения чувствительного элемента в ИПТ неизвестно, оценивается предельная возможная погрешность измерения Δt :

$$\Delta t = t_s(\pm R) - t_0(0) = \pm 2 \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \lambda_s} bR, \quad (8.5)$$

Отношение значений градиентов температуры в ИПТ и массиве

$$\frac{dt_s}{dz} / \frac{dt_0}{dz} = 2 \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \lambda_s}, \quad (8.6)$$

Зона возмущения температуры по оси z за пределами расположения ИПТ (вне области I) определяется неравенствами

$$z_\delta \geq R/\delta, \text{ если } |\Delta t(z_\delta)/\Delta t_{\max}| \leq \delta, \quad (8.7)$$

где δ — заданное отношение разности температуры (8.2) на расстоянии z_δ от оси цилиндрического ИПТ и максимальной разности $\Delta t(\pm R)$, рассчитываемой по формуле (8.4).

В реальных условиях ИПТ, например, термопара 1 (рис. 8.2), размещается в цилиндрическом канале радиуса R и отделяется от исследуемого тела 4 электроизоляционным слоем 2 (замазка, керамическая соломка). Возможно существование воздушного зазора или контактного слоя 3 толщиной h_k . Эффективная теплопроводность $\lambda_{эф}$ такой или более сложной системы, входящая в формулы (8.2) — (8.6), находится по формулам, определяющим стационарную теплопередачу через многослойную цилиндрическую стенку. Теплопроводность λ_0 термоэлектродов 1 обычно значительно превышает теплопроводность λ_a слоя замазки 2, а радиус термопары R_0 меньше радиуса канала R . Принимая дополнительно, что толщина h_k воздушной прослойки или контактного слоя невелика по сравнению с R , получаем следующую формулу для оценки эффективной теплопроводности системы (рис. 8.2):

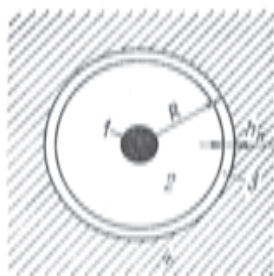


Рис. 8.2. Схема размещения ИПТ в реальных условиях

$$\lambda_{эф} = \left(\frac{1}{\lambda_a} \ln \frac{R_0}{R_0} + \frac{1}{\lambda_k} \ln \frac{R}{R_0} \right)^{-1} \ln \frac{R}{R_0} \quad (8.8)$$

или

$$\lambda_{эф} \approx \left(\frac{1}{\lambda_a} \ln \frac{R}{R_0} + \frac{1}{\lambda_k} \frac{h_k}{R} \right)^{-1} \ln \frac{R}{R_0}; \quad h_k = R - R_0, \quad (8.9)$$

где λ_k — теплопроводность слоя 3.

Пример 8.1. Для измерения температуры внутри массивных тел из легированной стали $\lambda_0 = 20$ Вт/(м·К) и огнеупорного материала $\lambda_a = 2$ Вт/(м·К) применена тонкая сваренная ветвь хромель-алюмелевая термопара с диаметрами термоэлектродов $d_0 = 1 \cdot 10^{-4}$ м, располагаемая внутри цилиндрического канала радиуса $R = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м. Полость канала после установки термопары заполняется замазкой, теплопроводность которой $\lambda_a = 0,4$ Вт/(м·К). Необходимо оценить погрешность измерения температуры, если значение градиента температуры в указанных телах $b = 2 \cdot 10^5$ К/м.

Если термопара хорошо центрирована внутри канала, то, как следует из формулы (8.2), погрешность измерения температуры равна нулю.

Предельная возможная погрешность рассчитывается по уравнению (8.5) и относится к уровню оси канала ($x = 0$), если центровка термопары отсутствует или ненадежна. Так как диаметр термопары значительно меньше диаметра канала, допустимо в качестве эффективной теплопроводности измерителя принять коэффициент теплопроводности замазки, т. е. $\lambda_{эф} = \lambda_a$.

Для тела из стали

$$\Delta t = \pm 2 \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + \lambda_a} b R = \pm \frac{2 \cdot 20}{20 + 0,4} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \approx \pm 2,0 \text{ К.}$$

Соответственно для огнеупорного материала $\Delta t \approx \pm 1,7$ К.

Величину возмущения $\Delta t(z_0)$ поля температуры в теле можно оценить по соотношению (8.7). Задавая $\delta = 0,05$, получаем $z_0 \geq 0,5 \cdot 10^{-3} / 0,05 = 10^{-2}$ м = 10 мм. На таком расстоянии от оси канала (рис. 8.1, а) по формулам (8.4) и (8.7) находим для стали $\Delta t_{\max} = \pm 0,96$ К, $\Delta t(z_0) = \pm 0,05$ К; для огнеупорного материала $\Delta t_{\max} = \pm 0,67$ К; $\Delta t(z_0) = \pm 0,03$ К.

Динамическая погрешность ИПТ. Оценим влияние инерционности ИПТ при измерении нестационарной температуры массива $t_0(z, \tau)$. Пусть чувствительный элемент измерителя температуры располагается в центре области при $z = 0$, как показано на рис. 8.1, а. Тогда взаимосвязь между измеренной $t_z(0, \tau)$ и действительной $t_0(0, \tau)$ температурой и динамическая составляющая погрешности $\Delta t_{\text{дин}}(0, \tau)$ приближенно оценивается по формуле [85]

$$\Delta t_{\text{дин}}(0, \tau) = t_z(0, \tau) - t_0(0, \tau) = (e_z - e_0) \frac{dt_z(0, \tau)}{d\tau}. \quad (8.10)$$

Коэффициенты e_z и e_0 имеют смысл показателей тепловой инерции цилиндрических областей (l на рис. 8.1, б), заполненных соответственно веществом термодатчика и массива, по отношению к окружающему массиву и находятся по формулам:

$$\left. \begin{aligned} e_z &= \frac{R^2}{4a_z} \left(1 + \frac{2}{\xi_z} \right); & \xi_z &= \frac{kR}{\lambda_z}; & a_z &= \frac{\lambda_z}{c_z \gamma_z}; \\ e_0 &= \frac{R^2}{4a_0} \left(1 + \frac{2}{\xi_0} \right); & \xi_0 &= \frac{kR}{\lambda_0}; & a_0 &= \frac{\lambda_0}{c_0 \gamma_0}. \end{aligned} \right\} \quad (8.11)$$

Индексы «0» и «z» соответствуют теплофизическим свойствам вещества массива и измерителя. Коэффициент k характеризует интенсивность теплообмена между цилиндрической областью радиуса R и окружающим его массивом и ориентировочно оценивается по формуле $k \approx \lambda_0/R$, с учетом которой

$$e_z = \frac{R^2}{4a_z} \left(1 + 2 \frac{\lambda_z}{\lambda_0} \right); \quad e_0 = \frac{3R^2}{4a_0}. \quad (8.12)$$

Если ИПТ имеет структуру, показанную на рис. 8.2, в формулы для e_z подставляют эффективные значения теплофизических коэффициентов измерителя. Теплопроводность находится по формуле (8.9). Эффективная объемная теплоемкость $c_{\text{эф}} \gamma_{\text{эф}}$ в пренебрежении теплоемкостью контактного слоя равна

$$c_{\text{эф}} \gamma_{\text{эф}} = \frac{1}{V} \sum_i c_i \gamma_i V_i \approx c_z \gamma_z \left(\frac{R_z}{R} \right)^2 + c_a \gamma_a \left[1 - \left(\frac{R_z}{R} \right)^2 \right], \quad (8.13)$$

где c_i , γ_i и V_i — удельная теплоемкость, плотность и объем i -го элемента измерителя. Индексы «эф» и «з» относятся к областям 1 и 2 на рис. 8.2.

Точность соотношений (8.10)–(8.13) увеличивается по мере роста теплопроводности λ_0 исследуемого тела.

Если теплофизические свойства ИПТ приближаются к свойствам исследуемого тела, то, как следует из формул (8.11), $\epsilon_a \rightarrow \epsilon_0$ и ошибка измерения нестационарной температуры массива $\Delta t_{\text{дин}}(0, \tau)$ равна нулю.

В большинстве случаев скорости изменения температуры массива и измерителя близки друг к другу, поэтому в формуле (8.10) возможна замена $dt_a(0, \tau)/d\tau$ на $dt_0(0, \tau)/d\tau$.

Пример 8.2. Требуется оценить динамическую погрешность измерения температуры массивного тела, изготовленного из разных материалов: стали ($\lambda_0 = 20 \text{ Вт/(м·К)}$), огнеупорного материала ($\lambda_0 = 2,0 \text{ Вт/(м·К)}$), гипса ($\lambda_0 = 0,29 \text{ Вт/(м·К)}$). Измерение температуры производится сваренной встык нихром-константановой термопарой диаметром термоэлектродов $d_a = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, располагаемой в фарфоровой трубке, внутренний и внешний диаметры которой составляют $d_{\text{внутр}} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $d_{\text{внеш}} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Трубка размещается в цилиндрическом канале диаметром $d_0 = 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. Скорость изменения температуры массива на уровне $t_0 \approx 200^\circ\text{C}$ составляет

$$b = dt_0/d\tau = 0,5 \text{ К/с.}$$

Теплофизические свойства нихрома и константана мало отличаются между собой, поэтому для термопары принимается $\gamma_a = 8,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\lambda_a = 23 \text{ Вт/(м·К)}$, $c_a = 0,46 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг·К)}$. Для фарфоровой «соломки» $\gamma_a = 2,4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\lambda_a = 1,0 \text{ Вт/(м·К)}$, $c_a = 1,2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг·К)}$. Зазоры между элементами термопары заполнены воздухом, теплопроводность которого $\lambda_n = 4 \cdot 10^{-2} \text{ Вт/(м·К)}$.

Предварительная оценка показывает, что влиянием теплообмена налучением в воздушных зазорах можно пренебречь. Поэтому эффективная теплопроводность измерителя находится по формулам вида (8.9) и равна $\lambda_{\text{эф}} = 0,11 \text{ Вт/(м·К)}$. Эффективная объемная теплоемкость измерителя оценивается по формуле (8.13) без учета влияния воздуха в зазорах и составляет $c_{\text{эф}}\gamma_{\text{эф}} = 1,9 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}$. Определение коэффициентов ϵ_a и ϵ_0 , входящих в расчетное уравнение (8.10), проводится по формулам (8.11). Результаты расчета приведены в табл. 8.1. Там же приведены данные при заполнении зазоров кремнийорганической силиконовой смазкой, для которой $\lambda_a = 0,43 \text{ Вт/(м·К)}$, $c_a\gamma_a = 2,6 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}$.

Таблица 8.1. Расчет динамической погрешности измерения температуры массивных тел

Исследуемое тело	Зазор — воздух, $\lambda_{\text{эф}} = 0,11 \text{ Вт/(м·К)}$			Зазор — силиконовая смазка, $\lambda_{\text{эф}} = 0,43 \text{ Вт/(м·К)}$		
	$\epsilon_a, \text{ с}$	$\epsilon_0, \text{ с}$	$\Delta \epsilon, \text{ с}$	$\epsilon_a, \text{ с}$	$\epsilon_0, \text{ с}$	$\Delta \epsilon, \text{ с}$
Сталь $\lambda_0 = 20 \text{ Вт/(м·К)}$	6,2	0,2	6,0	2,3	0,2	2,1
Керамика $\lambda_0 = 2,0 \text{ Вт/(м·К)}$	6,8	1,1	5,7	3,1	1,1	2,0
Гипс $\lambda_0 = 0,29 \text{ Вт/(м·К)}$	10,9	5,2	5,7	8,8	5,2	3,6

Как видно из табл. 8.1, введение смазки значительно уменьшает $\Delta\epsilon = \epsilon_a - \epsilon_0$, что снижает динамическую погрешность измерения температуры.

При скорости изменения температуры $b = 0,5$ К/с, как следует из формулы (8.10), динамическая погрешность $\Delta t_{\text{дин}}(0, \tau)$ составляет для образцов из стали, керамики и гипса соответственно 3,0; 2,8 и 2,8 К. При заполнении зазора органической смазкой погрешность снижается до 1,1; 1 и 1,8 К.

Необходимо подчеркнуть, что в силу исходных ограничений при выводе уравнения (8.10) получаемые значения погрешностей для образцов из гипса и других малотеплопроводных материалов следует рассматривать как оценочные.

Измеритель шаровой формы. Для ИПТ, форма которых близка к шаровой (некоторые виды полупроводниковых термометров сопротивления), анализ погрешностей измерения температуры массива проводится так же, как и для цилиндрических измерителей температуры (см. стр. 166). Возмущение $\Delta t(z)$ поля температуры $t_0(z)$ рассчитывается по формулам:

для области внутри измерителя ($|z| \leq R$)

$$\Delta t(z) = t_s(z) - t_0(z) = \frac{\lambda_0 - \lambda_s}{2\lambda_0 + \lambda_s} bz; \quad (8.14)$$

за пределами ИПТ (при $r \geq R$)

$$\Delta t(r, z) = t(r, z) - t_0(z) = \frac{\lambda_0 - \lambda_s}{2\lambda_0 + \lambda_s} \frac{R^3}{r^3} bz, \quad (8.15)$$

где R — радиус шарового ИПТ; остальные обозначения сохраняются прежними.

Как видно из формулы (8.14), при центральном или объемно-распределенном размещении чувствительного элемента внутри сферической области погрешность измерения температуры массива $t_0(z)$ на уровне $z = 0$ равна нулю. Динамическая погрешность измерения для этого случая оценивается по уравнению (8.10).

Перегрев ИПТ измерительным током. Помимо рассмотренных выше погрешностей, вызванных отличием теплофизических свойств измерителя и исследуемого тела, для термометров сопротивления (металлических и полупроводниковых) возникает ошибка перегрева Δt_w ИПТ измерительным током. Значение этой погрешности оценивается по формуле

$$\Delta t_w = t_s - t_0 = W R_n, \quad (8.16)$$

где W — мощность тепловыделений внутри измерителя, Вт, определяемая его электрическим сопротивлением и силой тока; R_n — полное тепловое сопротивление передаче теплоты от измерителя в массив, К/Вт; t_s и t_0 — температура измерителя и массива на уровне $z = 0$ (см. рис. 8.1).

Величина R_n состоит из термического сопротивления собственно измерителя R_s , термического сопротивления массива R_m и терми-

ческого сопротивления зазора (контакта) между измерителем и массивом R_k

$$R_n = R_s + R_m + R_k. \quad (8.17)$$

При центральном и объемном распределении чувствительного элемента сопротивление R_s рассчитывается соответственно по формулам (см. гл. 3):

$$R_s = \frac{R}{2\lambda_s S}; \quad R_s = \frac{R}{(n+3)\lambda_s S}, \quad (8.18)$$

где S — площадь поверхности термодатчика; R и n — определяющий линейный размер и фактор формы [86]. Для цилиндри-

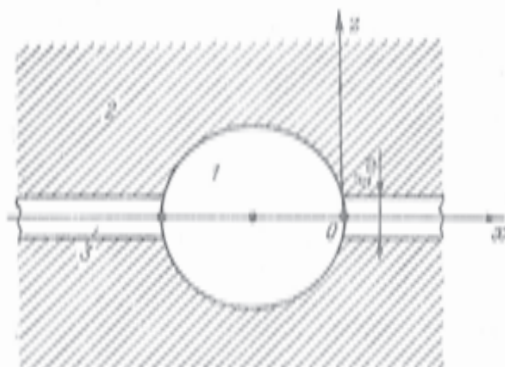


Рис. 8.3. Полупроводниковый термометр сопротивления в массиве
1 — ИПТ; 2 — массив; 3 — токоподводящие проводники

ческого и шарового ИПТ определяющий размер совпадает с их радиусом R , n соответственно равен 1 и 2, а S равна $2\pi R$ и $4\pi R^2$.

Сопротивление массива R_m зависит от формы ИПТ или занимаемого им объема. Для шарового ИПТ

$$R_m = (4\pi\lambda_0 R)^{-1}. \quad (8.19)$$

Сопротивление контакта

$$R_k = h_k / (\lambda_k S), \quad (8.20)$$

где h_k и λ_k — толщина и эффективный коэффициент теплопроводности контактного зазора; S — площадь поверхности термодатчика. На практике в большинстве случаев $R_s \ll R_m$.

Влияние токоподводов. Для полупроводниковых термометров сопротивления на ошибку перегрева Δt_w может оказывать влияние теплоотвод по токоведущим проводникам. Действие этого фактора обычно приводит к уменьшению перегрева. С учетом тепло-

отвода по проводам, расположенным в изотермической плоскости на уровне $z = 0$ (рис. 8.3), уравнение (8.16) переписывается в виде

$$\Delta t_w = W \left(\frac{1}{R_n} + \frac{1}{R_{np}} \right)^{-1}, \quad (8.21)$$

где R_n определяется по формулам (8.17)–(8.20).

Термическое сопротивление R_{np} , учитывающее влияние двух цилиндрических проводников диаметрами d_{np} , определено в работе А. И. Кайданова [24] и рассчитывается по уравнениям

$$R_{np} = \frac{4\varphi}{\pi \lambda_{np} d_{np}^2}; \quad (8.22)$$

$$\varphi = \begin{cases} 1,33\kappa^{-0,57} & \text{при } \kappa = 10^{-5} \div 1; \\ 0,51 + 0,82\kappa^{-0,93} & \text{при } \kappa \geq 1, \end{cases} \quad (8.23)$$

в которых $\kappa = \lambda_0/\lambda_{np}$ есть отношение теплопроводностей массива λ_0 и проводника λ_{np} . При выводе формул (8.22), (8.23) предполагалось, что между проводами и массивом существует идеальный тепловой контакт.

Изменение температуры по длине проводника примерно соответствует закону $1/x$, где x — расстояние от полупроводникового термометра сопротивления вдоль оси (рис. 8.3). Примеры численного расчета действия токоподводов даны в статьях [24, 98].

8.2. Влияние границы тела на погрешность измерения температуры

По мере приближения ИПТ к границам тела характер температурного возмущения становится более сложным. Имеется лишь несколько публикаций, посвященных исследованию этого вопроса [12]. Ниже рассматриваются результаты расчета искажения поля температуры, полученные В. Н. Поповым [12, 57].

Цилиндрический бесконечно длинный ИПТ 1 радиуса R , имитирующий термопару или термометр сопротивления (рис. 8.4), располагается в полуограниченном пространстве 2 (исследуемое тело) на расстоянии h от его границы. Распределение температуры в теле 2 на бесконечном удалении от ИПТ, а при отсутствии ИПТ — всюду, одномерное и линейное вида (8.1), где b — значение градиента температуры в направлении оси z .

Независимо от места расположения ИПТ температура границы тела $z = h$ поддерживается постоянной, равной $t_n = bh$. Это условие эквивалентно заданию постоянного теплового потока через поверхность тела

$$q_n = -\lambda_0 \frac{dt_0}{dz} \Big|_{z=0} = -\lambda_0 b. \quad (8.24)$$

На основе уравнения (8.27) могут быть найдены погрешности при различной локализации чувствительного элемента внутри области I . Качественный характер искажения температуры $\Delta t(x)$ вдоль оси x при $\lambda_2 \ll \lambda_0$ показан на рис. 8.4. Значение Δt в точке A рассчитывается по формуле (8.27) при $x = r = R$, а в точке B — при $x = r = -R$.

Если $\eta \rightarrow \infty$, выражение (8.27) переходит в ранее полученную формулу (8.2) для неограниченного массива.

Как следует из формулы (8.27), погрешность измерения при расположении чувствительного элемента ИПТ в центре области I при $h/R \geq 5$ будет равна

$$\begin{aligned} \Delta t_0 &= t_s(0, 0) - t_0(0) = \\ &= -\frac{1-\omega}{1+\omega} \frac{bR}{2\eta} = \\ &= \frac{\lambda_2 - \lambda_0}{\lambda_2 + \lambda_0} \frac{R}{2h} bR. \end{aligned} \quad (8.28)$$

Интенсивность затухания возмущения по мере удаления от поверхности тела показана на рис. 8.5.

Пример 8.3. Определить влияние грани тела на погрешность измерения его температуры. Конструкция термопары и условия измерений соответствуют примеру 8.1. Расстояние от центра канала, в котором размещен измеритель, до границы тела (см. рис. 8.4) $h = 1 \cdot 10^{-3}$ м.

Так как комплекс [см. формулу (8.26)] $\eta = 1 \cdot 10^{-3} / (0,5 \cdot 10^{-3}) = 2$,

то для оценки погрешности измерения температуры на уровне $z = 0$, расположенном на расстоянии h от поверхности тела, необходимо воспользоваться графиками на рис. 8.5.

Для образца, изготовленного из стали, по формулам (8.26) и рис. 8.5 находим $\omega = 0,02$, $\theta_0 \approx 0,23$, откуда искомая погрешность измерения

$$\Delta t(0, 0) = -bR\theta_0 = -2 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,23 = -0,23 \text{ К.}$$

Для тела, изготовленного из огнеупорного материала, соответственно имеем $\omega = 0,2$, $\theta_0 \approx 0,15$ и $\Delta t(0, 0) = -0,15 \text{ К.}$

Если $h/R = 5$, то оценка погрешности проводится непосредственно по формуле (8.28). Для тел из стали и керамического материала соответственно получаем $\Delta t \approx -0,10 \text{ К.}$, $\Delta t \approx -0,07 \text{ К.}$

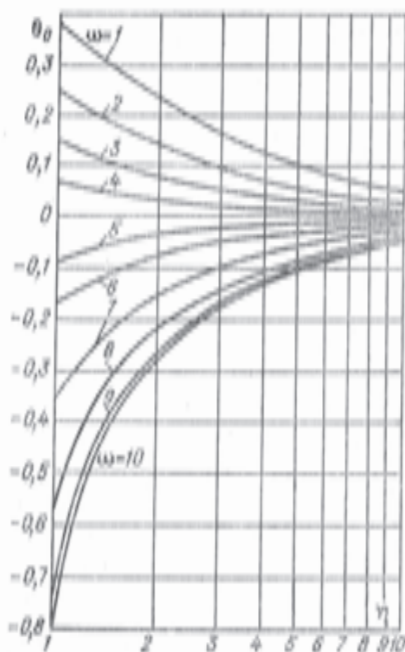


Рис. 8.5. Зависимость θ_0 от параметра η

$\omega = 0,1$; $2 = 0,25$; $3 = 0,5$; $4 = 0,75$; $5 = 1,5$; $6 = 2$; $7 = 4$; $8 = 10$; $9 = 100$; $10 = \infty$

Предполагается, и это заложено в основу вывода всех соотношений § 8.2, что обратное влияние измерителя на температуру поверхности исследуемого тела пренебрежимо мало.

Рассмотренные в § 8.1 и 8.2 задачи позволяют оценить точность измерения распределения температуры внутри тела и сделать следующие выводы:

1. При значительном удалении от поверхности тела ($\eta \gg 10-20$) и при размещении чувствительного элемента в центре или по объему цилиндрической области (рис. 8.1) измеренная температура соответствует действительной на уровне $z = 0$, как это следует из формулы (8.2). При выполнении этих условий разность в показаниях двух или более ИПТ соответствует действительной разности температуры в центральных точках областей размещения измерителей.

2. Зона возмущения температуры тела около ИПТ находится из соотношений (8.7), которыми следует руководствоваться при выборе расстояния между соседними ИПТ.

3. Динамическая погрешность измерения оценивается по формуле (8.10). Если скорость изменения температуры тела во времени $dt_0(z, \tau)/d\tau$ в области размещения двух или нескольких ИПТ сохраняется неизменной, то при выполнении условий п. 1 тепловая инерционность ИПТ не оказывает влияния на точность измерения разности температуры в теле.

4. В близость границы усложняет картину возмущения поля температуры в теле и погрешность измерения оценивается по формулам (8.27) и (8.28) или графикам рис. 8.5. Влияние конструктивных и теплообменных факторов на погрешность измерения непосредственно прослеживается при анализе полученных зависимостей.

8.3. Измерение внутренней температуры тел преобразователями стержневого типа

Этот распространенный на практике способ измерения схематически показан на рис. 8.6: ИПТ (например, термopара, термометр сопротивления) стержневого типа 1 погружается в исследуемое (твердое или сыпучее) тело 2 на глубину L . Выступающая часть ИПТ длиной L_0 находится в лучисто-конвективном теплообмене с окружающей его средой, имеющей постоянную температуру t_0 . Исследуемое тело 2 достаточно велико и рассматривается как полуграниченное пространство, распределение температуры в котором характеризуется линейной зависимостью $t_0(x) = t_n + bx$. Между ИПТ 1 и телом 2 может существовать зазор 4, эффективная толщина h_3 и теплопроводность λ_3 которого предполагаются известными. Известны периметр p и площадь σ поперечного сечения ИПТ, а также его истинная или эффективная (для сложного неоднородного ИПТ) теплопроводность вдоль оси λ_0 и в поперечном сечении $\lambda_{\perp}$ ИПТ. Предполагаются известными значения

теплопроводности λ_0 тела 2 и коэффициента теплопередачи k_0 выступающей части стержня 1 со средой.

Решение задачи в строгой ее постановке не найдено. Приближенное решение задачи, когда значение градиента температуры b в теле 2 равно нулю, рассмотрено в монографии [87].

Проведем оценочный расчет погрешности $\Delta t(x)$ измерения температуры $t_0(x)$ тела 2, основанный на следующих допущениях:

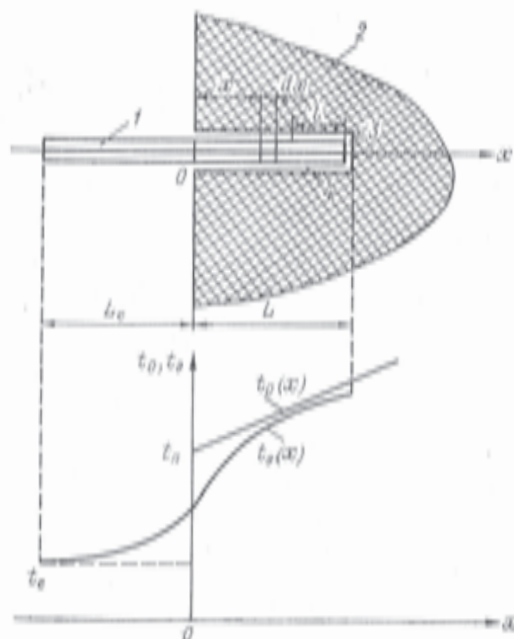


Рис. 8.6. Схема расположения стержневого ИПТ
1 — ИПТ; 2 — исследуемое тело; 3, 4 — зазор

распределение температуры по поперечному сечению ИПТ 2 равномерное;

удельный тепловой поток q от исследуемого тела 2 к боковой поверхности ИПТ 1 определяется по закону Ньютона:

$$q p dx = k p [t_0(x) - t_s(x)] dx, \quad (8.29)$$

где dx — длина выделенного элемента (рис. 8.6), отстоящего от границы тела на расстоянии x ; $p dx$ — площадь боковой поверхности элемента; $t_s(x)$ — температура ИПТ в сечении x ; $t_0(x)$ — температура массива 2 на расстоянии x от поверхности за пределами зоны температурного возмущения, вносимого измерителем 1;

k — эффективный коэффициент теплопередачи между выделенным элементом стержня I и телом,

$$k = \left(\frac{1}{\alpha_0} + \frac{\delta_0}{\lambda_0} + \frac{R}{4\lambda_{2, n}} \right)^{-1}. \quad (8.30)$$

Коэффициент α_0 характеризует интенсивность теплообмена, обусловленного теплопроводностью λ_0 исследуемого тела; R — радиус цилиндрического ИПТ.

При выполнении условия (8.29) уравнение распределения температуры $t_0(x)$ в измерителе имеет вид

$$\frac{d^2 t_0(x)}{dx^2} - \beta^2 t_0(x) = -\beta^2 t_0(x); \quad \beta^2 = \frac{k\rho}{\lambda_0 \sigma}. \quad (8.31)$$

Граничные условия теплообмена:

$$t_0(x)|_{x=0} = t_0(0); \quad (8.32)$$

$$\left[\frac{dt_0(x)}{dx} + \frac{k_T}{\lambda_0} t_0(x) \right] \Big|_{x=L} = \frac{k_T}{\lambda_0} (t_n + bL), \quad (8.33)$$

где $t_0(0)$ — температура измерителя в месте его выхода из тела ($x=0$), заданная или дополнительно определяемая; t_n — температура поверхности тела; k_T — эффективный коэффициент теплопередачи между торцевой поверхностью стержня, зазором δ (рис. 8.6) и исследуемым телом, определяемый по формуле вида (8.30).

Принимая коэффициенты k , k_T , β постоянными и решая уравнение (8.31) при условиях (8.32) и (8.33), находим погрешность измерения температуры $\Delta t(x)$, являющуюся суммой двух составляющих $\Delta t_L(x)$ и $\Delta t_b(x)$:

$$\Delta t(x) = t_0(x) - t_0(x) = \Delta t_L(x) + \Delta t_b(x). \quad (8.34)$$

Первое слагаемое зависит от глубины погружения L ИПТ и разности между температурой t_n и t_0 поверхности тела и среды:

$$\Delta t_L(x) = -(t_n - t_0(0)) \frac{\kappa \operatorname{ch} \kappa (1-\rho) + \xi_T \operatorname{sh} \kappa (1-\rho)}{\kappa \operatorname{ch} \kappa + \xi_T \operatorname{sh} \kappa}. \quad (8.35)$$

Второе слагаемое выражения (8.34) определяется значением градиента температуры в исследуемом теле:

$$\Delta t_b(x) = -bL \frac{\operatorname{sh} \kappa \rho}{\kappa \operatorname{ch} \kappa + \xi_T \operatorname{sh} \kappa}. \quad (8.36)$$

В формулах (8.35) и (8.36)

$$\kappa = \beta L; \quad \xi_T = k_T L / \lambda_0; \quad \rho = x/L. \quad (8.37)$$

Если чувствительный элемент, например спай термопары, размещен в точке x (рис. 8.6), то уравнения (8.34)–(8.36) определяют

погрешность измерения температуры тела на расстоянии x от его границы.

Для термометров сопротивления, чувствительный элемент которых размещен на некоторой длине l (рис. 8.6), погрешность измерения находится после соответствующего осреднения правой части выражения (8.34) на отрезке l .

Качественный ход зависимостей $\Delta t_L(x)$, $\Delta t_b(x)$ и суммарной погрешности измерения $\Delta t(x)$ при условии $t_n > t_s(0)$ и $b > 0$ показан на рис. 8.7. Видно, что минимальная погрешность измере-

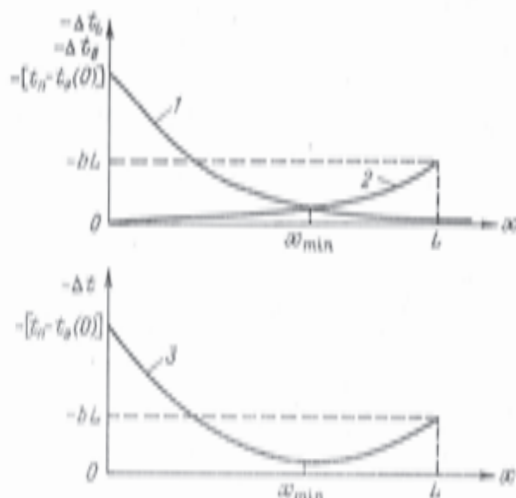


Рис. 8.7. Погрешность измерения температуры
1 — $\Delta t_L(x)$; 2 — $\Delta t_b(x)$; 3 — $\Delta t(x)$

ния соответствует размещению чувствительного элемента не в точке $x = L$, как это было при отсутствии градиента температуры в теле, а в зоне точки $x_{\min}$. Положение этой точки и ширина зоны определяются из уравнений (8.34)—(8.36) при конкретных значениях κ , ξ_r , bL и $t_n - t_s(0)$.

Если параметр $\kappa \geq 2$, то с погрешностью не более 2 % из формул (8.35) и (8.36) получаем

$$\Delta t_L(L) = -[t_n - t_s(0)] \frac{2\kappa}{\kappa + \xi_r} e^{-\kappa}; \quad (8.38)$$

$$\Delta t_b(L) = -\frac{bL}{\kappa + \xi_r} = -\frac{b}{\beta + h_T/\lambda_s}, \quad (8.39)$$

Координата $x_{\min} = \rho_{\min}L$ находится в результате решения трансцендентного уравнения

$$[t_n - t_s(0)] [\kappa \operatorname{sh} \kappa (1 - \rho) + \xi_r \operatorname{ch} \kappa (1 - \rho)] = bL \operatorname{ch} \kappa \rho,$$

однако на практике для оценок суммарной погрешности предпочтительно пользоваться непосредственно уравнениями (8.34)–(8.36).

При неизвестном значении температуры $t_s(0)$, дополнительно исследуя теплообмен выступающей части ИПТ со средой, получаем взамен формул (8.35) и (8.36) более общие соотношения составляющих погрешности (8.34):

$$\Delta t_L(x) = -\frac{t_n - t_0}{1 + F} \frac{\kappa \operatorname{ch} \kappa (1 - \rho) + \xi_T \operatorname{sh} \kappa (1 - \rho)}{\kappa \operatorname{ch} \kappa + \xi_T \operatorname{sh} \kappa}, \quad (8.40)$$

$$\Delta t_b(x) = -bL \frac{\operatorname{sh} \kappa \rho - \Phi [\kappa \operatorname{ch} \kappa (1 - \rho) + \xi_T \operatorname{sh} \kappa (1 - \rho)]}{\kappa \operatorname{ch} \kappa + \xi_T \operatorname{sh} \kappa}, \quad (8.41)$$

где

$$F = \frac{L_c}{L} \frac{\kappa \operatorname{sh} \kappa + \xi_T \operatorname{ch} \kappa}{\kappa \operatorname{ch} \kappa + \xi_T \operatorname{sh} \kappa} \frac{\kappa}{\omega \operatorname{th} \omega}; \quad \omega = \sqrt{\frac{k_0 \rho}{\lambda_0 \sigma}} L_c; \quad (8.42)$$

$$\Phi = \frac{L_c}{L(1 + F)} \frac{\kappa (\operatorname{ch} \kappa - 1) + \xi_T \operatorname{sh} \kappa}{\kappa \operatorname{ch} \kappa + \xi_T \operatorname{sh} \kappa}. \quad (8.43)$$

При $\kappa \geq 4$ и $\omega \geq 2$

$$\Phi \approx L_c/[L\omega(1 + F)]. \quad (8.44)$$

Если $\kappa \geq 2$ и $\omega \geq 2$, выражение (8.42) упрощается:

$$F = \frac{L_c}{L} \frac{\kappa}{\omega} = \sqrt{\frac{k}{k_c}}, \quad (8.45)$$

где k определяется по формуле (8.30), а значение коэффициента теплопередачи k_c от выступающей части к среде задается или рассчитывается по критериальным уравнениям теплообмена (см. гл. 2).

Положенное при выводе уравнения (8.29) допущение является достаточно жестким, нуждается в теоретическом обосновании и экспериментальной проверке. Для оценочных расчетов коэффициент теплоотдачи α_0 , входящий в формулу (8.30), предлагается определять из уравнения стационарного теплообмена шара в неограниченном массиве $Nu = (\alpha_0 d)/\lambda_0 = 2$, откуда, принимая диаметр шара d совпадающим с диаметром термоприемника $2R$, имеем

$$\alpha_0 \approx \lambda_0/R, \quad (8.46)$$

где λ_0 — теплопроводность исследуемого тела.

Если контактные зазоры δ и β (рис. 8.6) отсутствуют, то $k = \alpha_0$, $k_T = \alpha_T$, $\alpha_0 \approx \alpha_T$ и

$$\kappa \approx \sqrt{2 \frac{\lambda_0}{\lambda_s}} \frac{L}{R}. \quad (8.47)$$

Полагая в уравнениях (8.40) и (8.41) $\rho = 0$ и последовательно устремляя $x \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow \infty$, получаем из них формулы для оценки

температуры поверхности полупространства, однотипные выражениям, полученным в работе [87]. Использование приближенных соотношений (8.45) (8.46) не меняет структуры ранее введенных параметров η и ω и лишь увеличивает их на 12 % (см. гл. 9).

Пример 8.4. Для измерения температуры внутри тела применен термозонд, состоящий из нихром—константановой термопары с термоэлектродами диаметром $0,2 \cdot 10^{-3}$ м. Термоэлектроды расположены внутри двухканальной изоляционной (фарфоровой) трубки внешним диаметром $d_{\text{ф}} = 1 \cdot 10^{-3}$ м, помещенной в трубку из стали 1X18H9T. Внутренний и внешний диаметры стальной трубки соответственно равны $d_{\text{втр}} = 1,1 \cdot 10^{-3}$ и $d_{\text{стр}} = 1,5 \cdot 10^{-3}$ м.

Термозонд погружен в исследуемое тело на глубину $L = 15 \cdot 10^{-3}$ м. Идентичный по конструкции выступающий конец термозонда (см. рис. 8.6) длиной $L_0 = 45 \cdot 10^{-3}$ м находится в конвективно-лучистом теплообмене со спокойной воздушной средой. Температура среды $t_0 = 20^\circ\text{C}$, а коэффициент теплоотдачи h_0 , оцениваемый по формулам гл. 2, составляет $30 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{K})$.

Температура поверхности исследуемого тела $t_n = 300^\circ\text{C}$, а значение градиента температуры в нем $b = 1 \cdot 10^3 \text{ K}/\text{м}$. Теплопроводность тела равна: а) $\lambda_0 = 5 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$; б) $\lambda_0 = 0,2 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$. Между термозондом и телом имеется воздушный зазор δ (см. рис. 8.6), оцениваемый величиной $\lambda_{\delta} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$. Спай термопары расположен в точке $x = L$. Воздушный зазор δ между дном стальной трубки и телом (см. рис. 8.6) имеет толщину $\lambda_{\delta} = 5 \cdot 10^{-8} \text{ м}$.

Требуется определить погрешность измерения температуры тела на расстоянии L от его поверхности.

Предварительно определим эффективные продольную λ_{δ} и поперечную $\lambda_{\delta, \text{п}}$ теплопроводность термозонда. Полная тепловая проводимость термозонда в продольном направлении равна сумме тепловых проводимостей его элементов, поэтому без учета воздушного зазора

$$\Lambda_{\delta} = \lambda_{\delta} S_{\delta} = \lambda_{\delta \text{л}} S_{\delta \text{л}} + \lambda_{\text{ф}} S_{\text{ф}} + \lambda_{\text{стр}} S_{\text{стр}}.$$

Здесь индексами «эл», «ф», «стр» и «э» отмечены теплопроводности и площади поперечных сечений термоэлектродов, фарфоровой и стальной трубок и ИПТ в целом.

Принимая $\lambda_{\delta \text{л}} = 25 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$, $S_{\delta \text{л}} = 2\pi d_{\delta \text{л}}^2/4 = 6,3 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2$, $\lambda_{\text{ф}} = 1,2 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$, $S_{\text{ф}} = 0,72 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$, $\lambda_{\text{стр}} = 19 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$, $S_{\text{стр}} = 0,82 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$, $S_{\delta} = 1,77 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$, получаем эффективную теплопроводность термозонда в осевом направлении: $\lambda_{\delta} = 1,0 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$. Эффективная теплопроводность $\lambda_{\delta, \text{п}}$ в поперечном направлении может быть оценена по формуле вида (8.9):

$$\lambda_{\delta, \text{п}} = \left(\frac{1}{\lambda_{\text{ф}}} \ln \frac{d_{\text{ф}}}{d} + \frac{1}{\lambda_{\text{в}}} \ln \frac{d_{\text{втр}}}{d_{\text{ф}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{стр}}} \ln \frac{d_{\text{стр}}}{d_{\text{втр}}} \right)^{-1} \ln \frac{d_{\text{стр}}}{d},$$

в которой $\lambda_{\text{в}}$ — теплопроводность воздушного зазора между фарфоровой и стальной трубками, равная $0,046 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$; d — эквивалентный диаметр термоэлектродов. Для упрощения расчетов термоэлектроды термопары условно объединены в один, расположенный в центре по оси термозонда и имеющий диаметр $d = \sqrt{2} d_{\delta \text{л}} = 0,28 \cdot 10^{-3} \text{ м}$. В результате расчета получаем $\lambda_{\delta, \text{п}} = 0,53 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$.

Расчет погрешности измерения температуры проводится на основе общих выражений (8.34), (8.40) и (8.41). Предварительно находятся значения входящих в них комплексов и величин. Для тела, обладающего $\lambda_0 = 5 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{K})$, по формуле (8.46) оцениваем $\alpha_0 = 6,7 \cdot 10^3 \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{K})$. Эффек-

тивный коэффициент теплопередачи k оценивается по формуле (8.30), $k = 6,3 \cdot 10^3$ Вт/(м²·К). По формулам (8.31) и (8.37) получаем

$$\kappa = \sqrt{\frac{4k}{\lambda_0 d_0}} L = 6,15.$$

Коэффициент k_T , определяющий теплообмен торцевой части ИПТ, находится по формуле вида (8.30):

$$k_T = \left(\frac{1}{\alpha_0} + \frac{h_n}{\lambda_n} + \frac{h_{TP}}{\lambda_{TP}} \right)^{-1} = 8 \cdot 10^3 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}.$$

С учетом этого по формуле (8.37) получаем $\zeta_T = 1,2$. Подставляя значения k_0 , λ_0 , d_{TP} и L_0 в формулу (8.42), находим $\omega = 4,0$. По формулам (8.42) и (8.43) или более простым зависимостям (8.44) и (8.45) определяем $F = 4,6$, $\Phi = 0,134$. Полагая в уравнениях (8.40) и (8.41) $\rho = 1$, определяем искомые составляющие погрешности $\Delta t_L (L) = -0,18$ К, $\Delta t_b (L) = -2,0$ К. Суммарная погрешность измерения температуры $\Delta t (L) = -2,2$ К, а температура термозонда на выходе из тела $t_0 (0) \approx 250$ °С.

Для тела, изготовленного из материала с такой теплопроводностью $\lambda_0 = 0,2$ Вт/(м·К), расчеты проводятся аналогичным образом. В этом случае имеем $\alpha_0 = 2,7 \cdot 10^3$ Вт/(м²·К); $k = 1,9 \cdot 10^3$ Вт/(м²·К); $k_T = 2,1 \cdot 10^3$ Вт/(м²·К). При этих значениях $\kappa = 3,4$; $\zeta_T = 0,315$; $\omega = 4,0$; $F = 2,5$; $\Phi = 0,20$.

Суммарная погрешность измерения температуры $\Delta t (L) = -8,8$ К, причем $\Delta t_L (L) = -4,9$ К, а $\Delta t_b (L) = -3,9$ К. Температура измерителя в месте выхода из тела $t_0 (0) = 220$ °С.

В результате расчета координаты размещения спая термпары x_{min} , соответствующей минимальной погрешности измерения, имеем $\rho = 0,875$. При этом $\Delta t_L = -5,6$ К, $\Delta t_b = -2,6$ К, а суммарная минимальная погрешность составляет $\Delta t_{min} = -8,2$ К.

8.4. Длительность переходного процесса

При измерении стационарной температуры внутри массивных объектов (например, при разовом контроле температуры сыпучих тел) часто требуется оценить время выдержки τ_n , по прошествии которого температура $t_0 (\tau_n)$ чувствительного элемента ИПТ с заданной погрешностью соответствует действительной температуре массива t_0 .

Пусть чувствительный элемент ИПТ, имеющий объем V , площадь поверхности S и начальную температуру $t_{0, n}$, помещается в момент времени $\tau = 0$ в массив с температурой $t_0 = \text{const}$. Теплофизические свойства исследуемого тела: a , λ , c и γ . Ввиду ограниченности размеров ИПТ распределение температуры по его объему V будем предполагать близким к равномерному, т. е. характеризовать величиной $t_0 (\tau)$. Плотность γ_0 и удельная теплоемкость c_0 ИПТ заданы. Внутри ИПТ могут действовать источники теплоты с удельной плотностью $\omega (\tau)$.

После установки ИПТ происходит в зависимости от соотношения температуры $t_{0, n}$ и t_0 его нагрев (охлаждение), сопровождаемое охлаждением (нагревом) области массивного тела, примыкающего к ИПТ. Тепловое возмущение компенсируется в дальнейшем (для

пассивного ИПТ с $\omega = 0$) подводом теплоты из глубинных областей тела.

Теплопередача через контактный зазор между ИПТ и объектом характеризуется величиной $\alpha_k = \lambda_k/h_k$, где λ_k и h_k — теплопроводность и толщина контактного слоя. Определяющий размер L и фактор формы n ИПТ находятся по рекомендациям, изложенным в гл. 3 [88].

Итоговый результат решения системы уравнений теплопроводности для ИПТ и массива может быть представлен в виде

$$T_s(s) = \frac{t_0}{s} = Y_s(s) \left[(t_{s, n} - t_c) + \frac{1}{c_s \gamma_s} W(s) \right], \quad (8.48)$$

где $T_s(s)$ и $W(s)$ — изображения $t_s(\tau)$ и $w(\tau)$; s — параметр преобразования Лапласа. Передаточная функция $Y_s(s)$ имеет следующую структуру:

$$Y_s(s) = \frac{1}{s + m[1 - Y_c(\beta)]}, \quad (8.49)$$

где

$$Y_c(\beta) = \frac{\xi K_v(\beta)}{\xi K_v(\beta) + \beta K_{v+1}(\beta)}; \quad (8.50)$$

$$m = \frac{\alpha_k S}{c_s \gamma_s V}; \quad \xi = \frac{\alpha_k L}{\lambda}; \quad \beta = \sqrt{\frac{s}{a}} L; \quad (8.51)$$

$K_v(\beta)$ и $K_{v+1}(\beta)$ — модифицированные функции Бесселя второго рода с индексом v , связанные с показателем формы тела n соотношением $n = 2v + 1$.

Для объектов с ограниченными значениями S и V функцию Y_c можно представить соотношением

$$Y_c = \xi / (n/2 + \xi + \beta). \quad (8.52)$$

Подставляя (8.52) в формулу (8.49), получаем

$$Y_s(s) = \frac{k \sqrt{s} + (0,5n + \xi)}{ks \sqrt{s} + (0,5n + \xi)s + mk \sqrt{s} + 0,5mn}, \quad (8.53)$$

где $k = L/\sqrt{a}$.

Стационарный режим. В установившемся состоянии ($\tau \rightarrow \infty$) при $w(\tau) = w_{ст}$, $W(s) = w_{ст}/s$ в результате предельного перехода $s \rightarrow 0$ из уравнений (8.48) и (8.53) находим выражение

$$\vartheta_{s, ст} = t_{s, ст} - t_c = \frac{w_{ст}}{c_s \gamma_s} \frac{(\xi + 0,5n)}{0,5mn} = \frac{w_{ст}}{c_s \gamma_s m} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\xi}{n} \right), \quad (8.54)$$

пригодное для оценки превышения $\vartheta_{s, ст}$ чувствительного элемента ИПТ над температурой объекта.

В частном случае для ИГТ шаровой формы $n = 2$, $L = R$. Вычисляя по формулам (8.51) значения m и ξ , получаем

$$\vartheta_{s, \text{ст}} = t_{s, \text{ст}} - t_c = \frac{w_{\text{ст}} V}{\alpha_n S} \left(1 + \frac{\alpha_n R}{\lambda} \right), \quad (8.55)$$

При идеальном тепловом контакте ($\alpha_n \rightarrow \infty$)

$$\vartheta_{s, \text{ст}} = w_{\text{ст}} V R / (\lambda S) = \bar{W}_n / \Lambda_{\text{ш}}, \quad (8.56)$$

где $\bar{W}_n = w_{\text{ст}} V$ — полная мощность источников теплоты; $\Lambda_{\text{ш}} = 4\pi R \lambda$ — полная тепловая проводимость ИГТ сферической формы радиуса R внутри неограниченного массива.

Переходный процесс. Точное уравнение переходного процесса для пассивного измерителя ($w = 0$) находится при обратном преобразовании выражения

$$T_s(s) - t_c/s = Y_s(s) [t_{s, \text{н}} - t_c], \quad (8.57)$$

так как знаменатель функции (8.53) является полиномом третьей степени относительно $\sqrt{s}$ и может быть представлен как произведение трех сомножителей вида $\sqrt{s} + \kappa_i$, где $i = 1, 2, 3$.

Для оценочных расчетов ограничимся вторым приближением $Y_s(s)$, записав (8.53) в виде

$$Y_s(s) \approx \frac{y(0)}{\kappa_2 - \kappa_1} \left(\frac{1}{\sqrt{s} + \kappa_1} - \frac{1}{\sqrt{s} + \kappa_2} \right), \quad (8.58)$$

Коэффициенты $y(0)$, κ_1 и κ_2 определяются через коэффициенты исходной функции (8.53). Подставляя формулу (8.58) в (8.57) и выполняя обратное преобразование, получаем уравнение переходного процесса

$$(t_s(\tau) - t_c) / (t_{s, \text{н}} - t_c) = [y(0) / (\kappa_2 - \kappa_1)] [\kappa_2 \exp(\kappa_2^2 \tau) \operatorname{erfc}(\kappa_2 \sqrt{\tau}) - \kappa_1 \exp(\kappa_1^2 \tau) \operatorname{erfc}(\kappa_1 \sqrt{\tau})],$$

которое при достаточно больших τ преобразуется к виду

$$\delta(\tau) = \frac{t_s(\tau) - t_c}{t_{s, \text{н}} - t_c} \approx \frac{A}{\tau^{3/2}} \left(1 - \frac{E}{\tau} \right), \quad (8.59)$$

где

$$A = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{ke_\lambda}{n^3}; \quad (8.60)$$

$$E = 3 \left\{ \frac{2k^3}{n^3} \left[1 - \left(1 + \frac{2e_\lambda^2}{n} \right)^{-2} \right] - 2e \left(1 + \frac{2e_\lambda^2}{n} \right) \right\}; \quad (8.61)$$

$$k = \frac{L}{\sqrt{a}}; \quad e_\lambda = \frac{c_m \gamma_m}{\lambda} \frac{VL}{S}; \quad e = \frac{c_m \gamma_m V}{\alpha_n S}. \quad (8.62)$$

В первом приближении, пренебрегая в уравнении (8.59) величиной E/τ , находим формулу для оценки времени выдержки τ_n ,

при котором относительная погрешность измерения температуры маесива составляет величину $\delta(\tau_n)$:

$$\tau_n \approx \left[\frac{2}{\sqrt{n}} \frac{ke_\lambda}{n^3} \frac{1}{\delta(\tau_n)} \right]^{2/3}; \quad \delta(\tau_n) = \frac{t_n(\tau_n) - t_c}{t_{a,n} - t_c}. \quad (8.63)$$

Пример 8.5. Для измерения температуры тела применяется ртутно-стеклянный термометр, чувствительный элемент которого представляет собой цилиндр диаметром $d = 4 \cdot 10^{-3}$ м и высотой $l = 16 \cdot 10^{-3}$ м. Определить время выдержки τ_n , необходимое для снятия показаний термометра с относительной погрешностью $\delta(\tau_n) = 0,005$. Теплофизические свойства тела: $c_y = 4,1 \cdot 10^3$ Дж/(м³·К); $\lambda = 0,2$ Вт/(м·К); $a = 4,9 \cdot 10^{-8}$ м²/с. Толщина стеклянной оболочки резервуара ИПТ $h_k = 0,3 \cdot 10^{-3}$ м, теплопроводность стекла $\lambda_k = 0,9$ Вт/(м·К). Влиянием теплоотвода от чувствительного элемента термометра к стержню можно пренебречь.

На основе рекомендаций, изложенных в работе [88], находим

$$L = \frac{d}{2} \left(1 + \frac{1}{4} \frac{d}{l} \right) = 0,53d; \quad n = 2 \left(1 + \frac{1}{4} \frac{d}{l} \right)^3 - 1$$

и с учетом размеров $L = 0,53 d = 2,1 \cdot 10^{-3}$ м; $n = 1,26$; $V/S = 0,235 d$. Теплопередача стеклянной стенки $\alpha_k = \lambda_k/h_k = 3 \cdot 10^3$ Вт/(м²·К). Для металла (ртуть) при комнатной температуре объемная теплоемкость $c_{ym} = 1,9 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К).

По формулам (8.51) и (8.62) находим $\xi = 32$; $k = 9,5$ с^{1/2}; $v_\lambda = 18,8$ с; $v = 0,60$ с. По формуле (8.63) при $\delta(\tau_n) = 0,005$ находим $\tau_n = 860$ с $\approx 14,4$ мин.

Учет поправочного члена E/τ в формуле (8.59) изменяет полученный результат τ_n до 740 с. Окончательно принимаем $\tau_n = 740$ с $\approx 12,3$ мин. Если начальная разность температуры $t_{a,n} - t_c = 20$ К, то абсолютная погрешность измерения температуры тела при $\delta = 0,005$ равна 0,1 К.

Для объекта теплопроводностью $\lambda = 0,3$ Вт/(м·К) расчеты дают $\xi = 21$, $k = 7,8$ с^{1/2}; $v_\lambda = 12,5$ с. По формуле (8.63) при $\delta = 0,005$ находим $\tau_n = 580$ с $\approx 9,7$ мин, а по уточненной зависимости (8.59) — $\tau_n = 470$ с $\approx 7,8$ мин. Следовательно, при этих условиях возрастание теплопроводности объекта в 1,5 раза снижает время выдержки ИПТ примерно на ту же величину.

ГЛАВА ДЕВЯТАЯ

Погрешности измерения стационарной температуры поверхности твердых тел

9.1. Внешнее расположение термопреобразователя

Оценка методических погрешностей измерения температуры поверхности определяется особенностями ИПТ и их размещением на объекте. Наиболее часто для измерения температуры поверхности используют термонары, плоские термометры сопротивления

(проволочные или пленочные), термокарандаши, термокраски, а также плавкие вставки (последние являются индикаторами одно-разового действия).

Как и любой контактный измеритель, ИПТ при определении температуры поверхности нарушает первоначальное распределение температуры в исследуемом объекте. В силу этого измеренная температура будет отличаться от действительной температуры поверхности. Погрешность измерения температуры зависит от многих факторов, влияние которых частично может быть учтено при изучении процессов теплообмена контролируемой поверхности и термоприемника с окружающей средой.

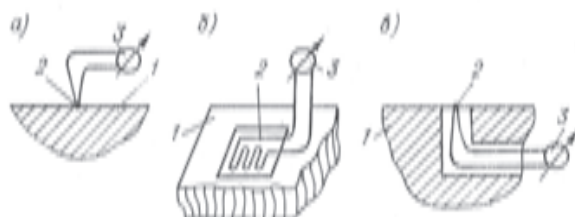


Рис. 9.1. Расположение ИПТ: а — вне исследуемого тела; б — на поверхности тела; в — внутри тела

1 — исследуемый объект; 2 — термочувствительный элемент; 3 — регистрирующий прибор

Комплекс требований и практических приемов при конструировании и монтаже ИПТ состоит в том, чтобы свести к минимуму нарушение теплового баланса объекта, вносимое измерителем температуры. В зависимости от конкретных условий монтаж ИПТ на поверхности исследуемого тела может осуществляться различными способами, начиная с простого его наложения и кончая очень сложными по технике выполнения способами нанесения тонких термочувствительных слоев различных материалов на поверхность в месте измерения или создания устройств для автоматической компенсации ошибок измерения [26, 60, 67, 77, 78].

Характерные случаи расположения ИПТ на объекте схематически показаны на рис. 9.1: 1) ИПТ, исключая зону контакта чувствительного элемента с исследуемой поверхностью, полностью располагается вне объекта измерения в окружающей его среде (рис. 9.1, а); 2) ИПТ располагается на поверхности тела или в непосредственной близости от его границы (рис. 9.1, б); 3) ИПТ располагается в толще тела, при этом чувствительный элемент выходит на поверхность или удален от нее на некоторое расстояние (рис. 9.1, в).

Практические приемы уменьшения методических погрешностей измерения сводятся к обеспечению малых размеров и объема ИПТ;

малых термических сопротивлений и теплоемкости чувствительного элемента ИПТ; близости степеней черноты и коэффициентов поглощения ИПТ и поверхности исследуемого тела; расположения ИПТ и выводов в изотермической зоне; увеличения площади контакта чувствительного элемента с поверхностью.

Измерение температуры поверхности тела при внешнем расположении измерителя В исследовательских работах широко применяются простые термопары, изготавливаемые из термоэлектродных материалов различных марок и сечений. Рабочий спай таких термопар, являющийся термочувствительным элементом, прижимается, приклеивается или приваривается к исследуемой поверхности по-

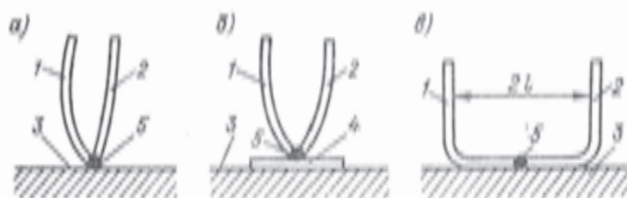


Рис. 9.2. Схемы крепления ИПТ к поверхности

1 и 2 — термоэлектроды термопары; 3 — контролируемая поверхность; 4 — диск; 5 — рабочий спай термопары

разному, однако чаще всего применяются варианты монтажа, схематично изображенные на рис. 9.2.

Измеритель (термопара) в случае крепления по схеме рис. 9.2, а расположен нормально к контролируемой поверхности, соприкасается с ней через диск (рис. 9.2, б) или вытянут на некоторое расстояние от места контакта чувствительного элемента с поверхностью (рис. 9.2, в). Температура поверхности и среды, как правило, различна, и в зависимости от знака этой разности происходит нежелательный приток (или отвод) теплоты по термоэлектродам к месту измерения.

При расположении измерителя по схеме рис. 9.2, а массивное тело может рассматриваться как полупространство 1 (рис. 9.3, а), а ИПТ — как эквивалентный бесконечно длинный однородный стержень радиусом R . Анализ этого случая измерений был дан еще Нуссельтом (1908 г.), а затем неоднократно повторялся и уточнялся [12, 87, 89, 92, 95].

Причина возникновения погрешности измерения Δt температуры t_n поверхности тела 1 (рис. 9.3, а) состоит в том, что в результате теплопроводности вдоль оси x и отвода теплоты с боковой поверхности ИПТ 2 в окружающую его среду 3 с температурой t_0 измеряемая температура t_n площади контакта тел 1 и 2 будет отличаться от действительной температуры t_n . Качественный ход из-

менения температуры в массиве $t_0(z)$ вдоль оси z и ИПТ $t_1(x)$ показан на рис. 9.3, а.

Однородный термопреобразователь. Пусть в отсутствие ИПТ в теле I существовало линейное распределение температуры с постоянным градиентом

$$t_0(z) = t_n + bz, \quad (9.1)$$

а теплообмен со средой 3 происходил по закону Ньютона

$$-\lambda_0 \frac{dt_0(z)}{dz} \Big|_{z=0} = -\lambda_0 b = \alpha_0 (t_n - t_c), \quad (9.2)$$

где λ_0 — теплопроводность; α_0 — коэффициент теплоотдачи тела I со средой 3 . Тогда после присоединения ИПТ и установления стационарного теплового состояния погрешность измерения температуры может быть оценена по формуле [12, 87]

$$\Delta t = t_s - t_n = -\frac{\eta - \omega}{1 + \eta} (t_n - t_c), \quad (9.3)$$

где

$$\eta = \Lambda_3 / \Lambda_0; \quad \omega = \Lambda_n / \Lambda_0. \quad (9.4)$$

В выражениях (9.3) и (9.4) t_s — температура на границе контакта тел I и 2 , принимаемая равной температуре чувствительного элемента ИПТ; Λ_0 — полная тепловая проводимость между глубинными областями тела (рис. 9.3, а) и площадкой контакта σ тел I и 2 , Вт/К; Λ_n — полная тепловая проводимость между свободной поверхностью тела I и средой 3 , отнесенная к площади контакта σ , Вт/К; Λ_3 — полная тепловая проводимость ИПТ между контактом σ и окружающей средой 3 .

Для ИПТ цилиндрической формы радиуса R

$$\Lambda_0 = \frac{3\pi}{8} \frac{\lambda_0}{R} \sigma = \frac{3\pi^3}{8} \lambda_0 R; \quad (9.5)$$

$$\Lambda_n = \alpha_0 \sigma = \alpha_0 \pi R^2; \quad (9.6)$$

$$\Lambda_3 = \sqrt{k_3 p \sigma \lambda_3} = \pi R \sqrt{2k_3 \lambda_3 R}, \quad (9.7)$$

где p и σ — периметр и площадь поперечного сечения ИПТ; λ_3 — теплопроводность ИПТ; k_3 — коэффициент теплопередачи между боковой поверхностью ИПТ и окружающей средой.

Как следует из выражения (9.3), принципиально возможны три случая. При $t_n > t_c$ и выполнении условия $\eta = \omega$ измеренная температура t_s равна действительной; при $\eta > \omega$ измеренная температура ниже действительной из-за влияния теплоотвода по ИПТ; при $\eta < \omega$ ИПТ оказывает теплоизолирующее воздействие на поверхность и повышает ее температуру.

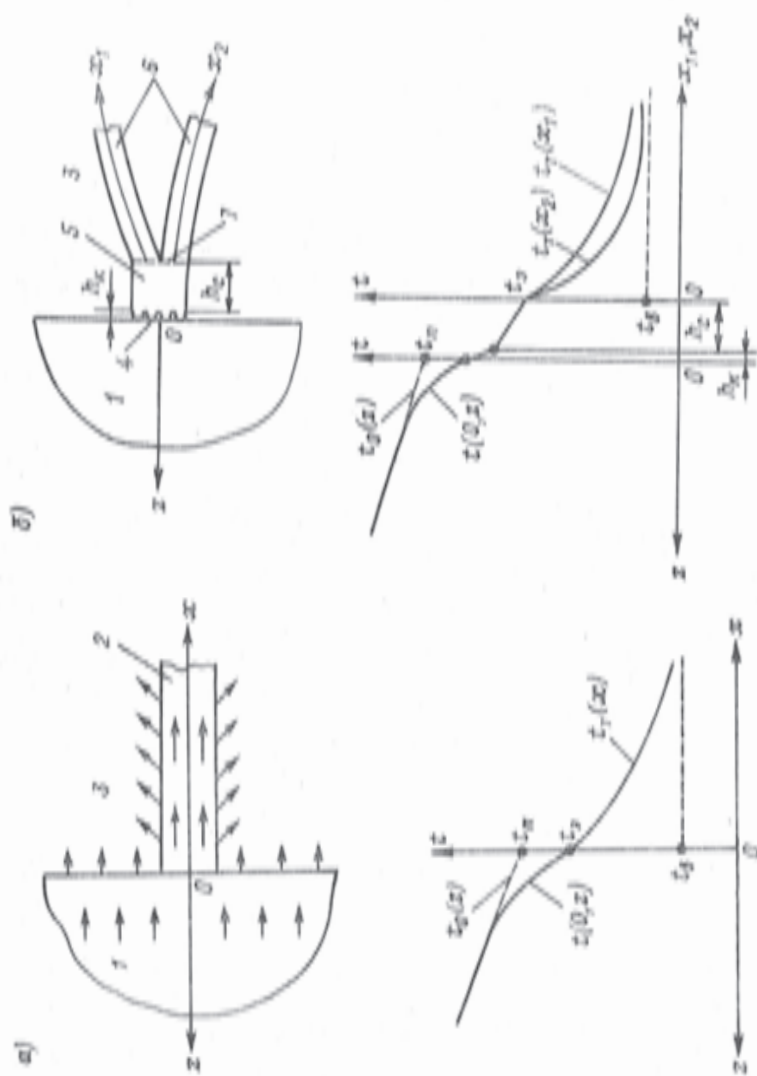


Рис. 9.3. Внешнее расположение ИПТ: а — упрощенная схема; б — в реальных условиях
 1 — объект измерения; 2 — ИПТ; 3 — окружающая среда; 4 — внутреннее сопротивление; 5 — стайл; 6 — температурный барьер; 7 — плоскость раздела

Обычно $\omega \ll \eta$, поэтому требование малости погрешности измерений для цилиндрического ИПТ сводится к выполнению условия

$$k_3 \lambda_3 R / \lambda_0^2 \ll 1. \quad (9.8)$$

При выводе формулы (9.3) предполагалось, что распределение температуры в поперечном сечении ИПТ равномерное, а изменение температуры $t_s(x)$ по длине имело вид

$$t_s(x) - t_c = [t_s(0) - t_c] \exp(-vx); \quad v = \sqrt{\frac{2k_3}{\lambda_3 R}}. \quad (9.9)$$

Распределение температуры $t(r, z)$ в полупространстве I (рис. 9.3, а) более сложное. В частном случае при условии первоначальной равномерности поля температуры внутри тела I (градиент температуры b в формуле (9.1) равен нулю) и отсутствии теплообмена с боковой поверхности, т. е. при $\alpha_0 = 0$, функция $t(r, z)$ находится из выражения [12, 87]

$$\theta(r, z) = \frac{t_n - t(r, z)}{t_n - t(0, 0)} = \int_0^\infty \frac{J_1(\mu R)}{\mu} J_0(\mu r) e^{-\mu z} d\mu,$$

где J_0 и J_1 — функции Бесселя нулевого и первого порядков, которое при $r = 0$ преобразуется к виду

$$\theta(0, z) = \frac{t_n - t(0, z)}{t_n - t(0, 0)} = \sqrt{1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2} - \frac{z}{R}. \quad (9.10)$$

Распределение температуры по радиусу r на поверхности полупространства рассчитывается по формулам

$$\left. \begin{aligned} \theta(r, 0) &\approx 1 - \frac{1}{4} \rho^2 - \frac{3}{64} \rho^4 - \frac{5}{256} \rho^6 \quad \left(\rho = \frac{r}{R} \leq 1\right); \\ \theta(r, 0) &\approx \frac{1}{2\rho} \left(1 + \frac{1}{8} \frac{1}{\rho^2} + \frac{3}{64} \frac{1}{\rho^4} + \frac{25}{1024} \frac{1}{\rho^6}\right) \quad (\rho \geq 1). \end{aligned} \right\} \quad (9.11)$$

При выполнении условий $r \geq 2R$ и $z \geq 2R$ с погрешностью не более 4 и 6 % выражения (9.11) и (9.10) заменяются следующими:

$$\theta(0, z) \approx R/2z; \quad \theta(r, 0) \approx R/2r. \quad (9.12)$$

Температура измерителя $t_s(x)|_{x=0} = t_s(0)$ принимается равной средней температуре зоны контакта, при этом справедливо соотношение

$$t_n - t_s(0) = \frac{8}{3\pi} [t_n - t(0, 0)]. \quad (9.13)$$

Графики функций $\theta(0, z)$ и $\theta(r, 0)$ показаны на рис. 9.4.

Пример 9.1. Для измерения температуры поверхности использована медь—константановая термопара, термоэлектроды которой, имеющие диаметр $d_3 = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м, размещены внутри трубки инъекционной иглы с на-

ружным диаметром $d_{\text{нар}} = 0,8 \cdot 10^{-3}$ м и внутренним диаметром $d_{\text{вн}} = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м.

Определить погрешность измерения температуры поверхности тела, изготовленного из меди, стали, фаянса и дерева. Коэффициенты теплопроводности λ_0 этих материалов соответственно равны 380; 40; 1,3 и 0,15 Вт/(м·К). Термопара расположена по схеме рис. 9.3, а; ее спай приварен к торцевой стенке трубки, поэтому можно принять, что температура зоны контакта совпадает с показаниями термопары. Действительная температура поверхности тела $t_n = 100$ °С, температура среды $t_0 = 20$ °С. Коэффициенты теплоотдачи между свободной поверхностью тела и средой, а также термоприемником и средой, оцениваемые

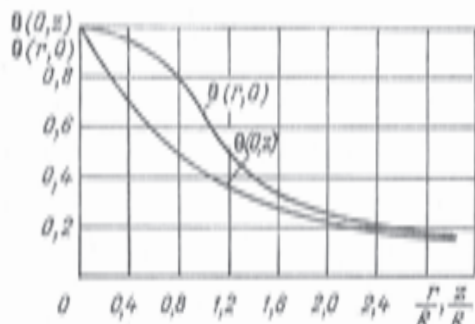


Рис. 9.4. Распределение температуры в теле

$\theta(r, 0)$ — по радиусу на поверхности; $\theta(0, z)$ — по глубине; z/R и r/R — относительные расстояния от центра измерителя

считать, что коэффициент теплопроводности измерителя $\lambda_{\text{эф}}$ близок к теплопроводности материала трубки, т. е. $\lambda_{\text{эф}} \approx 40$ Вт/(м·К). По формуле (9.7) находим $\Lambda_0 = 1,4 \cdot 10^{-3}$ Вт/К. Расчет по формуле (9.4) дает для меди, стали, фаянса и дерева следующие значения η : $2,5 \cdot 10^{-2}$; $2,4 \cdot 10^{-2}$; 0,74 и 6,4. Для всех перечисленных материалов отношение комплексов ω/η не превышает 0,4 %, поэтому влияние ω в уравнении (9.3) можно не учитывать.

Погрешность измерения температуры поверхности t_n на уровне 100 °С составляет 0,2; 2,0; 34 и 69 К соответственно для тела, изготовленного из меди, стали, фаянса и дерева. В двух последних случаях погрешность оказывается недопустимо высокой.

Контакт между ИПТ и объектом. В реальных условиях, помимо рассмотренных выше факторов, на погрешность влияет несовершенство контакта между ИПТ и телом, а также расстояние от чувствительного элемента ИПТ до поверхности тела. Для термопары это схематически показано на рис. 9.3, б.

С учетом контактного сопротивления χ и перепада температуры в спае δ взамен формулы (9.3) для термопары получаем

$$\frac{\Delta t}{t_n - t_0} = \frac{t_0 - t_n}{t_n - t_0} = - \left[1 - \frac{(1 + \omega) \frac{\Lambda_K}{\Lambda_0}}{\eta + \frac{\Lambda_K}{\Lambda_0} \left(\eta + \frac{1 + \Lambda_0/\Lambda_c}{1 + \Lambda_0/\Lambda_c} \right)} \right], \quad (9.14)$$

где η и ω находятся по формулам (9.4);

$$\Lambda_k = \lambda_k \sigma_k / h_k = \pi \lambda_k R_k^2 / h_k; \quad (9.15)$$

$$\left. \begin{aligned} \Lambda_e &= \lambda_e \sigma_e / h_e = \pi \lambda_e R_e^2 / h_e; \\ \Lambda_{e, \phi} &= \alpha_{e, \phi} \rho_e h_e = 2 \pi \alpha_{e, \phi} R_e h_e; \end{aligned} \right\} \quad (9.16)$$

$$\Lambda_a = \Lambda_{a1} + \Lambda_{a2}. \quad (9.17)$$

В выражениях (9.14)—(9.17) Λ_k — полная тепловая проводимость зоны контакта 4 (рис. 9.3, б); Λ_e — то же спая 5 термопары; $\Lambda_{e, \phi}$ — то же между боковой поверхностью спая 5 и окружающей средой 3; Λ_a — суммарная тепловая проводимость термоэлектродов 6, значения собственных проводимостей Λ_{a1} и Λ_{a2} которых рассчитываются по формулам вида (9.7); h_k , σ_k , R_k и λ_k — толщина, площадь, радиус и теплопроводность зоны контакта; h_e , σ_e , ρ_e , R_e и λ_e — толщина, площадь, периметр поперечного сечения, радиус и теплопроводность спая; $\alpha_{e, \phi}$ — коэффициент теплоотдачи с боковой поверхности спая.

При выводе формулы (9.14) предполагалось, что распределение температуры по толщине спая линейное, а термоэлектродвижущая сила генерируется в плоскости 7 раздела спая 5 и термоэлектродов 6 на расстоянии $h_e + h_k$ от поверхности тела и соответствует измеренной ИПТ температуре t_a .

Как следует из формул (9.3) и (9.14), ошибка измерения температуры поверхности прямо пропорциональна перегреву поверхности тела над средой, что для разности $t_n - t_e$, меньшей 400 К, подтверждено экспериментально [35, 87, 92].

Экспериментальные исследования погрешностей (влияние качества контакта и его площади, степени прижима, интенсивности теплообмена, рекомендаций по монтажу) приведены в списке литературы [87].

Численный расчет поля температуры для системы тел (рис. 9.3, а) был проведен на ЭВМ в работе [92]. Приведенное решение показало, что при строгом анализе структура приближенных формул (9.3) и (9.14) сохраняется. Изменяется лишь тепловая проводимость Λ_0 , которая после расчета по формуле (9.5) умножается на коэффициент

$$f = 1 + 0,44 \sqrt{\xi}; \quad \xi = \alpha_0 R / \lambda_0, \quad (9.18)$$

который можно использовать в интервале значений ξ от нуля до пяти.

Надежный расчет погрешностей Δt по уравнениям (9.3) и (9.14) затруднен оценкой входных параметров: размеров и площади зоны контакта и спая, их теплопроводности. Особо сложно определить коэффициенты теплоотдачи электродов, так как применение критериевых формул теплообмена для цилиндрических тел ограничено. При свободной конвекции на погрешность влияет ориента-

ция поверхности в пространстве. По указанным причинам излишняя формализация задач измерения при внешнем расположении ИПТ неоправдана.

Пример 9.2. Измерение температуры стального тела ($\lambda_0 = 40$ Вт/(м·К)) проводится приваренной к его поверхности нихром—константановой термопарой (рис. 9.3, б) диаметром электродов $d_s = 0,2 \cdot 10^{-3}$ м. Радиус спая R_s равен радиусу зоны контакта $R_k = 0,15 \cdot 10^{-3}$ м; толщина спая $h_s = 0,3 \cdot 10^{-3}$ м. Термопара расположена в воздухе при температуре $t_0 = 20$ °C и показывает температуру $t_s = 200$ °C. Необходимо определить значение действительной температуры поверхности t_n и погрешность ее измерения.

Расчет погрешности измерения $\Delta t = t_s - t_n$ проводится по уравнению (9.14), которое при $h_k = 0$, $\Lambda_k = \infty$ (спай приваривается к поверхности) преобразуется к следующему виду:

$$\frac{\Delta t}{t_n - t_0} = \frac{t_s - t_n}{t_n - t_0} = - \left(1 - \frac{1 + \omega}{\eta + \frac{1 + \Lambda_s/\Lambda_0}{1 + \Lambda_{c,6}/\Lambda_0}} \right).$$

Теплопроводности термоэлектродных материалов 1 и 2 близки друг к другу, поэтому можно принять $\lambda_{s1} = \lambda_{s2} = \lambda_c = 23$ Вт/(м·К). Коэффициенты теплоотдачи спая и термоэлектродов оцениваются по формулам конвективно-лучистого теплообмена (см. гл. 2) и принимаются равными $k_{s1} = k_{s2} = \alpha_c \approx 120$ Вт/(м²·К); как и в примере 9.1, $\alpha_0 = 10$ Вт/(м²·К).

По формулам (9.16) находим $\Lambda_c = 5,4 \cdot 10^{-3}$ Вт/К, $\Lambda_{c,6} = 3,4 \cdot 10^{-3}$ Вт/К; по формулам (9.7) и (9.17) $\Lambda_s = 2\Lambda_{s1} = 4,65 \cdot 10^{-3}$ Вт/К. Тепловые проводимости Λ_0 и Λ_n рассчитываются по формулам (9.5) и (9.6), в которые вместо R подставляются R_s ; $\Lambda_0 = 2,2 \times 10^{-3}$ Вт/К, $\Lambda_n = 7,1 \cdot 10^{-7}$ Вт/К. Комплекс η и ω определяются из соотношений (9.4): $\eta = 2,1 \cdot 10^{-3}$, $\omega = 3,2 \cdot 10^{-3}$. Подставляя их в исходную формулу (9.14), находим $t_s - t_n = -0,092$ ($t_n - t_0$), откуда $t_n = 218$ °C, а погрешность измерения $\Delta t = t_s - t_n = -18$ К.

Если плоскость генерации термоэлектродвижущей силы располагается непосредственно на поверхности (бесспайная приварка электродов), то $h_s = 0$, $\Lambda_{c,6} = 0$, $\Lambda_c = \infty$, и уравнение (9.14) преобразуется к виду (9.3). Для этого случая, принимая радиус контакта $R_k = \sqrt{2} R_s$, где R_s — радиус отдельного электрода, получаем $\eta = 2,2 \cdot 10^{-3}$, $t_n = 204$ °C, $\Delta t = -4,4$ К.

Установка контактного диска. Погрешность, вызванная утечкой теплоты по ИПТ, существенно уменьшится, если увеличить поверхность соприкосновения ИПТ с телом, припаяв чувствительный элемент к тонкой с хорошей теплопроводностью металлической пластинке или диску (рис. 9.2, б). Погрешность измерения для «дисковых» термопар оценивается по формулам (9.3) и (9.14) при замене в них параметра η на η_d :

$$\eta_d = \eta \frac{R}{R_d} \approx 0,85 \frac{\sqrt{2k_s\lambda_s R}}{\lambda_0} \frac{R}{R_d}, \quad (9.19)$$

где R и R_d — радиусы ИПТ и диска. Реальное снижение погрешности наблюдается лишь до определенного значения R_d . При дальнейшем его увеличении образуются воздушные зазоры в зоне контакта между телом и диском и ошибка измерения вновь начинает возрастать [87].

Для термопар с термоэлектродами диаметром $(0,1-0,3) \cdot 10^{-3}$ м ориентировочные размеры диска, изготовленного из меди или серебра, следующие: толщина $(0,2-1,5) \cdot 10^{-3}$ м, диаметр $(1-6) \times 10^{-3}$ м.

Результаты измерения при внешнем расположении ИПТ улучшаются при его монтаже по схеме рис. 9.2, в. Радиус и глубина зоны возмущающего действия измерителя, при которых ошибка измерения $\theta(r, z)$ по отношению к ее максимальной величине $t_n - t_0$ не превышает заданного значения δ , оцениваются по формулам (9.12). Полагая, например, $\delta = 0,05$, с учетом формулы (9.13) находим, что $r = z \approx 12 R$. Следовательно, вытягивая термоэлектроды термопары по поверхности на расстояние $l \geq 12R$, получаем относительную погрешность измерения, составляющую 5 % максимальной погрешности $\Delta t_{\max}$, оцениваемой по формуле (9.3).

Увеличение теплообмена с поверхности тела в окружающую его среду уменьшает размеры зоны температурного возмущения. По материалам работы [92] затухание до 5 % $\Delta t_{\max}$ ($\delta = 0,05$) наблюдается при отношении r/R примерно равном 5,7; 2,7 и 1,4 соответственно при значениях $\xi = \alpha_0 R / \lambda_0$ равных 0,1; 1 и 10.

Приведенные выше значения затухания можно использовать также для оценки размеров (толщины) исследуемого тела, при которых допустимо рассматривать его как полупространство. Так, при $\xi = 0$ формулы (9.3) и (9.14) можно применять, если $h/R \geq 10$, где h — толщина тела, R — радиус ИПТ. В реальных условиях измерений при малых разностях $t_n - t_0$ это отношение может быть понижено до $h/R \approx 3$.

При любом способе монтажа ИПТ следует обращать внимание на надежность теплового контакта между его чувствительным элементом и поверхностью тела. Рекомендации для предельного максимального прижима, исключающего вариацию показаний ИПТ, различны. Так, для термопар диаметром термоэлектродов $(0,2-1,3) \times 10^{-3}$ м требуемая нагрузка меняется в пределах 3—50 Н в зависимости от формы спая и его твердости, а также от микрошероховатости и твердости материала исследуемого тела. Там, где это возможно, предпочтительна приварка термопар к поверхности тела.

Время установлений показаний. Задача оценки длительности переходного процесса при измерении по схеме рис. 9.2, а сформулирована и рассмотрена в монографии [87]. Пусть цилиндрический ИПТ 2, первоначально имевший температуру t_0 среды 3, приводится в соприкосновение с телом 1. Если начальное распределение температуры в теле 1 равномерное, то температура $t_0(\tau)$ в зоне контакта тел 1 и 2 мгновенно принимает значение t_{00} , равное

$$t_n - t_{00} = \frac{\mu}{1 + \mu} (t_n - t_0), \quad (9.20)$$

а затем изменяется до стационарного значения $t_s(\infty) = t_{s, \text{ст}}$, определяемого формулой (9.3).

Искомая температура $t_s(\tau)$ чувствительного элемента (зоны контакта тел 1 и 2) находится из уравнения

$$\frac{t_s(\tau) - t_0}{t_{s, \text{ст}} - t_0} = \frac{1}{1 - \sqrt{\kappa}} [1 - \sqrt{\kappa} \operatorname{erf}(\sqrt{\kappa} z) = -\exp[(1 - \kappa) z^2] \operatorname{erfc} z], \quad (9.21)$$

в котором $\operatorname{erf} z = 1 - \operatorname{erfc} z$ — интеграл вероятностей,

$$\kappa = \frac{m_s}{m_0}; \quad m_0 = \frac{a_0}{\mu^2 R^2}; \quad m_s = \frac{2k_s}{c_s \gamma_s R}; \quad (9.22)$$

$$\mu = \frac{8}{3\pi} \sqrt{\frac{\lambda_s c_s \gamma_s}{\lambda_0 c_0 \gamma_0}}; \quad z = \sqrt{m_0 \tau}. \quad (9.23)$$

Выражение (9.21) справедливо при условии $a_0/(m_s R^2) \gg 1$.

При температуре $t_s(\tau)$, меньшей на 5 % стационарного значения $t_{s, \text{ст}}$, точнее при

$$(t_{s, \text{ст}} - t_s(\tau))/(t_{s, \text{ст}} - t_0) = 0,05,$$

из уравнения (9.21) находим следующие значения комплекса $z = \sqrt{m_0 \tau}$: 0,112; 0,42; 1,06; 2,29 и 2,66 соответственно для значений κ , равных 100; 10; 1; 0,1 и 0,01.

Пример 9.3. Определить время установления показаний измерителя при пятипроцентном недоходе его температуры до стационарного значения для ИПТ, описанного в примере 9.1, при измерении температуры поверхности объекта из стали и дерева. Начальная температура измерителя $t_n = t_0 = 20^\circ \text{C}$.

Теплофизические свойства для стали: $\lambda_0 = 40 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$, $\gamma_0 = 7,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $c_0 = 0,5 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$, $a_0 = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$; для термоэлектродных материалов: $\lambda_s = 23 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$, $\gamma_s = 8,8 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $c_s = 0,46 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$.

ИПТ в целом характеризуется эффективным значением теплопроводности $\lambda_{\text{эф}} = 40 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ — см. пример 9.1. Эффективная объемная теплоемкость $c_{\text{эф}} \gamma_{\text{эф}}$ находится по формуле

$$c_{\text{эф}} \gamma_{\text{эф}} = \frac{2c_s \gamma_s d_s^2 + c_0 \gamma_0 (d_{\text{нар}}^2 - d_{\text{вн}}^2)}{2d_s^2 + 2d_{\text{нар}}^2 - d_{\text{вн}}^2},$$

в котором индексы «s» и «0» относятся к электродам термодары и защитной стальной трубке. Остальные обозначения сохраняются. Проведя расчеты, получаем $c_{\text{эф}} \gamma_{\text{эф}} = 4,0 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}$, $a_{\text{эф}} = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$.

По формулам (9.23) и (9.22) находим $\mu = 0,85$; $m_0 = 86 \text{ л/с}$; $m_s = 5,0 \cdot 10^{-3} \text{ л/с}$; $\kappa = 5,8 \cdot 10^{-4}$. Комплекс $a_0/(m_s R^2) > 1000$, поэтому можно воспользоваться уравнением (9.21); при пятипроцентном недоходе $(t_s(\tau) - t_0)/(t_{s, \text{ст}} - t_0) = 0,95$. Решая трансцендентное уравнение (9.21) относительно z , получаем $z = \sqrt{m_0 \tau} \approx 8$, откуда требуемое время установления показаний $\tau \approx 0,7 \text{ с}$.

Расчеты по формуле (9.20) показывают, что при соприкосновении с телом температура $t_s(\tau)$ ИПТ мгновенно изменяется от начального значения 20 до 63°C . Последующий процесс изменения температуры от 63 до 75°C

продолжается около 0,7 с. Установившееся значение температуры $t_{\text{э, ст}}$, как вычислено в примере 9.1, равно 78 °С.

Для объекта из дерева: $\lambda_0 = 0,15$ Вт/(м·К); $\gamma_0 = 500$ кг/м³; $c_0 = 1,7 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К); $\alpha_0 = 1,8 \cdot 10^{-7}$ м²/с. Аналогично получаем: $\mu = 30$, $m_0 = 1,25 \cdot 10^{-3}$ л/с; $m_a = 5,0 \cdot 10^{-3}$ л/с, $n = 40$. Решая уравнение (9.21), получаем значение $z \approx 0,2$, откуда $\tau \approx 30$ с. Как следует из формулы (9.20), после соприкосновения с объектом показания термопары мгновенно изменяются от 20 до 23 °С, а в течение последующих 30 с температура $t_{\text{э}}(\tau)$ повышается до $t_{\text{э, ст}} = 30,4$ °С. Предельное значение показаний (см. пример 9.1) составляет 31 °С.

9.2. Методы компенсации влияния теплоотвода

Уменьшение геометрических размеров измерителя и улучшение контакта его чувствительного элемента с поверхностью хотя и снижает погрешность измерения, но не устраняет ее полностью. Как следует из уравнения (9.3), погрешность измерения температуры поверхности при креплении ИПТ по схеме рис. 9.1, а и б становится равной нулю, если $\eta = \omega$, т. е. когда полная тепловая проводимость ИПТ равна тепловой проводимости среды $\alpha_0 \delta$, окружающей исследуемый объект. Такое требование на практике трудно осуществить, поэтому для уменьшения влияния теплоотвода используют другие способы, которые и рассмотрим ниже.

Компенсация подогревом. Влияние отвода теплоты можно в значительной степени уменьшить, помещая вблизи чувствительного элемента (спая термопары) электрический нагреватель и с его помощью компенсируя тепловой поток по ИПТ от контролируемого участка поверхности тела. Принципиальные схемы ИПТ с нагревателем показаны на рис. 9.5. В первом варианте (рис. 9.5, а) момент компенсации и требуемое значение мощности электрического нагревателя устанавливаются при быстром перемещении термопары вдоль поверхности. Если при смещении спая изменения показаний термопары не происходит, мощность нагревателя подобрана правильно.

В схемах рис. 9.5, б и в мощность тепловыделения нагревателя изменяется до тех пор, пока сигнал от дифференциальной термопары (выводы 2 и 3 в схеме рис. 9.5, б или выводы 1 и 3 при зако-

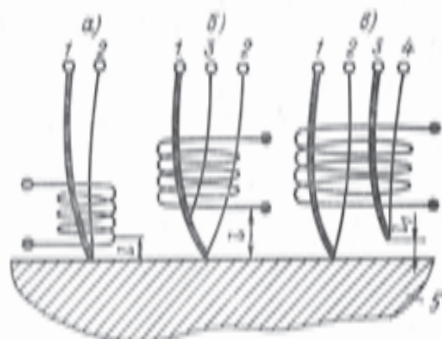


Рис. 9.5. Термопарные ИПТ с компенсацией теплоотвода

1, 2 — электроды основной термопары; 3, 4 — электроды вспомогательной термопары; 5 — контролируемая поверхность

роченных выводах 2 и 4 в схеме рис. 9.5, а) не будет равен нулю. Описание различных конструкций и исследование миниатюрных ИПТ с компенсацией дано в ссылках работ [12, 87]. При реализации этого метода в некоторых случаях используются электронные компенсирующие устройства [50, 51, 94, 99].

Для термопар расстояние l от поверхности объекта измерения до нагревателя (рис. 9.5) колеблется в пределах $(1-6) \cdot 10^{-3}$ м, расстояние l_1 от поверхности до второго спая равно $(0,2-1) \cdot 10^{-3}$ м, диаметр термоэлектродов $d = (0,1-0,4) \cdot 10^{-3}$ м.

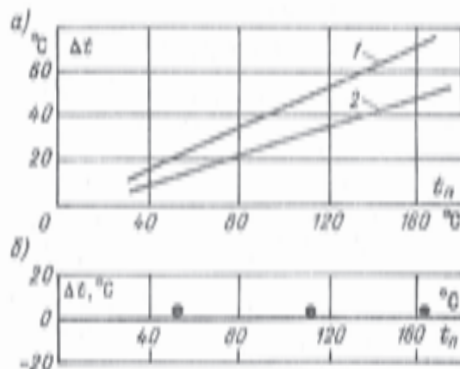


Рис. 9.6. Измерение температуры поверхности двумя ИПТ

Опыты показывают, что применение термозондов с компенсацией тепловода позволяет снизить погрешности измерения температуры неметаллических поверхностей до 0,5—3 К при их перегреве над средой до 50—400 К. К сожалению, более жесткие требования, предъявляемые к ИПТ, а также усложненная техника измерений сдерживают широкое использование этого метода, предложенного свыше 50 лет назад.

Метод двух ИПТ. Сущность этого метода, предложенного автором совместно с Цинь Юнле и описанного в работе [87], заключается в использовании двух ИПТ, имеющих различные размеры или теплофизические свойства. Как было показано выше, при измерении температуры поверхности массивных тел, а также пластин и проволок между измеренной $\phi_s = t_s - t_c$ и действительной $\phi_0 = t_n - t_c$ избыточными температурами существует линейная взаимосвязь. На основе соотношений (9.3) при $\omega = 0$ имеем

$$\phi_0 = (1 + \eta) \phi_s. \quad (9.24)$$

Используя для измерения два различных ИПТ, расположенных по схеме рис. 9.2, а, можно получить соотношение, связывающее избыточную температуру чувствительных элементов ϕ_{s1} и ϕ_{s2} первого и второго ИПТ с действительной избыточной температурой тела ϕ_0 :

$$\phi_0 = \phi_{s1} \frac{1 - K}{1 - K \frac{\phi_{s1}}{\phi_{s2}}}. \quad (9.25)$$

Входящий в уравнение (9.25) коэффициент K для цилиндрических ИПТ определяется по формуле

$$K = \frac{\eta_1}{\eta_2} = \frac{\Lambda_1}{\Lambda_2} = \sqrt{\frac{k_{21}\lambda_{21}R_{21}}{k_{22}\lambda_{22}R_{22}}} \quad (9.26)$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся к первому и второму ИПТ. Коэффициент K не зависит от теплопроводности λ_0 исследуемого тела, слабо меняется с температурой и может рассматриваться как некоторая константа для данной пары измерителей. Коэффициент K определяется по результатам калибровочного опыта при одном известном значении температуры Φ_0 . При подборе ИПТ желательно, чтобы значение K было не менее 1,5—2.

На рис. 9.6 показаны результаты измерения температуры поверхности дерева с помощью двух термозондов (термопара в защитной оболочке), имеющих различные внешние диаметры (кривые 1, 2). Как видно, погрешность измерения $\Delta t = t_n - t_s$ для каждого из термозондов в отдельности оказывается высокой и достигает нескольких десятков кельвин (рис. 9.6, а). Применение

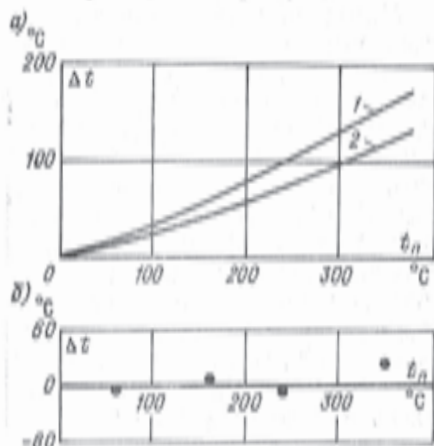


Рис. 9.7. Измерение температуры тонкостенной трубки

1 — медь-константановая термопара с электродами диаметром 0,3 мм; 2 — то же, с медным электродом диаметром 0,3 мм; ● — результаты пересчета показаний термопар

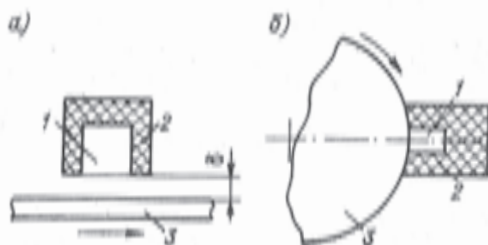


Рис. 9.8. Схема установки непогружаемых ИПТ: а — бесконтактный способ; б — контактный способ

1 — ИПТ; 2 — теплоизолятор; 3 — контролируемый объект

формулы (9.25) приводит к резкому уменьшению погрешности Δt (рис. 9.6, б). Для выбранных измерителей $K = 1,9$.

На рис. 9.7 показаны опытные данные Цинь Юнле измерений температуры тонкостенной никелевой трубки (с толщиной стенки

$5 \cdot 10^{-6}$ м), полученные с помощью термопар, расположенных по схеме рис. 9.1, а. Из сравнения графиков рис. 9.7, а и б следует, что при использовании соотношения (9.25) точность измерения существенно повышается. В этом опыте при изменении температуры t_n трубки в пределах 45—350 °С коэффициент K изменялся от 1,50 до 1,60. Среднее значение $K = 1,56$.

Метод двух ИПТ пригоден и для измерения нестационарной температуры, когда выполняется исходное соотношение (9.26).

Непогружаемые измерители температуры. Для контроля и автоматического регулирования температуры поверхности промышленных объектов (неподвижных и движущихся) разработана группа так называемых непогружаемых ИПТ. Упрощенные модели и способы их установки на объект показаны на рис. 9.8. При бесконтактном способе измерения (рис. 9.8, а) ИПТ располагается на небольшом ($\delta = 0,2\text{—}2$ мм) фиксированном расстоянии от объекта. Постоянство усилия нажатия при контактном способе (рис. 9.8, б) обеспечивается специальным устройством. Теплоизолятор уменьшает влияние теплоотвода и температурное возмущение контролируемого объекта. Принципы проектирования, способы градуировки и оценки методических погрешностей непогружаемых термодатчиков изложены в работах [21, 74, 75].

9.3. Измерение температуры поверхности при расположении термопреобразователя внутри тела

В исследовательской практике и промышленных измерениях температуры применяются различные варианты размещения термодатчиков внутри или около поверхности тела (рис. 9.9). Си-

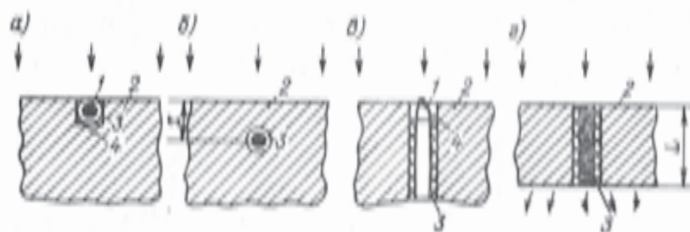


Рис. 9.9. Расположение ИПТ при измерении температуры поверхности тел: а — в пазу на поверхности; б — на расстоянии от поверхности; в и г — выход ИПТ из глубины тела с расположением чувствительного элемента на поверхности

1 — ИПТ; 2 — объект; 3 — электроизоляционная трубка; 4 — замазка; стрелками показано направление теплового потока

стематические погрешности при таких измерениях из-за сложности анализа исследованы недостаточно подробно. Ниже рассматриваются наиболее характерные варианты расположения измерите-

лей и предлагаются расчетные соотношения для оценки погрешностей.

Термопара на поверхности тела. Схема расположения цилиндрического ИПТ (термопары) в пазу на поверхности тела показана на рис. 9.10. Прямоугольный паз (длинная канавка), в которой располагается термопара 2, заполняется клеем, пастой или цементом. Иногда сверху термоэлектроды термопары дополнительно закрываются металлической фольгой.

Детального решения этой задачи нет. Аналитическая и численная оценка распределения температуры в предположении, что паз заполнен веществом с нулевой теплопроводностью, а ИПТ имеет пренебрежимо малое сечение и располагается по отношению к потоку на дне паза, дана в работе [12].

Рассмотрим приближенный вариант оценки, когда теплопроводность λ_0 исследуемого тела 1 превышает коэффициент теплопроводности λ_a замазки (зоны 3 и 4 на рис. 9.10). В этом случае методическая погрешность измерения температуры поверхности будет определяться смещением термопары на величину $h/2$ от поверхности и перераспределением тепловых потоков в области паза, вызванных разницей значений λ_0 , λ_a и геометрическими размерами — глубиной h и шириной b паза.

Пусть неискаженное распределение температуры в теле 1 подчиняется прямолинейной зависимости

$$t(x) = t_0 + \frac{q_0}{\lambda_0} x; \quad q_0 = \alpha_0 (t_0 - t_e), \quad (9.27)$$

где x — расстояние от поверхности; t_0 — действительная температура поверхности тела; q_0 — удельный тепловой поток через поверхность; α_0 — коэффициент теплоотдачи тела 2 к среде δ ; t_e — температура окружающей среды. Полагая, что характер изменения температуры на боковых стенках паза подчиняется зависимостям (9.27), для средней температуры $\bar{t}$ боковых стенок и дна паза получаем

$$\bar{t} = \frac{h}{b+2h} t_0 + \frac{b+h}{b+2h} t(x)|_{x=L}. \quad (9.28)$$

При условии, что распределение температуры по сечению ИПТ

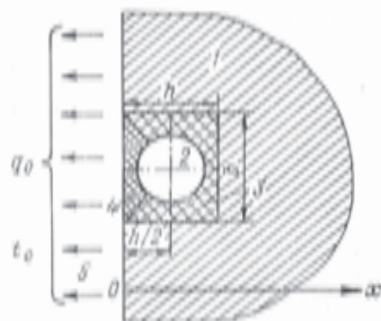


Рис. 9.10. Схема расположения ИПТ в пазу на поверхности тела: 1 — исследуемое тело; 2 — термопара; 3, 4 — замазка; δ — окружающая среда

равномерное, а термопара занимает центральное положение внутри паза, получаем систему уравнений теплообмена:

$$\frac{\bar{t} - t_s}{R_{\text{вн}}} = \frac{t_s - t_n}{R_n} = \frac{t_n - t_0}{R_0}, \quad (9.29)$$

приближенно характеризующую передачу теплоты в зоне размещения ИПТ, в которой t_s — температура ИПТ (измеренная температура); t_n — температура наружной стороны паза, граничащей с окружающей средой; R_n и $R_{\text{вн}}$ — полные термические сопротивления областей 4 и 3, (м·К)/Вт; R_0 — термическое сопротивление теплообмену со средой, (м·К)/Вт, равное

$$R_0 = 1/\alpha_0 b, \quad (9.30)$$

Термические сопротивления областей 4 и 3 определяются по формуле

$$R = \frac{4V}{\lambda_3 (S_1 + S_2)^2}, \quad \frac{1}{2} < \frac{S_1}{S_2} \leq 1, \quad (9.31)$$

в которой V — объем; S_1 и S_2 — поверхности теплообмена каждой из областей, рассчитываемые на единицу их длины.

Решая уравнения (9.29) с учетом (9.27), (9.28), (9.30) и (9.31), находим искомую погрешность измерения

$$\Delta t_s = t_s - t_0 = -A (t_0 - t_s) = -\frac{A}{1 - A} (t_s - t_0), \quad (9.32)$$

где

$$A \approx [1 - \varphi \zeta_0 (1 + \kappa)] / [1 + \mu (1 + \kappa)], \quad (9.33)$$

Входящие в формулу (9.33) параметры рассчитываются так:

$$\mu = 1 + \frac{2h}{b}; \quad \varphi = 1 + \frac{h}{b}; \quad (9.34)$$

$$\zeta_0 = \frac{\alpha_0 h}{\lambda_0}; \quad \zeta_3 = \frac{\alpha_0 h}{\lambda_3}; \quad (9.35)$$

$$\kappa = \frac{1 + \mu}{\mu} \frac{\varphi^2}{\zeta_3} \frac{\left(1 + \frac{\pi d}{2(b+h)}\right)^2}{1 - \frac{\pi d^2}{4bh}}, \quad (9.36)$$

в которых λ_3 — теплопроводность замазки (теплопроводность областей 4 и 3 на рис. 9.10); d — диаметр ИПТ.

Динамическая составляющая $\Delta t_{\text{дин}}(\tau)$ погрешности измерений приближенно оценивается по формуле

$$\Delta t_{\text{дин}}(\tau) = t_s(\tau) - t_0(\tau) = (e_0 - e_s) \frac{dt_s(\tau)}{d\tau}, \quad (9.37)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_a &= \frac{4}{\lambda_a} \left(c_a \gamma_a + \frac{c_a \gamma_a}{\frac{4bh}{\pi d^3} - 1} \right) \left(\frac{bh - \frac{\pi d^3}{4}}{2(b+h) + \pi d} \right)^2; \\ \varepsilon_0 &= (b+h)^3 c_0 \gamma_0 / (8\pi^3 \lambda_0), \end{aligned} \right\} \quad (9.38)$$

ε и γ с индексом «0», «э» и «з» — удельная теплоемкость и плотность материала тела, ИПТ и замазки соответственно.

При реализации этого способа измерений желательно, чтобы глубина и ширина паза не превышали 0,2—0,8 мм. Замазка выбирается с относительно высокой теплопроводностью. Чувствительный элемент по возможности чеканится или приваривается к исследуемой поверхности.

Для непрозрачных объектов с высокой степенью черноты излучения поверхности грубая оценка погрешности измерения при $\lambda_0 \geq \lambda_a$ и малых α_0 может быть дана по соотношению

$$\left| \frac{t_0 - t_a}{t_0 - t_c} \right| < \frac{\alpha_0 h}{\lambda_a}, \quad (9.39)$$

в котором сохраняются прежние обозначения.

Следует с осторожностью относиться к покрытию места расположения спая металлической фольгой, бумагой и т. п. В некоторых случаях из-за разницы в коэффициентах излучения и поглощения покрытия и поверхности тела при наличии внешних источников теплового излучения роль покрытия может оказаться отрицательной.

Пример 9.4. Температура поверхности тела, изготовленного из легированной стали, измеряется хромель—копелевой сваренной встык термопарой, расположенной в прямоугольном пазу $b = h = 0,8 \cdot 10^{-3}$ м (рис. 9.10). Диаметр термоэлектродов $d = 0,3 \cdot 10^{-3}$ м. Требуется определить действительную температуру t_0 поверхности тела, если ее измеренное значение $t_a = 200$ °C. Температура среды $t_c = 100$ °C, коэффициент теплоотдачи $\alpha_0 = 500$ Вт/(м²·K). Теплофизические свойства стали: $\lambda_0 = 16$ Вт/(м·K), $\gamma_0 = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³, $c_0 = 0,57 \cdot 10^3$ Дж/(кг·K). Для хромеля и алюминия принято $\lambda_a = 23$ Вт/(м·K), $\gamma_a = 8,7 \cdot 10^3$ кг/м³, $c_a = 0,5 \cdot 10^3$ Дж/(кг·K). Для цементной замазки $\lambda_a = 0,5$ Вт/(м·K), $\gamma_a = 1,4 \cdot 10^3$ кг/м³, $c_a = 0,8 \cdot 10^3$ Дж/(кг·K).

Оценка погрешности измерений проводится по формуле (9.32). Предварительно по (9.34) находим $\mu = 3$, $\varphi = 2$, по (9.35) $\xi_0 = 2,5 \cdot 10^{-2}$ и $\xi_a = 0,8$. Расчет по формулам (9.36) и (9.33) дает $\kappa = 12,5$, $A \approx 0,008$.

Погрешность измерения, определяемая по (9.32), составляет $\Delta t_a = -0,8$ K, действительная температура поверхности $t_0 \approx 201$ °C. Температура наружной поверхности паза $t_m \approx 192$ °C.

Уравнение (9.32) выведено в предположении, что ИПТ занимает центральное положение в канале (рис. 9.10). Смещение его к наружной поверхности вызывает уменьшение термического сопротивления R_n и при больших значениях α_0 приводит к существенному возрастанию погрешности измерения.

Динамическая составляющая погрешности измерения, как следует из уравнения (9.37), пропорциональна разности $e_0 - e_z$. Расчет по предлагаемым формулам дает $e_z = 0,25$ с, $e_0 \approx 0,01$ с, откуда $e_0 - e_z \approx -0,24$ с.

Термоприемник на глубине z от поверхности (см. рис. 9.9, б). Если ИПТ достаточно миниатюрен и находится в центре защитной оболочки, то приближенно можно принять, что средняя температура его чувствительного элемента соответствует температуре в занимаемой ИПТ области. В результате измерений необходимо внести поправку, учитывающую значение градиента температуры по глубине. При одномерном потоке теплоты через плоскую или цилиндрическую поверхности формулы для поправок получаются из общезвестных уравнений стационарного распределения температуры:

$$\left. \begin{aligned} t_0 - t_z &= q/z; \\ t_0 - t_z &= \frac{q}{2\pi\lambda} \left| \ln \frac{R_0}{R_z} \right| = \frac{q}{2\pi\lambda} \left| \ln \left(1 - \frac{z}{R_0} \right) \right|. \end{aligned} \right\} \quad (9.40)$$

В этих формулах приняты следующие обозначения: t_0 — температура поверхности тела; t_z — температура чувствительного элемента термоприемника, находящегося на глубине z от поверхности; q — удельный тепловой поток в расчете на единицу площади плоской поверхности или единицу длины цилиндрической поверхности; λ — коэффициент теплопроводности материала тела; R_0 и R_z — соответственно внешний радиус цилиндрического тела и радиус расположения чувствительного элемента термоприемника ($R_0 - R_z = z$).

При исследовании коэффициентов теплоотдачи поверхностей трубчатых теплообменников часто применяется вариант крепления ИПТ, схематически изображенный на рис. 9.9, а и б. Ссылки на работы, в которых дана численная оценка погрешностей измерения, вызванных неточностью монтажа ИПТ в высверленном отверстии (смещение термодпары по длине канала, эксцентриситет и т. д.), и их влияние на вычисленный коэффициент теплообмена даны в работе [87].

Выход термоприемника из глубины на поверхность тела (см. рис. 9.9, в). Иногда используется вариант монтажа ИПТ, когда его продольная ось расположена нормально к изотермическим поверхностям невозмущенного температурного поля тела. Чувствительный элемент ИПТ (например, спай термодпары) выходит непосредственно на контролируемую поверхность или отстоит от нее на некотором расстоянии. Экспериментально показано, что разность между действительной t_0 и измеренной t_z температурой поверхности прямо пропорциональна градиенту температуры в теле при отсутствии ИПТ.

Теоретический анализ задачи (рис. 9.9, в) приводит к следующему расчетному соотношению для оценки погрешности измере-

ния $\vartheta_s = t_s - t_0$ термозондом, чувствительный элемент которого выходит на поверхность, имеет теплопроводность λ_s и радиус R :

$$\vartheta_s = t_s - t_0 = \frac{2}{\pi} \frac{qR}{\lambda_0} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_s} - 1 \right) F, \quad (9.41)$$

где λ_0 — теплопроводность объекта; q — тепловой поток, подводимый извне и проходящий через поверхность тела в отсутствие ИПТ:

$$F = \int_0^{\infty} \frac{dx}{x \left\{ x + \xi \eta \left[x + \xi \frac{K_0(x)}{K_1(x)} \right]^{-1} \right\}}. \quad (9.42)$$

В выражении (9.42)

$$\xi = k_s R / \lambda_0; \quad \eta = 2\lambda_0 / \lambda_s; \quad (9.43)$$

k_s — коэффициент теплопередачи между боковой поверхностью ИПТ и объектом; $K_0(x)$ и $K_1(x)$ — модифицированные цилиндрические функции второго рода нулевого и первого порядков; x — параметр интегрирования.

В частном случае, когда $k_s \rightarrow \infty$, т. е. ИПТ непосредственно контактирует с объектом, выражение (9.42) упрощается:

$$F_{\infty} = \int_0^{\infty} \frac{dx}{x \left[x + \eta \frac{K_1(x)}{K_0(x)} \right]}. \quad (9.44)$$

Несобственные интегралы (9.42) и (9.43) подлежат расчету на ЭВМ.

Уравнение (9.41) выведено в предположении, что объект — полупространство, ИПТ — стержень неограниченной длины. Распределение температуры в объекте без ИПТ подчиняется линейной зависимости $t_0(z) = t_0 - qz/\lambda_0$, начало координаты z выбрано на поверхности тела. В каждом поперечном сечении ИПТ распределение температуры равномерное, что обусловлено его малым радиусом и высокой теплопроводностью.

Если объект находится в конвективно-лучистом теплообмене со средой с температурой t_c , то формула (9.41) для этого случая трансформируется в следующую:

$$\vartheta_s = t_s - t_0 = A (t_c - t_0) = \frac{A}{1 - A} (t_c - t_s), \quad (9.45)$$

где

$$A = \frac{2}{\pi} \frac{\alpha_0 R}{\lambda_0} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_s} - 1 \right) F; \quad (9.46)$$

α_0 — коэффициент теплоотдачи между поверхностью тела и средой. Значения функций F и F_∞ табулированы. График функции F_∞ , рассчитанной Т. В. Смирновой, в зависимости от величины $\eta = 2\lambda_0/\lambda_0$, приведен на рис. 9.11.

С помощью соотношений (9.45) можно обосновать метод восстановления действительной температуры поверхности по показаниям двух ИПТ с различными значениями комплексов A . Формула

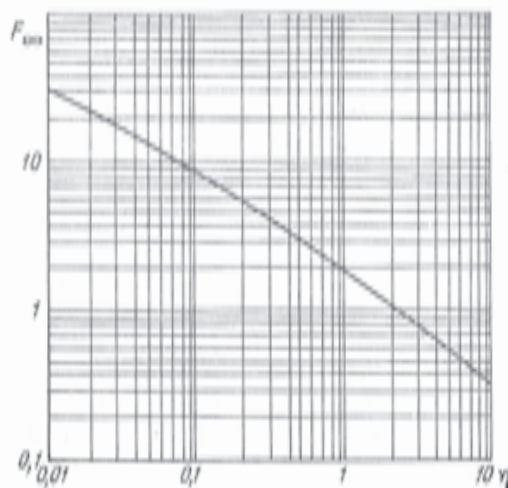


Рис. 9.11. График функции $F_\infty(\eta)$

для восстановления действительной температуры поверхности выводится аналогично уравнению (9.25) и имеет следующий вид:

$$t_0 = \frac{K}{1-K} (t_{s1} - t_{s2}), \quad (9.47)$$

где t_{s1} и t_{s2} — показания первого и второго ИПТ, имеющих в соответствии с (9.46) значения комплексов A_1 и A_2 , причем $K = A_1/A_2$.

Коэффициент K в формуле (9.47) должен определяться предварительной калибровкой ИПТ при одной известной действительной температуре поверхности t_0 .

В частном случае, когда два ИПТ имеют одну и ту же эффективную теплопроводность и выполняется условие $k_s \rightarrow \infty$, определяемые согласно (9.44) комплексы F_∞ одинаковы, т. е. $F_{\infty 1} = F_{\infty 2}$, и с учетом неизменности α_0 для двух ИПТ с размерами R_1 и R_2 находим $K = A_1/A_2 = R_1/R_2$. Экспериментальная проверка применимости экстраполяционной формулы (9.47) не проводилась.

Пример 9.5. Температуру тела измеряют термозондом (термопарой, армированной в стальную защитную трубку диаметром $d = 2R = 1 \cdot 10^{-3}$ м). Спай термопары, приваренный к дну трубки, выходит на поверхность

тела. Определить погрешность измерения температуры поверхности тел, одно из которых изготовлено из стали ($\lambda_0 = 40 \text{ Вт/(м·К)}$), а другое — из асбестоцемента ($\lambda_0 = 0,5 \text{ Вт/(м·К)}$).

Измеренное значение температуры $t_a = 150^\circ\text{C}$, температура среды $t_c = 0^\circ\text{C}$. Коэффициент теплоотдачи $\alpha_0 = 30 \text{ Вт/(м·К)}$.

Эффективная теплопроводность ИПТ $\lambda_2 = 10 \text{ Вт/(м·К)}$. Зазор между ИПТ и телом отсутствует, т. е. $\xi = \infty$.

Для тела из стали $\lambda_0/\lambda_2 = 4$ по формуле (9.43) получим $\eta = 8$ и на рис. 9.11 $F_\infty = 0,42$, $t_0 - t_a = -150 \text{ К}$. По формуле (9.46) имеем $A = -0,3 \cdot 10^{-3} \text{ К}$ и по (9.45) $\Phi_a = -0,045 \text{ К}$. Следовательно, действительная температура t_0 превышает измеренную t_a всего на $\sim 0,05 \text{ К}$.

Градиент температуры в теле

$$\frac{dt}{dz} = -\frac{q}{\lambda_0} = \frac{\alpha_0 (t_0 - t_c)}{\lambda_0} \approx 112 \text{ К/м},$$

что соответствует тепловому потоку с поверхности тела в среду $q = 4,5 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$.

Для тела, изготовленного из асбестоцемента, находим $\lambda_0/\lambda_2 = 0,05$; $\eta = 0,1$; $F_\infty = 8,095$; по формуле (9.46) $A = -0,147$ и по (9.45) $\Phi_a = -19,2 \text{ К}$, что соответствует действительной температуре поверхности $t_0 \approx 131^\circ\text{C}$. Значение градиента температуры $dt/dz \approx 7,9 \cdot 10^3 \text{ К/м}$, а тепловой поток $q \approx 3,9 \cdot 10^3 \text{ Вт/м}^2$.

Отметим, что расчет по предложенной автором приближенной формуле, которая приведена в работе [87], при тех же одинаковых условиях дает для стального тела $\Phi_a = -0,08 \text{ К}$, а для изделия из асбестоцемента $\Phi_a = -13,5 \text{ К}$, что по порядку величины согласуется с результатами, полученными при строгом решении задачи по формуле (9.45).

Термоприемник проходит через стенку нормально к его поверхности (см. рис. 9.9, в). К верхней поверхности стенки толщиной L и торцу ИПТ подводится постоянный тепловой поток плотностью q , противоположная сторона стенки находится в теплообмене со средой, имеющей температуру t_c .

Предположим, что передача теплоты между стенкой и боковой поверхностью ИПТ прямо пропорциональна разности их температуры, причем коэффициент теплопередачи k_s постоянен по всей длине L ИПТ. Распределение температуры $t(x)$ по толщине стенки остается тем же, что и до монтажа термоприемника.

Можно показать, что при этих ограничениях погрешность измерения температуры поверхности из-за разности в теплопроводностях стенки λ_0 и ИПТ λ_2 и передачи теплоты между ними определяется следующим уравнением:

$$\frac{t_0 - t_a}{t_0 - t_k} = \left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_2}\right) f(\mu, \xi), \quad (9.48)$$

в котором t_0 и t_a — действительная и измеренная температуры поверхности; t_k — температура внутренней поверхности стенки $t(L)$; $f(\mu, \xi)$ — множитель, определяющий влияние передачи теплоты между стенкой и ИПТ,

$$f(\mu, \xi) = \frac{\text{ch } \mu - 1 + \xi \frac{\text{sh } \mu}{\mu}}{\xi \text{ch } \mu + \mu \text{sh } \mu}, \quad (9.49)$$

здесь

$$\mu = \sqrt{\frac{k_2 p_2}{\lambda_2 \sigma_2}} L; \quad \xi = \frac{\alpha L}{\lambda_2}, \quad (9.50)$$

где p_2 и σ_2 — периметр и площадь поперечного сечения ИПТ, α — коэффициент теплоотдачи между внутренней поверхностью стенки и окружающей средой.

Если теплообмен между ИПТ и стенкой отсутствует, т. е. $k_2 = 0$ или $\mu = 0$, то $f(\mu, \xi) = 1$ и погрешность измерения становится максимальной. При $\lambda_0 = \lambda_2$ тепловое возмущение отсутствует и ошибка измерения равна нулю.

Пример 9.6. Для измерения температуры поверхности стальной стенки толщиной $L = 2 \cdot 10^{-3}$ м применена термопара, состоящая из собственной стенки и никелевого термоэлектрода диаметром $d = 1 \cdot 10^{-3}$ м, установленного по схеме на рис. 9.9, *з*. Зазор между проволокой и стенкой выполнен из электроизоляционной пасты. Коэффициент теплопередачи между проволокой и стенкой $k_2 = 5 \cdot 10^5$ Вт/(м²·К). Теплопроводность стали $\lambda_0 = 20$ Вт/(м·К) и никеля $\lambda_2 = 50$ Вт/(м·К). Падающий тепловой поток $q = 10^5$ Вт/м². Коэффициент теплоотдачи на внутренней стороне стенки $\alpha = 10^3$ Вт/(м²·К). Требуется определить температуру поверхности t_0 и погрешность ее измерения, если температура среды $t_c = 10^\circ\text{C}$.

Полный перепад температуры по толщине стенки равен

$$t_0 - t_k = qL/\lambda_0 = 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3}/20 = 100 \text{ K},$$

а температура наружной поверхности

$$t_0 = q \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{L}{\lambda_0} \right) + t_c = 210 \text{ K}.$$

Для оценки погрешности измерения температуры воспользуемся формулами (9.48) — (9.50). После вычислений находим $\mu = 12,6$, а $\xi = 1,0$; при этих значениях $f(\mu, \xi) \approx 1/\mu = 0,079$. Далее из формулы (9.48) погрешность измерения

$$t_2 - t_0 = -(1 - 20/50) \cdot 0,079 \cdot 100 = -4,7 \text{ K},$$

что подтверждает влияние отличия в теплопроводности объекта и ИПТ.

9.4. Погрешности измерения температуры массивных объектов

Учитывая распространенность и перспективу использования малоннерционных плоских (пластинчатых) ИПТ различного конструктивного оформления, исследуем подробнее их статические погрешности, обусловленные отличием свойств ИПТ от объекта, влиянием размера и областью расположения термочувствительного элемента внутри ИПТ. Схема измерения температуры поверхности объекта показана на рис. 9.12.

Под суммарным стационарным воздействием внешней среды с температурой t_c и теплового потока q в объекте без ИПТ возникает градиент температуры, значение которого

$$b_0 = -\frac{1}{\lambda_0} [\alpha_0 (t_c - t_0) + A_0 q], \quad (9.51)$$

где λ_0 — теплопроводность тела; α_0 — коэффициент теплоотдачи со средой; A_0 — степень черноты поверхности; t_0 — температура поверхности тела (его действительная температура).

Для измерения температуры объекта применяется плоский термопреобразователь (рис. 9.12) в форме диска радиусом R и высотой h (обычно $R \gg h$); его эффективная теплопроводность λ_3 , а степень черноты свободной поверхности A_3 . Местоположение термочувствительного элемента (например, терморезисторное пленочное сопротивление, намотка из тонкой проволоки, пленочный транзистор) определяется внутри ИПТ по его толщине координатой x (рис. 9.12) и площадью круга πR_2^2 (толщиной термочувствительного элемента по сравнению с толщиной h ИПТ можно пренебречь). В зависимости от координаты x чувствительный элемент может располагаться на свободной его поверхности ($x = h$), контактировать с объектом ($x = 0$) или занимать промежуточное положение ($0 \leq x \leq h$); его размер по радиусу также различен ($0 \leq R_2 \leq R$). Показания ИПТ соответствуют средней на площадке πR_2^2 температуре термочувствительного элемента и обозначаются $\langle t_3(x) \rangle$, где x — координата его размещения внутри ИПТ.

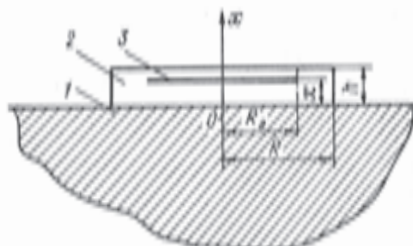


Рис. 9.12. Схема размещения плоскостинчатого ИПТ

1 — объект; 2 — ИПТ; 3 — чувствительный элемент ИПТ

Обладая в общем случае отличными от объекта значениями степени черноты поверхности A_3 и изменяя коэффициент теплоотдачи на α_3 , ИПТ получает от воздействий t_0 и q иное по сравнению с объектом количество теплоты, что приводит к возмущению первоначального поля температуры и тепловых потоков в объекте в прилегающей к ИПТ области. Количественный анализ процесса теплопроводности достаточно трудоемок. Опуская промежуточные выкладки, приводим окончательную формулу для оценки погрешности результата измерения температуры поверхности массивного объекта $\Delta t_3(x)$:

$$\Delta t_3(x) = \langle t_3(x) \rangle - t_0 = \langle \theta_{3, об} \rangle (1 - \zeta_k X) - b_3 R X, \quad (9.52)$$

где $\langle \theta_{3, об} \rangle = \langle t_{3, об}(0) \rangle - t_0$; $\langle t_{3, об}(0) \rangle$ — среднее значение температуры поверхности объекта на участке πR_2^2 под ИПТ;

$$\zeta_k = \frac{\alpha_3}{1 + \zeta_3} \frac{R}{\lambda_0}, \quad b_3 = \frac{\alpha_3 h}{\lambda_3}; \quad (9.53)$$

$$X = \frac{\lambda_0}{\lambda_3} \frac{x}{R} = 2 \frac{\lambda_0}{\lambda_3} \frac{1}{k} \frac{x}{h}, \quad k = \frac{2R}{h}; \quad (9.54)$$

$$b_s = -\frac{1}{\lambda_0 (1 + \xi_s)} [\alpha_s (t_0 - t_0) + A_s q], \quad (9.55)$$

Входящая в уравнение (9.52) избыточная температура $\langle \theta_{s, об}(0) \rangle$ в зоне контакта ИПТ с объектом определяется зависимостью

$$\langle \theta_{s, об}(0) \rangle = -\Delta b R \Phi(\xi_0, \rho_s) [1 + \xi_n \Phi(\xi_0, \rho_s)]^{-1}, \quad (9.56)$$

в которой $\Delta b = b_s - b_0$;

$$\Phi(\xi_0, \rho_s) = \frac{\int_0^{\infty} \frac{J_1(y) J_1(\rho_s y) dy}{y(y + \xi_0)}}{\int_0^{\infty} \frac{J_1(y) J_1(\rho_s y) dy}{y + \xi_0}}; \quad (9.57)$$

$$\xi_0 = \alpha_0 R / \lambda_0; \quad \rho_s = R_s / R, \quad (9.58)$$

J_1 — функции Бесселя первого рода первого порядка. Значения интеграла (9.57), вычисленные Т. В. Смирновой для некоторых значений критериев ξ_0 и ρ_s , представлены на рис. 9.13.

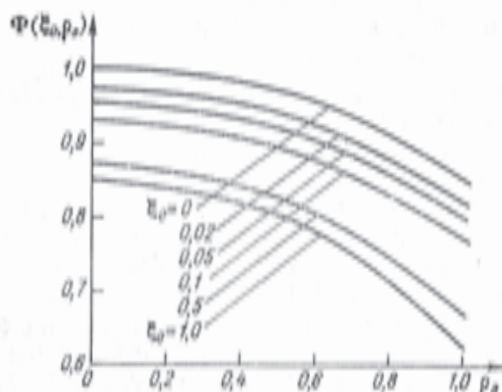


Рис. 9.13. Графики функции $\Phi(\xi_0, \rho_s)$

Уравнение (9.52) выведено в предположении, что радиальный тепловой поток в ИПТ с учетом условия $R \gg h$ пренебрежим по сравнению с тепловым потоком вдоль x .

Последовательность оценок погрешности измерения такова. По заданным значениям свойств объекта (λ_0, α_0, A_0) и величинам воздействий (t_0 и q) оценивается по (9.51) значение b_0 . Задаются параметры ИПТ и его чувствительного элемента, т. е. значения $R, h, \lambda_s, R_s, x, \alpha_s$, по формулам (9.53)—(9.55), (9.58) рассчитываются комплексы $\xi_n, \xi_0, X, \xi_0, \rho_s, b_s, \Delta b$. По графикам

на рис. 9.13, зная ξ_0 и ρ_s , находим интеграл (9.57), затем по (9.56) определяется температура тела под ИПТ. Оценка погрешности проводится на основе формулы (9.52). По этой же зависимости выявляется роль конструктивных и эксплуатационных условий на значение погрешности.

Рассмотрим два характерных случая.

Интенсивный нагрев тела внешним тепловым потоком q . Обратным конвективно-лучистым рассеиванием теплоты с поверхности тела в окружающую среду пренебрегаем, тогда необходимо принять $\alpha_0 = \alpha_s = 0$; $\xi_0 = \xi_s = \xi_{\text{ск}} = 0$. Далее имеем $\Phi(0, \rho_s) = 1$, $b_0 = -A_0 q / \lambda_0$, $b_s = -A_s q / \lambda_0$. Из выражения (9.56) находим $\langle \vartheta_{s, \text{об}}(0) \rangle = q (A_s - A_0) R / \lambda_0$ и после подстановки в (9.52) получаем

$$\Delta t_s(x) = \frac{qR}{\lambda_0} A_s \left(1 - \frac{A_0}{A_s} + \frac{\lambda_0}{\lambda_s} \frac{x}{R} \right). \quad (9.59)$$

При выполнении равенства степеней черноты объекта и ИПТ $A_0 = A_s$ формула (9.59) упрощается:

$$\Delta t_s(x) = A_0 \frac{qR}{\lambda_0} \frac{\lambda_0}{\lambda_s} \frac{x}{R} = \frac{qA_0}{\lambda_s} x. \quad (9.60)$$

Из (9.60) следует, что при $x = 0$ (чувствительный элемент в зоне контакта ИПТ и объекта) $\Delta t_s(0) = 0$. При $x = h$ погрешность $\Delta t_s(h)$ стремится к нулю при выполнении условий $\lambda_0 \ll \lambda_s$ и $h \ll R$.

Конвективно-лучистый теплообмен объекта с внешней средой. Поскольку $q = 0$, выражения для b_0 , b_s упрощаются; смысл остальных величин и расчетных зависимостей (9.56) и (9.52) сохраняется. Если, однако, ИПТ достаточно тонок, а коэффициенты теплоотдачи невелики, то при выполнении условий $\xi_{\text{об}} \ll 1$, $\xi_0 \rightarrow 0$, $\xi_{\text{ск}} \rightarrow 0$, имеем $\Phi(0, \rho_s) \approx 1$; $\langle \vartheta_{s, \text{об}}(0) \rangle \approx -\Delta b R$; $\Delta b \approx -(t_c - t_0) \times (\alpha_s - \alpha_0) / \lambda_0$. Для оценки погрешности из формулы (9.52) находим

$$\Delta t_s(x) \approx \frac{(t_c - t_0) R}{\lambda_0} \left[(\alpha_s - \alpha_0) + \alpha_s \frac{\lambda_0}{\lambda_s} \frac{x}{R} \right]. \quad (9.61)$$

При выполнении условия $\alpha_s = \alpha_0$ из (9.61) получаем

$$\Delta t_s(x) \approx \frac{\alpha_0 (t_c - t_0) R}{\lambda_0} \frac{\lambda_0}{\lambda_s} \frac{x}{R} = \frac{\alpha_0 (t_c - t_0) x}{\lambda_s}. \quad (9.62)$$

Из формулы (9.62) следует, что при $x = 0$ (чувствительный элемент ИПТ контактирует с поверхностью объекта) погрешность $\Delta t_s(0) = 0$. При $x = h$ (выход чувствительного элемента ИПТ на его свободную поверхность) $\Delta t_s(h) \rightarrow 0$, если $\lambda_0 \ll \lambda_s$ и $h \ll R$.

Отметим, что значения величин $\langle \vartheta_{s, \text{об}}(0) \rangle$ и $\Delta t_s(x)$, определяемые по формулам (9.56) и (9.52), меняют свой знак с изменением направления тепловых потоков, т. е. при $q < 0$ и $t_0 \geq t_c$.

Измерение нестационарной температуры поверхности массивных тел

10.1. Передаточные функции объекта и плоского термопреобразователя

Измерение нестационарной температуры поверхностей наиболее часто проводится термопарами, металлическими или полупроводниковыми термометрами сопротивления. Конкретные особенности и условия измерений определяют выбор ИПТ и его расположение на контролируемой поверхности. Как и при измерении стационарной температуры, термометр прижимается или монтируется непосредственно на исследуемой поверхности тела, располагается вну-

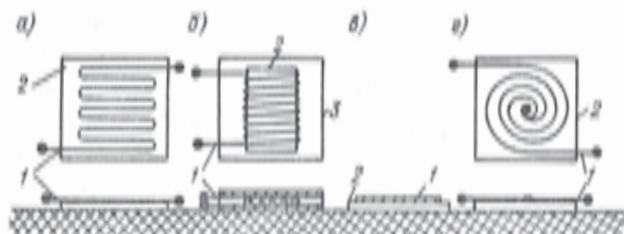


Рис. 10.1. Пластинчатые ИПТ для измерения температуры поверхности: а — проволочный термометр сопротивления, наклеиваемый на подложку; б — то же, намотанный на пластинку и закрытый с двух сторон; в — полупроводниковый термометр сопротивления (болومتر), напыленный на основание или непосредственно на исследуемое тело; г — термопара, электроды которой наклеиваются на пластинку или наносятся путем электролитического осаждения

1 — чувствительный элемент; 2 — основание; 3 — защитная пленка

три тела, причем чувствительный элемент может и не выходить на поверхность.

Условия теплообмена тела со средой, а следовательно, и температура поверхности, изменяются в широких пределах.

Первые разработки теоретических основ измерения периодически изменяющейся температуры поверхности, по-видимому, принадлежат Г. Пфриму и были направлены на создание методов контроля температуры в двигателях внутреннего сгорания [87]. В связи с исследованиями теплообмена в высокоскоростных газовых потоках заметно увеличилось число публикаций по оценкам погрешностей измерения импульсных температуры и тепловых потоков; созданы специальные малоннерционные измерители температуры и теплового потока.

Оценка динамической погрешности для термопар, располагаемых в пазу на поверхности тела, дана в § 9.4.

Рассмотрим случай измерения температуры поверхности, когда ИПТ оформлен в виде пластинки (чаще всего прямоугольной формы), длина и ширина которой много больше ее толщины. Такое конструктивное оформление имеют металлические термометры сопротивления, когда чувствительный элемент намотан или уложен на электроизоляционной основе и защищен с двух сторон тонкими слоями теплоизолятора. Полупроводниковые термометры сопротивления наносятся или непосредственно на исследуемую поверхность, или на электроизоляционную основу, которая затем закрепляется на исследуемой поверхности. Иногда такое конструктивное оформление придают термоэлектрическому ИПТ, укладывая электроды термопары на электроизоляционную основу (рис. 10.1).

Поскольку любой плоский ИПТ, как бы тонок он ни был, обладает собственными тепловым сопротивлением и теплоемкостью, его температура будет отличаться от действительного значения температуры свободной поверхности тела. Формальный анализ систематических погрешностей измерения нестационарной температуры может быть сделан на основе решения двух задач: а) теплообмена исследуемого тела с окружающей его средой; б) теплообмена системы ИПТ — тело с той же средой.

Так как конструктивно ИПТ выполнен в виде плоской пластинки, то приближенно распределение температуры в нем и теле можно принять одномерным, т. е. реальное тело заменить полупространством, а ИПТ — неограниченной пластиной заданной толщины L_2 (рис. 10.2). Между ИПТ и телом может существовать контактный зазор, эффективный коэффициент теплопередачи которого α_k предполагается заданным.

Поверхности тела и системы ИПТ — тело подвержены воздействию внешнего теплового потока $q(\tau)$ и температуры внешней среды $t_c(\tau)$. Коэффициенты теплоотдачи между средой и телом, средой и наружной поверхностью ИПТ соответственно равны α_0 и α_2 . Степени черноты поверхности тела и ИПТ по отношению к потоку $q(\tau)$ составляют A_0 и A_2 .

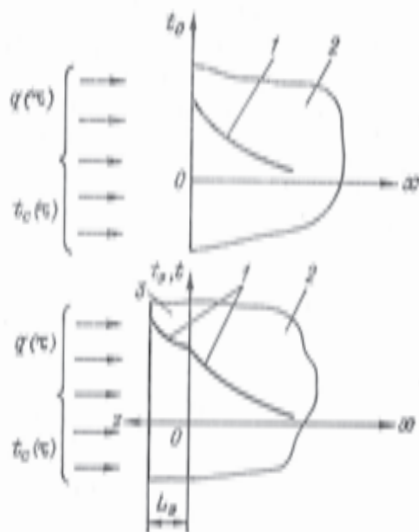


Рис. 10.2. Расположение системы отсчета

1 — тело; 2 — ИПТ

Теплофизические свойства тела и ИПТ характеризуются значениями $\lambda_0, a_0, c_0, \gamma_0; \lambda_2, a_2, c_2$ и γ_2 соответственно.

Начальное распределение температуры в объекте и системе ИПТ — объект равномерное, начальная температура принимается равной нулю или выбирается в качестве уровня отсчета температуры.

Термочувствительный элемент (рис. 10.2) может располагаться внутри или на поверхностях плоского ИПТ, т. е. координата z или относительная координата $Z = z/L_2$ принимают значения в пределах $0 \leq z \leq L_2$ или $0 \leq Z \leq 1$.

Температурное поле в свободном теле, системе ИПТ — тело характеризуется зависимостями $t_0(x, \tau), t_2(z, \tau)$ и $t(x, \tau)$. Взаимосвязь между действительной температурой $t_0(0, \tau)$ поверхности тела и показаниями ИПТ $t_2(z, \tau)$ может быть установлена после раздельного решения задач теплопроводности свободного тела и системы ИПТ — тело. Итоговые результаты решения для изображений $T_0(0, s)$ и $T_2(Z, s)$ температуры $t_0(0, \tau)$ и $t_2(z, \tau)$ имеют следующий вид:

$$T_0(0, s) = Y_0(s) Z_0(s) = Y_0(s) \left[T_c(s) + \frac{A_0}{\alpha_0} Q(s) \right]; \quad (10.1)$$

$$Y_0(s) = \frac{1}{1 + \frac{\lambda_0}{\alpha_0} \sqrt{\frac{s}{a_0}}} = \frac{1}{1 + \frac{\eta}{\xi_0} \beta_2}; \quad (10.2)$$

$$T_2(Z, s) = Y_2(s) Z_2(s) = Y_2(s) \left[T_c(s) + \frac{A_2}{\alpha_2} Q(s) \right]; \quad (10.3)$$

$$Y_2(Z, s) = \frac{\left(1 + \frac{\eta}{\xi_K} \beta_2 \right) \operatorname{ch}(\beta_2 Z) + \eta \operatorname{sh}(\beta_2 Z)}{\left[1 + \eta \left(\frac{1}{\xi_2} + \frac{1}{\xi_K} \right) \beta_2 \right] \operatorname{ch} \beta_2 + \left(\eta + \frac{1}{\xi_2} \beta_2 + \frac{\eta}{\xi_2 \xi_K} \beta_2^2 \right) \operatorname{sh} \beta_2}. \quad (10.4)$$

В выражениях (10.1)–(10.4) $T_c(s)$ и $Q(s)$ есть изображения внешних воздействий $t_c(\tau)$ и $q(\tau)$. Передаточные функции $Y_0(s)$ и $Y_2(s)$ содержат следующие комплексы:

$$\eta = \frac{b_0}{b_2} = \sqrt{\frac{\lambda_0 c_0 \gamma_0}{\lambda_2 c_2 \gamma_2}}; \quad \beta_2 = k_2 \sqrt{s}; \quad k_2 = \frac{L_2}{\sqrt{a_2}}; \quad (10.5)$$

$$\xi_0 = \alpha_0 L_2 / \lambda_0; \quad \xi_2 = \alpha_2 L_2 / \lambda_2; \quad \xi_K = \alpha_K L_2 / \lambda_2; \quad Z = z / L_2. \quad (10.6)$$

Выражения (10.1)–(10.4) служат основой для определения и последующего сравнения действительной $t_0(0, \tau)$ и измеренной $t_2(Z, \tau)$ температуры при заданных воздействиях $t_c(\tau)$ и $q(\tau)$.

Непосредственную взаимосвязь между $t_0(0, \tau)$ и $t_2(Z, \tau)$ удастся установить при выполнении условий равенства степеней черноты

ИПТ и тела $A_s = A_0$ и одинаковости коэффициентов теплоотдачи $\alpha_s = \alpha_0$. С учетом этого из формул (10.1) и (10.3) находим

$$T_s(Z, s) = Y(s) T_0(0, s); \quad Y(s) = Y_s(Z, s)/Y_0(s). \quad (10.7)$$

Если между ИПТ и телом контактный зазор отсутствует, т. е. $\alpha_k \rightarrow \infty$ или $\xi_k \rightarrow \infty$, выражение для $Y_s(Z, s)$ упрощается:

$$Y_s(Z, s) = \frac{\operatorname{ch}(\beta_s Z) + \eta \operatorname{sh}(\beta_s Z)}{\left(1 + \frac{\eta}{\xi_s} \beta_s\right) \operatorname{ch} \beta_s + \left(\eta + \frac{\beta_s}{\xi_s}\right) \operatorname{sh} \beta_s}. \quad (10.8)$$

Полученные выше соотношения позволяют анализировать методические погрешности при разнообразных случаях измерения температуры поверхности. Приближенные уравнения для оценки погрешностей рассматриваются в § 10.2.

10.2. Взаимосвязь между измеренной и действительной температурой

При проведении практических оценок погрешностей измерения температуры плоскими ИПТ целесообразно рассмотреть отдельно действие теплового потока $q(\tau)$ при высокой температуре источника нагрева и воздействие температуры $t_0(\tau)$ внешней среды. В последнем случае особенности совместного конвективно-лучистого теплообмена учитываются при вычислении коэффициентов теплоотдачи α_0 и α_s .

Воздействие теплового потока $q(\tau)$. При выполнении условия $\xi_k \rightarrow \infty$ и отсутствии $t_0(\tau)$, т. е. при $\alpha_s = 0$, из соотношений (10.1)–(10.3), (10.8) находим

$$T_s(Z, s) = Y_q(s) T_0(0, s); \quad (10.9)$$

$$Y_q(s) = \frac{A_s}{A_0} \frac{\operatorname{ch}(\beta_s Z) + \eta \operatorname{sh}(\beta_s Z)}{\operatorname{ch} \beta_s + \frac{1}{\eta} \operatorname{sh} \beta_s}. \quad (10.10)$$

Приближенные уравнения взаимосвязи находятся при разложении передаточной функции (10.10) по степеням малости параметра преобразования Лапласа $s \sim \beta_s^2$. Ограничив разложение $Y_q(s)$ степенями не выше β_s^2 , находим

$$\begin{aligned} Y_q(s) &= \frac{A_s}{A_0} \frac{1 + \eta Z \beta_s + \frac{1}{2} Z^2 \beta_s^2}{1 + \frac{1}{\eta} \beta_s + \frac{1}{2} \beta_s^2} \approx \frac{A_s/A_0}{1 + \frac{1}{\eta} (1 - \eta^2 Z) \beta_s + B_{sq} \beta_s^2} \approx \\ &\approx \frac{A_s}{A_0} \left[1 - \frac{1}{\eta} (1 - \eta^2 Z) \beta_s + B_{sq} \beta_s^2 \right], \end{aligned} \quad (10.11)$$

Подставляя (10.11) в уравнение (10.9), получаем

$$\begin{aligned}\Delta T_s(Z, s) &= T_0(0, s) - T_s(Z, s) \approx \\ &\approx \left\{ \left(\frac{A_0}{A_s} - 1 \right) + \frac{A_0}{A_s} \left[\frac{1}{\eta} (1 - \eta^2 Z) \beta_s + B_{sq} \beta_s^2 \right] \right\} T_s(Z, s).\end{aligned}$$

Здесь

$$B_{sq} = \frac{1}{2} (1 - Z^2) - Z (1 - \eta^2 Z)$$

или

$$\begin{aligned}\Delta T_s(Z, s) &= T_0(0, s) - T_s(Z, s) \approx \left\{ \left(1 - \frac{A_s}{A_0} \right) + \frac{A_s}{A_0} \left[\frac{1}{\eta} \times \right. \right. \\ &\times (1 - \eta^2 Z) \beta_s - B_{sq} \beta_s^2 \left. \right] \left. \right\} T_0(0, s),\end{aligned}$$

где

$$B_{sq} = \frac{1}{\eta^2} - Z + \frac{1}{2} (Z^2 - 1).$$

Переходя к оригиналам, с учетом обозначения $k_s = L_s / \sqrt{a_s}$ для погрешности измерения $\Delta t_s(Z, \tau)$ получаем

$$\begin{aligned}\Delta t_s(Z, \tau) &= t_0(0, \tau) - t_s(Z, \tau) \approx \left(\frac{A_0}{A_s} - 1 \right) t_s(Z, \tau) + \\ &+ \frac{A_0}{A_s} \left\{ \frac{1}{\eta} (1 - \eta^2 Z) k_s L^{-1} [\sqrt{s} T_s(Z, s)] + k_s^2 B_{sq} \frac{dt_s(Z, \tau)}{d\tau} \right\} \approx \\ &\approx \left(1 - \frac{A_s}{A_0} \right) t_0(0, \tau) + \frac{A_s}{A_0} \left\{ \frac{1}{\eta} (1 - \eta^2 Z) k_s L^{-1} [\sqrt{s} T_0(0, s)] - \right. \\ &\left. - k_s^2 B_{sq} \frac{dt_0(0, \tau)}{d\tau} \right\},\end{aligned}\quad (10.12)$$

где символ L^{-1} означает операцию обратного преобразования выражения $\sqrt{s} T_s(Z, s)$ или $\sqrt{s} T_0(0, s)$.

Первым из уравнений (10.12) предпочтительно пользоваться при $\eta \leq 1$, вторым — при $\eta \geq 1$.

Если температура $t_s(Z, \tau)$ или $t_0(0, \tau)$ изменяется, в частности, с течением времени по некоторому степенному закону вида

$$t_s(Z, \tau) = D \tau^m \text{ или } t_0(0, \tau) = D \tau^m \quad (m \geq 0), \quad (10.13)$$

то из (10.12) после преобразования находим

$$\begin{aligned}\Delta t_s(Z, \tau) &= t_0(0, \tau) - t_s(Z, \tau) \approx \left\{ \left(\frac{A_0}{A_s} - 1 \right) + \frac{A_0}{A_s} \times \right. \\ &\times \left[\frac{1}{\eta} (1 - \eta^2 Z) K(m) \frac{1}{\sqrt{\Gamma(0.5)}} + B_{sq} \frac{m}{\Gamma(0.5)} \right] \left. \right\} t_s(Z, \tau) \approx\end{aligned}$$

$$\approx \left\{ \left(1 - \frac{A_s}{A_0} \right) + \frac{A_s}{A_0} \left[\frac{1}{\eta} (1 - \eta^2 Z) K(m) \frac{1}{\sqrt{Fo_s}} - B_{0g} \frac{m}{Fo_s} \right] \right\} t_0(0, \tau), \quad (10.14)$$

где Fo_s — безразмерное время (число Фурье), отсчитываемое от начала процесса ($\tau = 0$),

$$Fo_s = a_s \tau / L_s^2 = \tau / k_s^2; \quad (10.15)$$

$K(m)$ — некоторое число, определяемое через гамма-функции,

$$K(m) = \Gamma(m+1) / \Gamma\left(m + \frac{1}{2}\right). \quad (10.16)$$

При значениях показателя степени $m = 0; 1/2; 1; \dots; n$, где n — целое число, из формулы (10.16) находим соответственно

$$K(m) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}; \quad \frac{\sqrt{\pi}}{2}; \quad \frac{2}{\sqrt{\pi}} \dots \frac{2^n \cdot n!}{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1) \sqrt{\pi}}.$$

Следовательно, если воздействие теплового потока $q(\tau)$ приводит к монотонному увеличению измеренной температуры $t_s(Z, \tau)$ по закону вида (10.13), то относительная погрешность измерения температуры поверхности $\Delta t(Z, \tau) / t_s(Z, \tau)$ будет постепенно стабилизироваться по мере увеличения критерия Fo_s , а при выполнении условия $A_0 = A_s$ — стремиться к нулю.

Требуемое значение времени τ , начиная с которого погрешность измерения температуры поверхности не превысит заданного значения, находится непосредственно из уравнения (10.14).

При воздействиях вида (10.13), выполнении условия $A_0 = A_s$ и неравенства

$$\sqrt{Fo_s} > \frac{1}{\delta} \left| \frac{m\eta B}{(1 - \eta^2 Z) K(m)} \right|, \quad (10.17)$$

где δ — заданная положительная величина, а $B = B_{0g}$ или $B = B_{0g}$, третье слагаемое (в фигурных скобках) выражения (10.14) по сравнению со вторым не будет превышать по модулю значение δ .

Отметим, что в зависимости от соотношения A_s/A_0 , свойств ИПТ и тела (отношение тепловых активностей η) и расположения чувствительного элемента (значение координаты Z) абсолютная погрешность $\Delta t_s(Z, \tau)$ может быть как положительной, так и отрицательной, т. е. измеренная температура $t_s(Z, \tau)$ может опережать действительную температуру $t_0(0, \tau)$ или отставать от нее. В частном случае, при расположении чувствительного элемента, отвечающем требованию $Z = 1/\eta^2$, второе слагаемое (в фигурных скобках) уравнений (10.12) и (10.14) обращается в нуль, и динамическая погрешность будет приближенно оцениваться только первым и третьим слагаемыми этих уравнений.

Пример 10.1. Оценить погрешность измерения температуры поверхности массивных тел, изготовленных из стали и огнеупорного кирпича. Нагрев осуществляется извне. Плотность поступающего в тело теплового потока $q = 10^4$ Вт/м². ИПТ, располагаемый на поверхности тела по рис. 10.2, изготовлен на основе стеклотекстолита и имеет толщину $L_2 = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м. Чувствительный элемент (миниатюрный проволоочный термометр сопротивления) может располагаться на наружной по отношению к теплового потока поверхности ИПТ ($Z = 1$) или на внутренней его поверхности ($Z = 0$). Теплофизические свойства ИПТ приняты следующими: $\lambda_2 = 0,35$ Вт/(м·К), $c_2 = 1,4 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $\gamma_2 = 1,7 \cdot 10^3$ кг/м³, $a_2 = 1,5 \cdot 10^{-7}$ м²/с. Тепловой контакт ИПТ с телом идеальный ($\alpha_k \rightarrow \infty$); выполнено условие $A_0 = A_2$.

При нагреве постоянным тепловым потоком температура поверхности тела $t_0(0, \tau)$ изменяется по закону [12, 87]

$$t_0(0, \tau) = D \sqrt{\tau}; \quad D = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{q_0}{b_0}.$$

Принимая теплофизические свойства стали такими же, как и в примере 9.3, по формулам (10.5) находим $b_0 = 1,25 \cdot 10^4$ Вт·с^{1/2}/(м²·К), $\eta = 13,7$ и по предыдущей формуле — коэффициент $D = 0,9$ К/с^{1/2}. При расположении чувствительного элемента на наружной поверхности $Z = 1$, $k_2 = 1,3$ с^{1/2}, $(1 - \eta^2 Z)/\eta = -13,7$, $B_{0q} = 1,005$. В соответствии с формулой (10.13) имеем $m = 1/2$, $K(m) = \sqrt{\pi}/2 = 0,886$.

Искомое значение погрешности находится по второй записи уравнения (10.14) и составляет

$$\Delta t_2(1, \tau) = t_0(\tau) - t_2(1, \tau) \approx -(14,2 - 0,76/\sqrt{\tau}).$$

Задавая значение $\delta = 0,05$, на основе неравенства (10.17) находим, что при $\sqrt{Fo_2} \geq 0,68$, т. е. при $\tau \geq 1,2$ с, погрешность измерения температуры поверхности будет оставаться постоянной на уровне $\Delta t_2(1, \infty) = -14,2$ К.

Если ИПТ располагается на внутренней стороне измерителя, то $Z = 0$, $(1 - \eta^2 Z)/\eta = 0,073$, $B_{0q} = -0,50$ и по формуле (10.14)

$$\Delta t_2(0, \tau) = t_0(\tau) - t_2(0, \tau) \approx (0,075 + 0,38/\sqrt{\tau}).$$

К концу первой секунды $\Delta t_2 \approx 0,46$ К, в течение дальнейшего времени Δt_2 медленно стремится к предельному значению $\Delta t_2(0, \infty) \approx 0,075$ К.

Для тела из огнеупорного материала принято $\lambda_0 = 0,9$ Вт/(м·К), $\gamma_0 = 1,9 \cdot 10^3$ кг/м³, $c_0 = 0,9 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К) и $a_0 = 5,3 \cdot 10^{-7}$ м²/с. По формулам (10.5) получаем $b_0 = 1,24 \cdot 10^4$ Вт·с^{1/2}/(м²·К), $\eta = 1,36$.

При нагреве постоянным тепловым потоком $q = 10^4$ Вт/м² температура поверхности $t_0(0, \tau)$ будет изменяться по закону (10.13), где $m = 1/2$, а $D = 9,1$ К/с^{1/2}.

Если чувствительный элемент располагается со стороны нагрева ($Z = 1$), то $(1 - \eta^2 Z)/\eta = -0,63$, а $B_{0q} = -0,46$. В соответствии с (10.14) погрешность измерения

$$\Delta t_2(1, \tau) \approx -(6,6 - 3,5/\sqrt{\tau}).$$

Значение погрешности, близкое к предельному $\Delta t_2(1, \infty) = -6,6$ К, будет наблюдаться при $\tau \geq 110$ с.

Если чувствительный элемент расположен на внутренней стороне измерителя ($Z = 0$), то $(1 - \eta^2 Z)/\eta = 0,735$; $B_{0q} = 0,04$ и $\Delta t_2(0, \tau) = 7,7 - 0,31/\sqrt{\tau}$. При $\tau \geq 0,7$ с погрешность измерения становится постоянной и равной $\Delta t_2(0, \infty) = 7,7$ К.

Воздействие температуры среды $t_c(\tau)$. При идеальном тепловом контакте между ИПТ и объектом ($\zeta_k \rightarrow \infty$), отсутствии $q(\tau)$

и выполнении условия $\alpha_0 = \alpha_s$ справедлива, как это следует из выражений (10.1)–(10.4), следующая взаимосвязь между $T_s(Z, s)$ и $T_0(0, s)$:

$$T_s(Z, s) = Y_t(s) T_0(0, s); \quad (10.18)$$

$$Y_t(s) = \frac{\operatorname{ch}(\beta_s Z) + \eta \operatorname{sh}(\beta_s Z)}{\operatorname{ch} \beta_s + \frac{\eta \xi_s + \beta_s}{\xi_s + \eta \beta_s} \operatorname{sh} \beta_s}. \quad (10.19)$$

Приближенно при малых значениях параметра s (больших τ) из формулы (10.19), раскладывая в ряды по степеням β_s , получаем

$$Y_t \approx \frac{1}{1 + \eta(1-Z)\beta_s + B_{sa}\beta_s^2} \approx 1 - \eta(1-Z)\beta_s - B_{sa}\beta_s^2. \quad (10.20)$$

Подстановка выражения (10.20) в (10.18) и обратный переход дают искомые уравнения взаимосвязи между ошибкой измерения $\Delta t_s(Z, \tau)$ и измеренной $t_s(Z, \tau)$ или действительной $t_0(0, \tau)$ температурой:

$$\begin{aligned} \Delta t_s(Z, \tau) &= t_0(0, \tau) - t_s(Z, \tau) \approx \eta(1-Z) \times \\ &\times k_s L^{-1} [\sqrt{s} T_s(Z, s)] + B_{sa} k_s^2 \frac{dt_s(Z, \tau)}{d\tau} \approx \eta(1-Z) \times \\ &\times k_s L^{-1} [\sqrt{s} T_0(0, s)] + B_{sa} k_s^2 \frac{dt_0(0, \tau)}{d\tau}, \end{aligned} \quad (10.21)$$

где

$$\left. \begin{aligned} B_{sa} &= \frac{1}{2} (1-Z^2) - \eta^2 Z (1-Z) + \frac{1}{\xi_s} (1-\eta^2); \\ B_{sa} &= \frac{1}{2} (1-Z^2) - \eta^2 (1-Z) + \frac{1}{\xi_s} (1-\eta^2). \end{aligned} \right\} \quad (10.22)$$

Первые записи выражений (10.21), (10.22) обеспечивают более высокую точность при $\eta < 1$ и $Z \approx 1$, а вторые — соответственно при $\eta \geq 1$ и $Z \approx 0$.

Если, как и выше, температура $t_s(Z, \tau)$ или $t_0(0, \tau)$ изменяется по закону (10.13), то из выражений (10.21) находим

$$\begin{aligned} \Delta t_s(Z, \tau) &= t_0(0, \tau) - t_s(Z, \tau) \approx \\ &\approx \left[\eta(1-Z) K(m) \frac{1}{\sqrt{Fo_s}} + B_{sa} \frac{m}{Fo_s} \right] t_s(Z, \tau) \approx \\ &\approx \left[\eta(1-Z) K(m) \frac{1}{\sqrt{Fo_s}} + B_{sa} \frac{m}{Fo_s} \right] t_0(0, \tau). \end{aligned} \quad (10.23)$$

В уравнениях (10.23) величины $K(m)$ и Fo_s определяются по (10.16) и (10.15) соответственно, а коэффициент k_s — по (10.5)

Из уравнений (10.21) и (10.23) следует, что при $Z = 1$, т. е. при расположении чувствительного элемента на поверхности тела, первая составляющая погрешности, пропорциональная величинам $L^{-1} [\sqrt{s} T_s(Z, s)]$ и $L^{-1} [\sqrt{s} T_0(0, s)]$, исчезает и погрешность измерения при достаточно больших τ будет линейной функцией скорости изменения во времени температуры $t_s(1, \tau)$ и $t_0(0, \tau)$.

Техника численной оценки погрешностей измерения температуры поверхности та же, что и при нагреве тела тепловым потоком (см. пример 10.1).

10.3. Амплитудно-частотные характеристики плоских термопреобразователей

Причиной циклического изменения температуры поверхности тела является изменение теплового потока $q(\tau)$ или температуры окружающей среды $t_0(\tau)$ по периодическому, например, простому гармоническому закону. Так как процесс теплопроводности является (в силу принятых ранее допущений) линейным, то и температура поверхности тела $t_0(0, \tau)$ и измеренная температура $t_s(Z, \tau)$ в квазиустановившемся режиме также будут изменяться по гармоническому закону с той же циклической частотой ω .

Для оценки динамики процесса измерений можно воспользоваться амплитудными и фазовыми частотными характеристиками, получаемыми на основе выражений (10.10) и (10.19).

Ограничиваясь в разложении передаточной функции (10.10) слагаемыми, имеющими степень s не выше s^1 , можно найти

$$Y_q \approx \frac{A_2}{A_0} \frac{1 + B_1 \sqrt{s}}{1 + A_1 \sqrt{s} + A_2 s}, \quad (10.24)$$

где

$$B_1 = k_s \eta Z; \quad (10.25)$$

$$A_1 = k_s / \eta; \quad A_2 = \frac{1}{2} (1 - Z^2) k_s^2. \quad (10.26)$$

Заменяя в формуле (10.24) s на $i\omega$, после преобразований получаем

$$A(\omega) = \frac{a_{t_s}}{a_{t_0}} = \frac{A_2}{A_0} \left(\frac{1 + \sqrt{2} B_1 \sqrt{\omega} + B_1^2 \omega}{1 + \sqrt{2} A_1 \sqrt{\omega} (1 + A_2 \omega) + A_1^2 \omega + A_2^2 \omega^2} \right)^{1/2}; \quad (10.27)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \left[- \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} (A_1 - B_1 + B_1 A_2 \omega) \sqrt{\omega} + A_2 \omega}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}} (A_1 + B_1 + B_1 A_2 \omega) \sqrt{\omega} + A_1 B_1 \omega} \right], \quad (10.28)$$

В уравнении (10.27) $A(\omega)$ есть амплитудно-частотная характеристика системы ИПТ — тело, показывающая отношение амплитуды a_{t_0} колебаний температуры $t_0(Z, \tau)$ чувствительного элемента ИПТ к амплитуде a_{t_0} изменения температуры $t_0(0, \tau)$ поверхности тела. Фазовая частотная характеристика $\Phi(\omega)$ определяет сдвиг колебаний температуры ИПТ по отношению к температуре тела.

Из уравнений (10.27) и (10.28) при значениях $A_0 = A_0$, $B_1 = e_0/\sqrt{\tau_0}$, $A_1 = \sqrt{\tau_0}$ и $A_2 = e$ получаются частные зависимости, исследованные ранее в работе [87].

Если исходным воздействием является температура среды $t_0(\tau)$, то выражение (10.19) для $Y_i(s)$ можно при любых η и $\eta^2 Z \leq 2$ приближенно представить в виде, аналогичном (10.24). Амплитудная и фазовая частотные характеристики рассчитываются по уравнениям (10.27) и (10.28), в которых коэффициенты B_1 , A_1 и A_2 определяются следующими формулами, при этом $A_0 = A_0$:

$$B_1 = k_0 \eta (Z + 1/\zeta_0); \quad (10.29)$$

$$A_1 = k_0 \eta (1 + 1/\zeta_0); \quad (10.30)$$

$$A_2 = k_0^2 \left[\frac{1}{2} (1 - Z^2) + \frac{1}{\zeta_0} (1 - \eta^2 Z) \right]. \quad (10.31)$$

Точность расчета по уравнениям (10.24) и (10.28) тем выше, чем меньше частота ω . При необходимости строгие уравнения частотных характеристик могут быть найдены непосредственно по передаточным функциям (10.10) и (10.19).

Пример 10.2. Массивное тело, изготовленное из огнеупорного материала, находится в теплообмене со средой, температура которой $t_0(\tau)$ изменяется по гармоническому закону $t_0(\tau) = t_{00} + a_{t_0} \cos \omega \tau$. Для измерения температуры поверхности выбран плоский термометр сопротивления, проволоочный элемент которого запрессован в электроизоляционную основу. Толщина ИПТ $L_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ м, а теплофизические свойства $\lambda_0 = 0,25$ Вт/(м·К), $c_0 = 1,3 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), $\gamma_0 = 1,5 \cdot 10^3$ кг/м³, $a_0 = 0,53 \cdot 10^{-8}$ м²/с. Тепловые свойства тела те же, что и в примере 10.1. Коэффициент теплоотдачи между телом и средой $\alpha_0 = 100$ Вт/(м²·К), амплитуда колебаний температуры среды $a_{t_0} = 100$ К. Требуется найти амплитуду колебаний a_{t_0} температуры поверхности тела $t_0(0, \tau)$ и погрешность ее определения с помощью выбранного ИПТ, если период колебаний составляет 10; 1 и 0,1 с.

Амплитуду колебаний температуры a_{t_0} поверхности можно рассчитать на основе анализа распространения тепловых волн в полупространстве [40]:

$$\frac{a_{t_0}}{a_{t_0}} = [1 + 2\Phi(1 + \Phi)]^{-1/2}; \quad \Phi = \frac{\lambda_0}{\alpha_0} \sqrt{\frac{\pi}{a_0 T}}.$$

Подставляя в эту формулу необходимые величины, получаем $\Phi = 7,0$; 22 и 70 и соответственно $a_{t_0}/a_{t_0} = 0,135$; 0,044 и 0,014; откуда амплитуда колебаний a_{t_0} температуры поверхности $t_0(0, \tau)$ составит 13,5; 4,4 и 1,4 К при $T = 10$; 1 и 0,1 с.

Реально измеряемая амплитуда колебаний a_{t_0} определится из уравнения амплитудно-частотной характеристики (10.27). Для принятых усло-

вий последовательно по формулам (10.5) и (10.7) находим $b_a = 0,70 \cdot 10^3 \text{ Вт} \cdot \text{с}^{1/2} / (\text{м}^2 \cdot \text{К})$, $b_0 = 1,24 \cdot 10^3 \text{ Вт} \cdot \text{с}^{1/2} / (\text{м}^2 \cdot \text{К})$, $\eta = 1,8$, $k_a = 0,12 \text{ с}^{1/2}$. По формуле (10.6) $\xi_a = 50$. Так как чувствительный элемент находится в средней плоскости ИПТ, то $Z = 0,5$.

По формулам (10.29) — (10.31) получаем $B_1 = 10,9 \text{ с}^{1/2}$, $B_1^2 = 119 \text{ с}$, $A_1 = 11 \text{ с}^{1/2}$, $A_1^2 = 121 \text{ с}$, $A_2 = -0,44 \text{ с}$, $A_2^2 = 0,194 \text{ с}^2$. Подстановка этих данных в уравнение (10.27) при $A_a = A_0$, $T = 10$; 1 и 0,1 с, что соответствует циклическим частотам $\omega = 0,628$; 6,28 и 62,8 с^{-1} , приводит после вычислений к следующим значениям отношений измеренной a_{t_a} и действительной a_{t_0} амплитуды колебаний температуры тела: $A(\omega) = 1,01$; 1,06 и 1,36. Следовательно, измеренные значения a_{t_a} амплитуды колебаний превышают действительные a_{t_0} на 1; 6 и 36 % и равны 13,6; 4,7 и 1,9 К.

10.4. Влияние теплоемкости и теплового сопротивления на точность измерения температуры

Рассмотрим особенности измерения температуры поверхности тела, когда его свойства, конструкции ИПТ и характер теплового воздействия $q(\tau)$ таковы, что приближенно распределение температуры по толщине ИПТ можно принять прямолинейным. В этом случае по передаточной функции (10.10) при $A_a \neq A_0$ устанавливается следующая взаимосвязь между средней по объему температурой $t_{av}(\tau)$ и воздействием теплового потока $q(\tau)$:

$$Y_{qv} = \frac{T_{av}(s)}{Q(s)} = \frac{A_a}{b_0 \sqrt{s}} \frac{1 + \frac{1}{2} b_0 R_s \sqrt{s}}{1 + \frac{C_s}{b_0} \sqrt{s} + \frac{1}{2} C_s R_s s}. \quad (10.32)$$

Здесь R_s и C_s — термическое сопротивление ИПТ и его полная теплоемкость в расчете на единицу площади:

$$R_s = L_s / \lambda_s; \quad C_s = c_s \gamma_s L_s. \quad (10.33)$$

Величина

$$e_s = \frac{1}{2} R_s C_s = L_s^2 / 2a_s, \quad (10.34)$$

имеющая размерность времени, служит характеристикой быстроты изменения поля температуры внутри ИПТ и может быть условно названа его «внутренней» постоянной времени (показателем тепловой инерции).

В частности, если термическое сопротивление R_s мало, распределение температуры по толщине будет близко к равномерному и передаточная функция (10.33) принимает вид

$$Y_{qv} = \frac{T_{av}(s)}{Q(s)} = \frac{A_a}{b_0 \sqrt{s}} \frac{1}{1 + \frac{C_s}{b_0} \sqrt{s}}. \quad (10.35)$$

Следовательно, в данном случае единственным параметром, определяющим инерционность ИПТ, является его теплоемкость. Наконец, если теплоемкостью C_s можно пренебречь, приходим к случаю идеального безинерционного измерителя, имеющего передаточную функцию для изображения $T_{s, \text{ид}}(s)$ его температуры $t_{s, \text{ид}}(\tau)$

$$Y_{qV} = T_{s, \text{ид}}(s)/Q(s) = A_s/(b_0\sqrt{s}). \quad (10.36)$$

Передаточная функция вида (10.35) отражает динамические свойства так называемых «тонких» поверхностных термодатчиков, часто применяемых, например, при изучении теплообмена аэродинамических моделей в газовых потоках. Общее соотношение, связывающее температуру $t_{sV}(\tau)$ с тепловым потоком $q(\tau)$, проходящим через наружную поверхность ИПТ, согласно теореме о свертке изображений Y_{qV} и $Q(s)$, имеет вид

$$t_{sV}(\tau) = \frac{A_s}{C_s} \int_0^\tau \exp\left[\left(-\frac{b_0}{C_s}\right)^2(\tau-\alpha)\right] \operatorname{erfc}\left(\frac{b_0}{C_s}\sqrt{\tau-\alpha}\right) q_s(\alpha) d\alpha, \quad (10.37)$$

где α — переменная интегрирования.

Если тепловой поток постоянен и равен q_0 , из выражения (10.37) следует:

$$t_{sV}(\tau) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{A_s q_0}{b_0} \sqrt{\tau} \left[1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2z} (1 - \exp(z^2) \operatorname{erfc} z) \right];$$

$$z = \frac{b_0}{C_s} \sqrt{\tau}. \quad (10.38)$$

Сопоставляя выражения (10.38) и (10.1), (10.2) при $\alpha_0 = 0$, получаем взаимосвязь между показаниями «емкостного» и идеального ИПТ при постоянном падающем потоке:

$$t_{sV}(\tau)/t_{s, \text{ид}}(\tau) = \varphi(z), \quad (10.39)$$

здесь через $\varphi(z)$ обозначено выражение в квадратных скобках формулы (10.38).

Комплекс величин

$$\tau_s = \frac{C_s^2}{b_0^2} = \frac{c_s^2 \gamma_s^2 L_s^2}{\epsilon_0 \gamma_0 \lambda_0}, \quad (10.40)$$

имеющий размерность времени, является параметром, характеризующим динамические свойства системы ИПТ — тело. Чем меньше значения τ_s , тем ближе показания ИПТ к действительным при выполнении условия $A_s = A_0$. В разобранный выше случае $q_0 = \text{const}$ показания ИПТ приближаются к значению действительной температуры через время $\tau \gg (100-200) \tau_s$.

Оценим влияние термического сопротивления R_s на погрешность измерений. С учетом выражений (10.34) и (10.40) передаточную функцию Y_{qV} вида (10.32) можно переписать в виде

$$Y_{qV} = \frac{A_s}{b_0 \sqrt{s}} \frac{1 + \frac{e_s}{\sqrt{\tau_s}} \sqrt{s}}{1 + \sqrt{\tau_s} \sqrt{s} + e_s s}. \quad (10.41)$$

Следовательно, если внутренняя постоянная времени e_s мала, то уравнение (10.41) переходит в более простое выражение (10.35). Приближенную оценку влияния термического сопротивления можно провести, сравнив эти функции, разделив первую из них на вторую:

$$f(s) = 1 + \frac{e_s \sqrt{s} / \sqrt{\tau_s}}{1 + \sqrt{\tau_s} \sqrt{s} + e_s s}. \quad (10.42)$$

Второе слагаемое выражения $f(s)$ определяет разницу передаточных функций (10.41) и (10.35), а следовательно, и разницу температуры, обусловленную влиянием термического сопротивления R_s . Функция $f(s)$ стремится к единице при $|s| \rightarrow 0$ и $|s| \rightarrow \infty$. Это означает, что показания ИПТ совпадают в начальные моменты времени и при $\tau \rightarrow \infty$. Исследуя функцию $f(s)$ на экстремум, можно определить максимальное значение отношений передаточных функций:

$$f_{\max} = 1 + \frac{e_s / \tau_s}{1 + 2 \sqrt{e_s / \tau_s}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{(b_0 / b_s)^2}{1 + \sqrt{2} b_0 / b_s}. \quad (10.43)$$

Анализируя выражение (10.43), можно сделать вывод, что отношение передаточных функций (10.41) и (10.35) не будет превышать 1,1; 1,05 и 1,01 при значениях b_0 / b_s , соответственно равных 0,61; 0,39 и 0,16. Следовательно, при отношении тепловых активностей материалов тела и термоприемника, равных 0,16, передаточные функции (10.41) и (10.35) отличаются не более чем на 1 % и влияние термического сопротивления R_s ИПТ можно не учитывать.

Сопоставим измеренную $t_{sV}(\tau)$ и действительную $t_0(0, \tau)$ температуру поверхности с учетом термического сопротивления R_s при постоянном тепловом потоке q_0 :

$$\begin{aligned} \frac{t_{sV}(\tau)}{t_0(0, \tau)} = \frac{A_s}{A_0} & \left[1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2} (1 - v) \frac{1}{z} + \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{z_{2s}^0 - z_{1s}^0} \frac{1}{z} \times \right. \\ & \times \left(\frac{n - \alpha_2}{\alpha_2} \exp(-z_2^0) \operatorname{erfc} \sqrt{-z_2^0} - \frac{n - \alpha_1}{\alpha_1} \exp(-z_1^0) \times \right. \\ & \left. \left. \times \operatorname{erfc} \sqrt{-z_1^0} \right) \right], \end{aligned} \quad (10.44)$$

здесь

$$\alpha_{1,2} = \frac{1}{\varepsilon_0} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{1}{\nu} (1 \pm \sqrt{1-4\nu}) \right];$$

$$\nu = \varepsilon_0/\tau_0; \quad z = \sqrt{\tau/\tau_0}; \quad z_1^0 = \alpha_1 \tau; \quad z_2^0 = \alpha_2 \tau;$$

$$z_{10}^0 = \alpha_1 \tau_0; \quad z_{20}^0 = \alpha_2 \tau_0; \quad n = \frac{1}{\varepsilon_0} (1 - 1/\nu).$$

В зависимости от соотношения между внутренней постоянной времени ε_0 и величиной τ_0 измеренная температура может быть как ниже, так и выше действительной. Характер взаимосвязи значительно усложняется при переменных тепловых воздействиях. Поэтому стремятся обеспечить такие условия измерений, при которых влиянием термического сопротивления можно было бы пренебречь и исключить влияние разницы в степенях черноты A_0 и A_0 ИПТ и тела.

Некоторые задачи измерения импульсной и периодически изменяющейся температуры ИПТ с передаточными функциями (10.32), (10.35) рассмотрены в работе [87], где проведен анализ влияния длительности импульса и параметров ИПТ на его показания.

10.5. Измерение температуры поверхности при размещении термопреобразователей внутри объекта

Из многочисленных вариантов монтажа ИПТ внутри твердого тела при измерении нестационарной температуры поверхностей тел рассмотрим три:

1) ИПТ, выполненный в виде тонкослойного термометра сопротивления или болометра, нанесен на основание (подложку), которое закладывается в паз на поверхности исследуемого тела или привинчивается изнутри к исследуемой поверхности (рис. 10.3, а);

2) ИПТ (чаще всего термopара) закладывается в канал, выходящий нормально к поверхности тела (рис. 10.3, б);

3) ИПТ расположен на некотором расстоянии от поверхности тела (см. ниже рис. 10.4).

В первом случае, если толщина термометра сопротивления или болометра много меньше его ширины и длины, распределение температуры в нем и подложке можно считать одномерным и для оценки погрешностей измерения применить выводы § 10.2, 10.3.

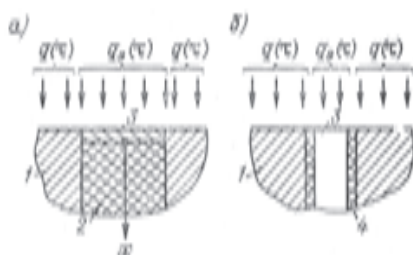


Рис. 10.3. Расположение ИПТ внутри тела с выходом на поверхность
1 — основное тело; 2 — подложка; 3 — ИПТ; 4 — электроизоляция

Для упрощения задачи предположим, что распределение температуры по толщине ИПТ равномерное, а теплофизические свойства основания и тела известны и не зависят от температуры. Как было показано раньше, при заданном тепловом потоке $q(\tau)$, подводимом к телу, передаточная функция для температуры $t_0(0, \tau)$ полупространства имеет вид (10.36). Передаточная функция «металлического» ИПТ, расположенного на основании (подложке) с теплофизическими характеристиками λ_{oc} , c_{oc} , γ_{oc} и a_{oc} , в соответствии с выражениями (10.35), (10.40) будет равна

$$Y_q(s) = \frac{T_s(s)}{Q_s(s)} = \frac{1}{b_{oc} \sqrt{s}} \frac{1}{1 + \sqrt{\tau_{oc}} \sqrt{s}}, \quad (10.45)$$

где $Q_s(s) = A_s Q(s)$ — изображение теплового потока $q_s(\tau)$, входящего в ИПТ; $T_s(s)$ — изображение температуры ИПТ $t_s(\tau)$;

$$b_{oc} = \sqrt{\lambda_{oc} c_{oc} \gamma_{oc}}; \quad \tau_{oc} = C_s^2 / b_{oc}^2 = (c_s \gamma_s L_s / b_{oc})^2. \quad (10.46)$$

Тепловой поток, входящий в объект, составляет $A_0 Q(s)$, откуда взаимосвязь между измеренной и действительной температурой поверхности

$$Y_s(s) = \frac{T_s(s)}{T_0(0, s)} = \frac{A_s}{A_0} \frac{\kappa}{1 + \sqrt{\tau_{oc}} \sqrt{s}}; \quad (10.47)$$

здесь κ — отношение тепловых активностей основного материала и подложки,

$$\kappa = b_0 / b_{oc}, \quad (10.48)$$

τ_{oc} — параметр, характеризующий термическую инерцию термоприемника, расположенного на подложке;

$$\tau_{oc} = C_s^2 / b_{oc}^2 = \kappa^2 \tau_s, \quad (10.49)$$

где τ_s — параметр, определяемый по формуле (10.40).

Рассмотрим влияние подложки на погрешность при переходном процессе, когда $q(\tau) = q_0$. После подстановки в уравнение (10.45) $Q_s(s) = A_s q_0 / s$ и обратного преобразования получается следующая взаимосвязь между температурами ИПТ и поверхности:

$$\frac{t_s(\tau)}{t_0(0, \tau)} = \frac{A_s}{A_0} \kappa \left[1 - \frac{\sqrt{\kappa}}{2z_{oc}} (1 - \exp(-z_{oc}^2) \operatorname{erfc} z_{oc}) \right], \quad (10.50)$$

где

$$z_{oc} = \sqrt{\tau / \tau_{oc}} = z / \kappa, \quad (10.51)$$

а z находится по формуле (10.38). При равенстве тепловых активностей основного тела и подложки получается уравнение (10.38); для «металлического» ИПТ, прикрепленного непосредственно к поверхности тела,

Частотные характеристики находятся из выражения (10.47) для передаточной функции:

$$A(\omega) = \frac{A_0}{A_0} \frac{\kappa}{\sqrt{1 + \sqrt{2}\Omega_{00} + \Omega_{00}}}; \quad \varphi(\omega) = \arctg\left(-\frac{1}{1 + \sqrt{2}\Omega_{00}}\right), \quad (10.52)$$

здесь

$$\Omega_{00} = \omega\tau_{00} = \kappa^2\omega\tau_0,$$

где ω — циклическая частота колебаний температуры; Ω_{00} — обобщенная частота колебаний ИПТ, нанесенного на подложку.

В частности, если теплоемкостью ИПТ C_0 можно пренебречь (малые значения параметра τ_{00}), взаимосвязь между измеренной и действительной температурой становится наиболее простой. Из выражения (10.47), полагая $\tau_{00} = 0$, находим

$$Y_0(s) = \frac{T_0(s)}{T_0(0, s)} = \kappa \frac{A_0}{A_0} = \frac{b_0}{b_{00}} \frac{A_0}{A_0},$$

и, следовательно,

$$t_0(\tau) = \frac{A_0}{A_0} \kappa t_0(0, \tau),$$

если в начальный момент времени $t_0(0) = t_0(0, 0) = 0$. Очевидно, при равенстве тепловых активностей ($\kappa = 1$) и выполнении условия $A_0 = A_0$ измеренная температура должна совпадать с действительной.

Результаты только что рассмотренного частного случая иногда можно применить для оценки погрешностей измерения температуры термопарой, чувствительный спай которой выходит непосредственно на поверхность, а термоэлектроды отделены от основного тела слоем теплоизоляции. Схематическое изображение такой термопары дано на рис. 10.3, б. Термопара условно заменена цилиндром, выполненным из материала, свойства которого выбираются в соответствии со значениями теплофизических свойств термоэлектродов.

Термоприемник без выхода на поверхность. Теоретический анализ погрешностей измерения значительно усложняется, если в силу специфики измерений чувствительный элемент ИПТ вывести на исследуемую поверхность не удастся. В этих условиях следует предпочесть такое расположение ИПТ в толще тела, которое не вызвало бы резкого искажения температурного поля из-за теплоотвода по измерителю, т. е. размещать ИПТ на изотермической поверхности.

Погрешности измерения температуры будут значительно меньше и проще учитываемыми при расположении ИПТ по схеме на рис. 10.4, а. Если ИПТ достаточно миниатюрен, то местным искажением тепловых потоков в зоне его расположения можно пре-

небрежь и учитывать погрешность, вызванную лишь глубиной заложения x_0 чувствительного элемента от поверхности. Таким образом, измеряемая ИПТ температура $t_0(\tau)$ будет совпадать с температурой тела $t_0(x_0, \tau)$ на глубине x_0 от поверхности. Передаточная функция, связывающая изображения температуры $t_0(x_0, \tau)$ и $t(0, \tau)$:

$$Y_t(s) = \frac{T_0(x_0, s)}{T_0(0, s)} = \exp\left(-\frac{x_0}{\sqrt{a_0}} \sqrt{s}\right), \quad (10.53)$$

откуда взаимосвязь между измеренной и действительной температурой определяется по теореме о свертке:

$$t_0(x_0, \tau) = \frac{x_0}{2\sqrt{\pi}\sqrt{a_0}} \int_0^\tau \frac{1}{\sqrt{(\tau-\alpha)^3}} \exp\left[-\frac{x_0^2}{4a(\tau-\alpha)}\right] \times \\ \times t_0(\tau-\alpha) d\alpha, \quad (10.54)$$

где α — переменная интегрирования.

Однако в частных случаях предпочтительно вместо (10.54) пользоваться выражением (10.53), подставляя в него значения $T_0(0, s)$,

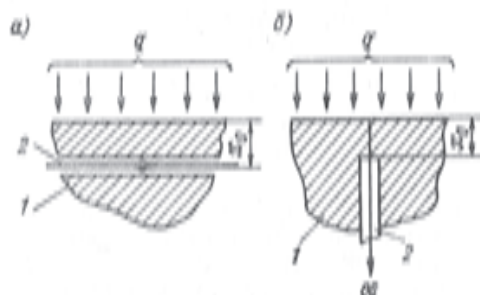


Рис. 10.4. Расположение измерителя в глубине тела
1 — исследуемое тело; 2 — ИПТ

найденные по известным или предполагаемым зависимостям $t_0(0, \tau)$.

Амплитудная и фазовая частотные характеристики находятся из выражения для передаточной функции или непосредственно могут быть определены на основе известных решений о прохождении температурных волн в полупространстве:

$$A(\omega) = a(x_0)/a(0) = \exp(-\Omega); \quad \varphi(\omega) = -\Omega, \quad (10.55)$$

здесь Ω — обобщенная частота колебаний,

$$\Omega = x_0 \sqrt{\omega/(2a_0)} = x_0 \sqrt{\pi/(a_0 T)}; \quad (10.56)$$

T — период колебаний; $a(0)$ и $a(x_0)$ — амплитуды колебаний температуры на поверхности тела и на глубине x_0 от нее.

Для оценки погрешностей измерения при монтаже ИПТ по схеме на рис. 10.4, а пригодны также соотношения (10.12), (10.14), (10.21), (10.23), в которых необходимо принять $A_s = A_0$, $k_s = k_0$, $L_s = x_0$, $\xi_s = \xi_0$, $\eta = 1$ и $Z = 0$.

При быстрых изменениях теплового потока и значительных размерах ИПТ необходимо учитывать влияние искажения температуры, возникающего в месте расположения ИПТ. Публикации по анализу погрешностей с учетом конструктивных особенностей ИПТ при его расположении по схеме на рис. 10.4, а отсутствуют.

Пример 10.3. Оценить влияние глубины залегания $x_0 = 1 \cdot 10^{-3}$ м миниатюрного ИПТ $d = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м (рис. 10.4, а) на точность измерения температуры поверхности тела. Нагрев осуществляется тепловым потоком $q_0 = 10^4$ Вт/м². Тело выполнено из стали и огнеупорного материала, теплофизические свойства которых приведены в примерах 10.1 и 10.2.

В стационарном режиме теплообмена градиент температуры около поверхности тела $dt/dx \approx q_0/\lambda_0$. Для стального тела $dt/dx = 0,25 \cdot 10^3$ К/м, поэтому погрешность измерения, оцениваемая по первой из формул (9.27), составит $\Delta t_s = 0,25$ К. Для огнеупорного материала соответственно имеем $dt/dx = 11,1 \cdot 10^3$ К/м и $\Delta t_s = 11,1$ К.

Пусть тело разогревается постоянным тепловым потоком от нулевого начального состояния. Для определения погрешности в процессе разогрева тела воспользуемся второй записью уравнения (10.14). Так как $q_0 = \text{const}$, то в соответствии с (10.16) $m = 1/2$, $K(m) = \sqrt{\pi}/2$, $t_0(0, \tau) = D\sqrt{\tau}$. Полагая в (10.14) $A_s = A_0$, $\eta = 1$, $Z = 0$, $a_s = a_0$, $L_s = x_0$, находим

$$\Delta t_s(\tau) = t_0(0, \tau) - t_s(\tau) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{Dx_0}{\sqrt{a_0}} \left(1 - \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{x_0}{\sqrt{a_0}} \frac{1}{\sqrt{\tau}} \right).$$

Для стального тела (см. пример 10.1) $D = 0,9$ К/с^{1/2}, $a_0 = 1 \cdot 10^{-6}$ м²/с, поэтому $\Delta t_s(\tau) \approx 0,25 (1 - 0,09/\sqrt{\tau})$.

При $\tau \geq 3,2$ с достигается квазистационарное состояние и погрешность измерения становится постоянной.

Для теплоизолятора $D = 9,1$ К/с^{1/2}, $a_0 = 5,3 \cdot 10^{-7}$ м²/с и $\Delta t_s(\tau) \approx 11,1 \times (1 - 0,38/\sqrt{\tau})$. Квазистационарное состояние наступает при $\tau \geq 60$ с.

Значительное искажение поля температуры может возникнуть при расположении ИПТ по схеме на рис. 10.4, б, при этом знак и значение температурной погрешности зависят от соотношения между теплофизическими свойствами ИПТ и тела, радиуса ИПТ, глубины его залегания, а также от характера теплового воздействия на поверхность.

В зависимости от теплофизических свойств исследуемого тела и термодатчика можно выделить два крайних случая: 1) теплопроводность тела много больше теплопроводности ИПТ (металлические стенки, ИПТ помещен в канал и замазан плохопроводящим теплоу материалом); 2) теплопроводность тела значительно меньше теплопроводности материала ИПТ (разнообразные теплоизоляционные защитные материалы с заложенными внутри них металлическими термодатчиками).

В первом случае теплопроводность ИПТ можно принять равной нулю, тогда искажающее влияние его равноценно влиянию некоторой нетеплопроводной полости, расположенной внутри тела.

Второй случай, когда термопара, расположенная нормально к поверхности на некотором расстоянии от нее, имеет теплопроводность λ_2 , значительно превышающую теплопроводность λ_0 материала основного тела. Обработка результатов машинного решения задачи выявила, что наибольшее влияние на погрешность оказывает отношение теплопроводностей λ_0/λ_2 . Отмечается, что при интенсивных тепловых потоках, например в условиях, когда материал тела подвергается абляции, погрешности измерения будут столь велики, что расположение ИПТ по схеме на рис. 10.4, б становится недопустимым. Так, для измерителя радиусом $R = 0,5 \cdot 10^{-3}$ м при расположении чувствительного элемента на расстоянии $x_0 = 1 \cdot 10^{-3}$ м и значениях теплофизических свойств измерителя [$\lambda_2 = 8,7$ Вт/(м·К), $c_{20} = 6,7 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К)] и среды [$\lambda_0 = 0,87$ Вт/(м·К), $c_{00} = 3,3 \cdot 10^6$ Дж/(м³·К), $a_0 = 2,5 \cdot 10^{-7}$ м²/с] через 25 с после начала нагрева действительная температура тела на глубине $x_0 = 1 \cdot 10^{-3}$ м будет 1400 °С, а температура, показываемая измерителем, $t_2 = 1010$ °С, т. е. погрешность измерения составит около 400 К. Ссылки на литературные источники даны в работе [87].

10.6. Экстраполяционные методы измерений температуры

Экстраполяционными методами измерения температуры называются методы восстановления температурного поля в объектах по ограниченному числу точек измерения.

Экстраполяция температуры по координате. Простым примером реализации указанных методов служит определение действительной температуры поверхности по результатам измерения температуры на различных расстояниях от поверхности. Если режим теплообмена стационарный, а температурное поле в теле одномерное вида (9.27), то достаточно знать показания t_{21} и t_{22} двух измерителей температуры, расположенных на расстояниях x_1 и x_2 от поверхности, для нахождения действительной температуры поверхности t_0 [11, 12]:

$$t_0 = \frac{x_2}{x_2 - x_1} t_{21}(x_1) - \frac{x_1}{x_2 - x_1} t_{22}(x_2). \quad (10.57)$$

В реальных условиях используют обычно не менее трех ИПТ для устранения возможных ошибок их монтажа, проверки прямолинейности хода температуры $t(x)$ и повышения точности пересчета температуры $t_{21}(x_1)$ и $t_{22}(x_2)$ в действительную температуру t_0 (рис. 10.5, а).

В формулу (10.57) не входят значения теплофизических свойств исследуемого тела, однако, выбор расстояний x_1 , x_2 и диаметров

ИПТ зависит от реального или предполагаемого значения градиента температуры в теле, а также от местных возмущений поля температуры около ИПТ (см. гл. 9). Техническая реализация метода, основанная на уравнениях (10.57), проводилась неоднократно.

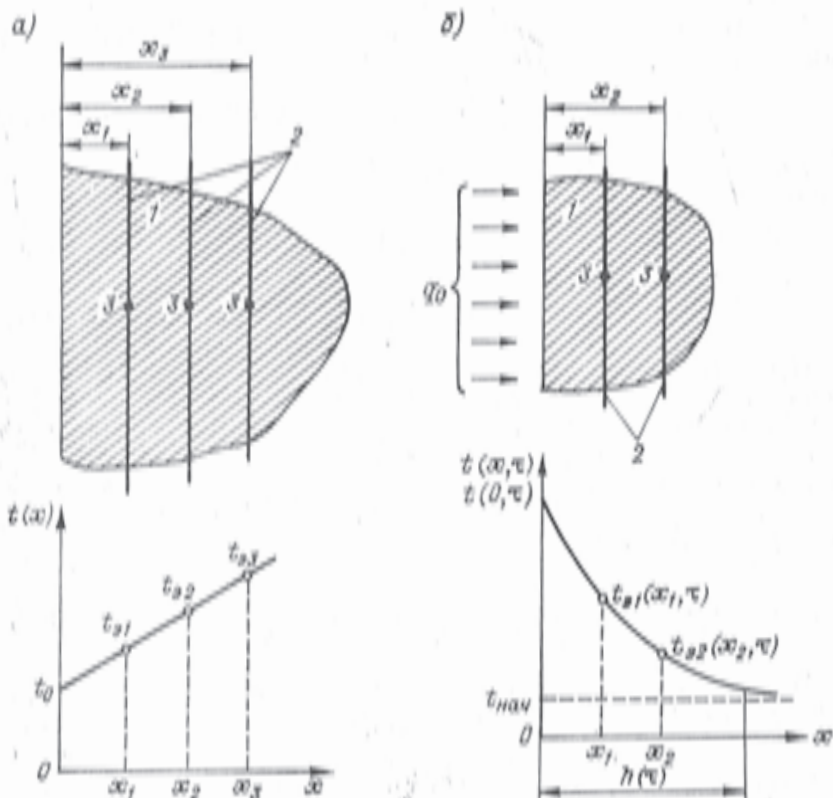


Рис. 10.5. Схема размещения ИПТ при восстановлении температуры внутри тела

1 — исследуемое тело; 2 — термонары; 3 — спаян термонар

Более сложным является восстановление поля температуры в исследуемом теле в нестационарных режимах теплообмена. Пусть массивное однородное тело нагревается с поверхности постоянным во времени тепловым потоком q_0 . Поскольку строгое решение этой задачи при постоянных теплофизических параметрах тела неудобно для построения расчетных формул, целесообразно воспользоваться результатами приближенного анализа, основанного на представлении поля температуры в полупространстве в виде

$$\vartheta(x, \tau) = t(x, \tau) - t_{нач} = \frac{q_0}{\lambda} h(\tau) \frac{1}{n} \left[1 - \frac{x}{h(\tau)} \right]^n, \quad (10.58)$$

где $t(x, \tau)$ — температура массивного тела в момент времени τ в некоторой точке, удаленной на расстояние x от поверхности; $t_{\text{нач}}$ — начальная температура тела; $h(\tau)$ — толщина прогретого в теле к моменту времени τ слоя; n — параметр, характеризующий профиль температуры.

Структура функции $h(\tau)$, найденная по методу Л. В. Канторovichа, такова:

$$h(\tau) = n \sqrt{\frac{4n+2}{4n-1} a \tau} \quad (n=2, 93). \quad (10.59)$$

Принимая $n=3$, что изменяет $h(\tau)$ не более чем на 0,1 %, получаем

$$\Phi(x, \tau) = 1,128 \frac{q_0}{\lambda} \sqrt{a \tau} \left(1 - \frac{x}{3,384 \sqrt{a \tau}} \right)^3, \quad (10.60)$$

где a и λ — коэффициент температуропроводности и теплопроводность материала тела.

Пусть ИПТ (термопары или термометры сопротивления) располагаются на расстояниях x_1 и x_2 от поверхности тела (рис. 10.5, б) и измеряют его действительную $t(x_1, \tau)$, $t(x_2, \tau)$ или избыточную $\Phi(x_1, \tau)$ и $\Phi(x_2, \tau)$ температуру в этих точках. Тогда, используя выражение (10.60), можно получить простую зависимость для определения температуры $\Phi(x, \tau)$ в точке x тела через значения температуры $\Phi(x_1, \tau)$ и $\Phi(x_2, \tau)$:

$$\Phi(x, \tau) = \Phi(x_1, \tau) \left[\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} - \frac{x_1 - x}{x_2 - x_1} \sqrt[3]{\frac{\Phi(x_2, \tau)}{\Phi(x_1, \tau)}} \right]^3. \quad (10.61)$$

В частном случае при $x=0$ находим избыточную температуру поверхности $\Phi_0(\tau) = \Phi(0, \tau)$ тела [12]:

$$\Phi_0(\tau) = t(0, \tau) - t_{\text{нач}} = \left[\frac{x_2 \sqrt[3]{\Phi(x_1, \tau)} - x_1 \sqrt[3]{\Phi(x_2, \tau)}}{x_2 - x_1} \right]^3. \quad (10.62)$$

Экстраполяционные уравнения (10.61) и (10.62) не содержат теплофизические свойства материала тела и воздействующего потока, т. е. тех величин, значения которых в условиях эксперимента, как правило, неизвестны. Пересчет измеренной температуры $\Phi(x_1, \tau)$ и $\Phi(x_2, \tau)$ на искомую температуру $\Phi(x, \tau)$ или температуру поверхности $\Phi_0(\tau)$ оказывается возможным после того, как толщина прогретой зоны $h(\tau)$ превысит значение x_2 (координата расположения второго ИПТ), т. е. спустя некоторое время $\tau = \tau_*$. Значение последнего находится из формулы (10.59). Начиная с $\tau_* \geq x_2^2/a$, по формуле (10.61) можно рассчитать температуру в любой из точек области $0 \leq x \leq x_2$ с относительной погрешностью, не превосходящей 3 %. Временная область применения

уравнения (10.61) ограничена линейностью процесса теплопроводности.

Значение градиента температуры $\partial\theta(x, \tau)/\partial x$ на поверхности или внутри тела рассчитывается по формуле

$$\frac{\partial\theta(x, \tau)}{\partial x} = -\frac{3\theta(x_1, \tau)}{x_2 - x_1} \left[\frac{x_2 - x}{x_2 - x_1} - \frac{x_1 - x}{x_2 - x_1} \times \right. \\ \left. \times \sqrt[3]{\frac{\theta(x_2, \tau)}{\theta(x_1, \tau)}} \right] \left(1 - \sqrt[3]{\frac{\theta(x_2, \tau)}{\theta(x_1, \tau)}} \right), \quad (10.63)$$

Если известна теплопроводность λ тела, то с учетом (10.63) может быть найден поступающий в него тепловой поток

$$q_0(0, \tau) = -\lambda \frac{\partial\theta(0, \tau)}{\partial x}, \quad (10.64)$$

Экспериментальная проверка расчетных соотношений (10.61)—(10.64) была проведена автором с участием О. В. Минина и А. С. Столярова на цилиндрических образцах диаметром $9 \cdot 10^{-3}$ м и длиной $(40-50) \cdot 10^{-3}$ м, изготовленных из меди, стали и фарфора. С торцевой поверхности образцы нагревались струей аргоновой плазмы, создаваемой электродуговым подогревателем. Измерение температуры образцов проводилось в трех точках хромель-алюмелевыми термопарами диаметром термоэлектродов $0,2 \cdot 10^{-3}$ м. Рабочие спай монтировались на оси образца на расстояниях $x_1 = 2 \cdot 10^{-3}$, $x_2 = 4 \cdot 10^{-3}$ и $x_3 = 6 \cdot 10^{-3}$ м от нагреваемого торца. При проверке ошибка, вызванная неточностью установки термопар в любом из выбранных сечений x_1 , x_2 или x_3 , оценена величиной $\pm (0,2-0,3) \times 10^{-3}$ м. Образцы подвергались нагреву потоком $q = (2,5 \cdot 10^5 - 5 \cdot 10^6)$ Вт/м².

Для нахождения возможных случайных ошибок при расчете температуры по зависимости (10.61) проводилась экспериментальная проверка на серии из трех образцов каждого материала при неоднократном нагреве потоками различной интенсивности. Обработка опытных данных, проведенных по уравнению (10.61), представлена на рис. 10.6 для образцов из меди и стали. Построенные для всех опытов гистограммы распределения случайных ошибок показали, что при расчете температуры $\theta(x_1, \tau)$ для образцов из меди эти ошибки составляют около 1—2 %, а для стальных образцов — 3—5 %. Измеренная температура внутри тела для стальных образцов достигала значений 900—600 °С, а восстановленная температура поверхности $\theta(0, \tau)$ для разных режимов находилась в пределах 1000—1100 °С. Суммарная погрешность определения поступающего в образцы теплового потока $q(\tau)$, рассчитанного по формулам (10.63), (10.64), составляла 10—15 % при его абсолютных значениях $(1-5) \cdot 10^6$ Вт/м²; действительное значение теплового потока измерялось адиабатическим калориметром. Более полная библиография приведена в работе [12].

Экстраполяция температуры по времени. В практике температурных измерений известна группа задач, решение которых традиционными средствами измерений сопряжено со значительными трудностями, так как подлежащая контролю температура в выбранной точке объекта выходит за пределы допускаемого температурного интервала работы ИПТ. Такие экстраполяционные задачи актуальны в металлургии, газовой динамике, плазменной технике.

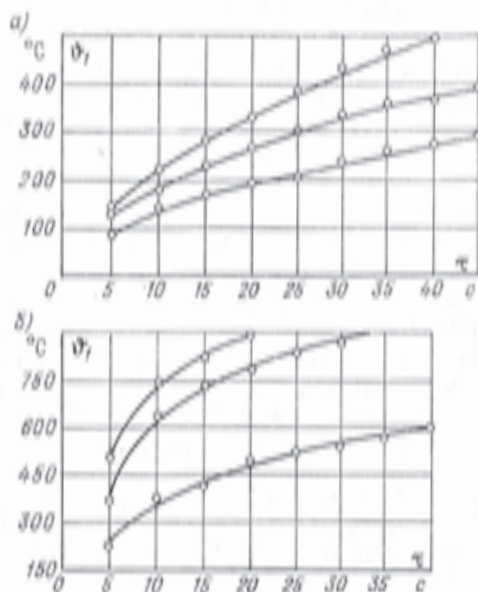


Рис. 10.6. Экспериментальная проверка расчета температуры при различных режимах нагрева: а — образец из меди М1; б — образец из стали 1Х18Н9Т. Сплошными линиями показаны результаты эксперимента, точками — расчета

Несмотря на сравнительно большое число патентов и авторских свидетельств, практический их выход остается достаточно скромным, что объясняется несколькими причинами: сложностью моделирования физической картины процессов, недостаточной проработкой методических основ и ограниченным опытом, накопленным в этой области. Значительная часть работ направлена на решение задачи определения стационарной температуры жидких или газообразных сред.

Сущность применяемых методов, часто называемых динамическими, состоит в использовании начального участка переходного процесса (кривых разогрева) одного или нескольких ИПТ. Последующая обработка соответствующих кривых (ручная или автоматическая) позволяет рассчитать стационарную температуру среды,

принимая за действительную. Различные приемы обработки исходных данных переходного процесса рассмотрены в работах [6, 11, 12, 93, 97, 100]. Выделяются методы, основанные на периодическом кратковременном погружении измерителя в исследуемую среду и анализе квазистационарной температуры при различных частотах погружения [12].

Оценка методических погрешностей восстановления температуры зависит от выбранных условий обработки кривых переходного процесса. Исследование некоторых модификаций динамических методов показывает, что их точность на существующем уровне реализации оказывается недостаточной. Одна из причин состоит в том, что экстраполяционные формулы, полученные при использовании линейной теории теплопроводности, распространяются на температуру, значительно отличающуюся от регистрируемых значений. Температурная зависимость теплофизических свойств измерителя и среды, а также действие лучистого теплообмена приводит, как показано в работе Л. И. Сметанной, к систематической погрешности, достигающей 20 % и более для интервала температуры 3000—5000 К. Число экспериментальных работ ограничено [6].

Использование алгоритмов обратных задач теплопроводности. В последние два десятилетия интенсивно развиваются методы восстановления полей температуры в объектах по ограниченному числу точек измерений, основанные на закономерностях теплопередачи внутри исследуемого объекта. Помимо самостоятельного интереса — определения поля температуры и ее локальных значений в труднодоступных местах объекта — эти методы помогают в решении иных целевых задач. К таким задачам относятся, например, определение условий теплообмена на границе объекта и среды, т. е. нахождение температуры и теплового потока на границе, определение коэффициента теплоотдачи или температуры среды, окружающей объект. Самостоятельное направление представляют задачи нахождения теплофизических или других температурозависимых характеристик объекта.

Общей теоретической основой методов восстановления температурных полей и связанных с ними исследований тепловых процессов являются аналитические или машинные (численные) решения прямых и обратных задач нестационарной теплопроводности [4, 28, 67, 71]. В зависимости от конкретной направленности и строгости постановки, определяемых прикладными целями исследований, приемы и алгоритмы решения обратных задач широко варьируются. Методические погрешности восстанавливаемой температуры и базирующихся на ее основе других теплообменных и теплофизических характеристик преимущественно оцениваются, исходя из частных особенностей решаемой задачи. Систематизированные сведения и оценки погрешностей различных теплофизических величин представлены в работах [4, 13, 28, 42, 67, 71, 72, 84], а также в цитируемых в них статьях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Азизов А. М. Информационные системы контроля параметров технологических процессов.— Л.: Химия, 1983.— 328 с.
2. Азизов А. М., Гордов А. Н. Точность измерительных преобразователей.— Л.: Энергия, 1976.— 256 с.
3. Азизов Р. К. Измерительные преобразователи с тепловыми распределенными параметрами.— М.: Энергия, 1977.— 80 с.
4. Алифанов О. М. Идентификация процессов теплообмена летательных аппаратов.— М.: Машиностроение, 1979.— 216 с.
5. Афанасьев В. Н., Тартаковский Д. Ф. Имитационная модель датчика температуры для измерительных информационных систем//Теоретические и прикладные исследования в области систем измерений.— Львов: Вища школа, 1987.— С. 81—85.
6. Банников А. И., Наумов Ю. И., Мацык С. В. Трехканальный корректор динамической погрешности термонар//Измерительная техника.— 1978.— № 12.— С. 47—48.
7. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования.— М.: Наука, 1972.— 766 с.
8. Бутковский А. Г. Характеристики систем с распределенными параметрами: Справочное пособие.— М.: Наука, 1979.— 224 с.
9. Геращенко О. А. Основы теплотерии.— Киев: Наукова думка, 1971.— 192 с.
10. Геращенко О. А., Гордов А. И., Лах В. И. Температурные измерения: Справочник.— Киев: Наукова думка, 1984.— 496 с.
11. Гордов А. И. Основы пирометрии.— М.: Металлургия, 1971.— 447 с.
12. Гордов А. И., Малков Я. В., Эргардт Н. Н. Точность контактных методов измерения температуры.— М.: Изд-во стандартов, 1976.— 232 с.
13. Дао Тхай Зиеу, Ковальчук Н. Г., Пытель И. Д. Минимизация погрешности измерения стационарных температур динамическим методом//Известия вузов. Приборостроение.— 1985.— Т. 28.— № 7.— С. 92—95.
14. Дёч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования.— М.: Наука, 1971.— 288 с.
15. Домрачева Л. С. Синтез систем измерения нестационарных температур газовых потоков.— М.: Машиностроение, 1987.— 224 с.
16. Дульнев Г. И. Тепло- и массообмен в радиоэлектронной аппаратуре.— М.: Высшая школа, 1984.— 247 с.
17. Елисеев В. И., Воротников В. И., Товстоног В. А. Оценка погрешности измерения поверхностной температуры полупрозрачного материала контактным датчиком//Известия вузов, Машиностроение.— 1981.— № 11.— С. 77—81.
18. Елисеев В. И., Соловов В. А. Теоретическое и экспериментальное исследование погрешности измерения температур термонарами в теплоизоляционных материалах// Инженерно-физический журнал.— 1983.— Т. 45.— № 5.— С. 737—742.

19. Заровная Н. Н., Ярышев Н. А. Влияние локального нагрева на температуру поверхности тела//Известия вузов. Приборостроение.— 1981.— Т. 23.— № 11.— С. 87—92.
20. Заровная Н. Н., Ярышев Н. А. Анализ локальных тепловых возмущений в полупрозрачных объектах//Теплообмен-VII.— Минск: Наука и техника, 1984.— С. 58—62.
21. Зинченко Л. А., Садиков И. Н., Фандеев Е. И. Исследование пневмометрического метода измерения температуры движущихся лент//Известия вузов. Энергетика.— 1975.— № 9.— С. 134—138.
22. Иванова А. Г., Тартаковский Д. Ф. Метод определения динамических свойств поверхностных термодатчиков//Метрология.— 1975.— Вып. 1.— С. 50—58.
23. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомея А. С. Теплопередача.— М.: Энергия, 1975.— 488 с.
24. Кайданов А. И. Влияние токоведущих проводников на точность измерения температур с помощью измерительных термисторов//Известия вузов. Приборостроение.— 1970.— Т. 13.— № 10.— С. 81—86.
25. Карелов Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел.— М.: Наука, 1964.— 488 с.
26. Кельтнер, Бек Дж. Погрешности измерения температур поверхностей//Теплопередача.— 1983.— Т. 105.— № 2.— С. 98—106.
27. Ковальчук Н. Г., Пытель И. Д. Оптимизация временных параметров температурных возмущений при определении инерционности термопреобразователей//Метрология.— 1984.— № 3.— С. 45—49.
28. Коздоба Л. А., Круковский П. Г. Методы решения обратных задач теплопереноса.— Киев: Наукова думка, 1982.— 360 с.
29. Кондратьев Г. М. Регулярный тепловой режим.— М.: Гостехиздат, 1954.— 408 с.
30. Кондратьев Г. М. Тепловые измерения.— Л.: Машгиз, 1957.— 240 с.
31. Контрольно-измерительная техника/Сб. статей.— Львов: Вища школа.— 1983.— Вып. 33.— 148 с.
32. Коротков П. А., Лондон Г. Е. Динамические контактные измерения тепловых величин.— Л.: Машиностроение, 1974.— 224 с.
33. Краус М., Вошин Э. Измерительные информационные системы.— М.: Мир, 1975.— 312 с.
34. Кунин Т. Температура/Пер. с англ.— М.: Мир, 1985.— 448 с.
35. Кулаков М. В., Макаров Б. И. Измерение температуры поверхности твердых тел.— М.: Энергия, 1979.— 96 с.
36. Куритник И. П., Бурханов Г. С., Стадник В. И. Материалы высокотемпературной термометрии.— М.: Металлургия, 1986.— 208 с.
37. Лабейш В. Г., Пименов А. Г., Чудинов С. Н. Определение инерционности датчиков поверхности температуры по методике периодического нагрева//Известия вузов. Приборостроение.— 1983.— Т. 26.— № 11.— С. 88—90.
38. Линевег Ф. Измерение температур в технике: Справочник/Пер. с нем.— М.: Металлургия, 1980.— 544 с.
39. Литовский Е. Я., Пучкевич Н. А. Теплофизические свойства огнеупоров: Справочник.— М.: Металлургия, 1982.— 152 с.
40. Лыков А. В. Теория теплопроводности.— М.: Высшая школа, 1967.— 599 с.
41. Лысков В. В., Прохоров В. К. Термометрия и расходомерия ядерных реакторов.— М.: Энергоатомиздат, 1985.— 120 с.
42. Мацевитый Ю. М., Прокофьев В. Е., Широков В. С. Решение обратных задач теплопроводности на электрических моделях.— Киев: Наукова думка, 1980.— 132 с.
43. Методические указания «ГСИ». Средства измерения температуры поверхности твердых тел. Методика поверки МИ 1607—86.— Л.: ВНИИМ, 1986.— 9 с.

44. Михеев М. А., Михеева И. М. Краткий курс теплопередачи.— М.: Госэнергоиздат, 1961.— 208 с.
45. Михеев М. А., Михеева И. М. Основы теплопередачи.— М.: Энергия, 1977.— 344 с.
46. Новицкий П. В., Зограф И. А. Оценка погрешностей результатов измерений.— Л.: Энергоатомиздат, 1985.— 248 с.
47. Новые исследования в термометрии/Сб. статей/НПО «Термоприбор».— Львов: Вища школа, 1974.— 180 с.
48. Олейник Б. Н. Точная калориметрия.— М.: Изд-во стандартов, 1973.— 208 с.
49. Падерин Л. Я. Расчетное исследование погрешностей контактного метода измерения температур поверхностей неметаллических материалов в условиях лучистого теплообмена/Теплофизика высоких температур.— 1981.— Т. 19.— № 6.— С. 1277—1284.
50. Пак В. Новые контактные методы измерения температуры поверхности твердых тел со следящей компенсацией теплоотвода: Обзор.— М.: ВНИИКИ, 1972.— 114 с.
51. Пак В., Калинин А. И. Метод точного измерения стационарной температуры поверхности твердого тела контактными термоприемниками/Западская лаборатория.— 1976.— Т. 42.— № 11.— С. 1371—1372.
52. Петашвили О. М., Цибинюгин О. Г. Измерение температуры продуктов сгорания.— М.: Энергоатомиздат, 1984.— 112 с.
53. Петунии А. Н. Измерение параметров газового потока.— М.: Машиностроение, 1974.— 260 с.
54. Пинчевский А. Д. Оптимизация динамических характеристик термопреобразователей погружения.— М.: Изд-во стандартов, 1988.— 64 с.
55. Пинчевский А. Д. Проектирование термопреобразователей с определенными параметрами/Контрольно-измерительная техника.— 1983.— № 34.— С. 83—86.
56. Попов В. М. Теплообмен через соединения на клеях.— М.: Энергия, 1974.— 304 с.
57. Попов В. Н. Об искажении температурного поля в области заделки термопары/Теплофизика высоких температур.— 1966.— Т. 4.— № 2.— С. 112—115.
58. Преображенский В. П. Теплотехнические измерения и приборы.— М.: Энергия, 1978.— 704 с.
59. Приборы для измерения температуры контактным способом/Под ред. Р. В. Вычковского.— Львов: Вища школа, 1978.— 208 с.
60. Приборы для измерения температуры поверхностей/Обзор, информация: Приборы, средства автоматизации и системы управления. ТС-6, вып. 1. М.: ИНИИТЭИ, 1986.— 40 с.
61. Пугачев В. С. Теория случайных функций. М.—Л.: Физматгиз, 1962.— 883 с.
62. Рабинович С. Г. Погрешности измерений.— Л.: Энергия, 1978.— 262 с.
63. Саченко А. А., Твердый Е. Я. Совершенствование методов измерения температуры.— Киев: Техника, 1983.— 104 с.
64. Свет Д. Я. Температурное излучение металлов и некоторых веществ.— М.: Металлургия, 1964.— 134 с.
65. Сергеев О. А. Метрологические основы теплофизических измерений.— М.: Изд-во стандартов, 1972.— 156 с.
66. Сергеев О. А., Мень А. А. Теплофизические свойства полупрозрачных материалов.— М.: Изд-во стандартов, 1977.— 288 с.
67. Симбирский Д. Ф. Температурная диагностика двигателей.— Киев: Техника, 1976.— 208 с.
68. Средства измерения температуры на АЭС/Обзор, информация: Приборы, средства автоматизации и системы управления. ТС-6, вып. 5.— М.: ИНИИТЭИ, 1986.— 37 с.

69. Столяров А. С., Ярышев Н. А. Обобщенный переходный процесс теплообмена однородного тела//Вопросы радиоэлектроники. Серия ТРТО.— 1973.— Вып. 1.— С. 38—46.
70. Столяров А. С., Ярышев Н. А. Определяющий размер и фактор формы для сплошного однородного тела//ИФЖ.— 1973.— Т. 24.— № 3.— С. 507—513.
71. Темкин А. Г. Обратные методы теплопроводности.— М.: Энергия, 1973.— 464 с.
72. Теплофизические измерения и приборы/Е. С. Платунов, С. Е. Буравой, В. В. Курепин и др.; Под ред. Е. С. Платунова.— Л.: Машиностроение, 1986.— 256 с.
73. Теплопроводность твердых тел: Справочник/А. С. Охотин, Р. П. Боровикова, Т. В. Нечасова и др.; Под ред. А. С. Охотина.— М.: Энергоатомиздат, 1984.— 320 с.
74. Фандеев Е. И., Луцаев Г. А., Карчиков В. А. Специальные термометры с термопреобразователями сопротивления.— М.: Энергоатомиздат, 1987.— 96 с.
75. Фандеев Е. И., Ушаков В. Г., Луцаев Г. А. Непогружаемые термометрические.— М.: Энергия, 1979.— 64 с.
76. Цветков Э. И. Методические погрешности статистических измерений.— Л.: Энергоатомиздат, 1984.— 144 с.
77. Черкасова К. Г. Измерение температуры поверхности//Труды метрологических ин-тов СССР.— ВНИИМ.— 1977.— № 207 (267).— С. 64—68.
78. Черкасова К. Г., Хованская Е. В. Показания поверхностного термометра при интенсивном теплообмене с окружающей средой//Труды метрологических ин-тов СССР.— ВНИИМ.— 1975.— № 181 (241).— С. 82—88.
79. Черпаков П. В. Теория регулярного теплообмена.— М.: Энергия, 1975.— 224 с.
80. Шашков А. Г. Системно-структурный анализ процесса теплообмена и его применение.— М.: Энергоатомиздат, 1983.— 280 с.
81. Шамков Ю. П., Ганин Е. А., Царевский С. Н. Контактное термическое сопротивление.— М.: Энергия, 1977.— 328 с.
82. Шорин С. Н. Теплопередача.— М.: Высшая школа, 1964.— 490 с.
83. Шукшунов В. Е. Корректирующие авенья в устройствах измерения нестационарных температур.— М.: Энергия, 1970.— 118 с.
84. Экспериментальные методы термолучности газотурбинных двигателей//Сборник научных трудов.— Харьков: Харьковский авиационный ин-т.— 1975.— Вып. 2.— 150 с.
85. Ярышев Н. А. Передаточные функции для температуры тела при обобщенных тепловых воздействиях//ИФЖ.— 1970.— Т. 18.— № 5.— С. 892—898.
86. Ярышев Н. А. Расчет температуры тел в стационарном режиме теплообмена//Известия вузов. Приборостроение.— 1970.— Т. 13.— № 3.— С. 134—137.
87. Ярышев Н. А. Теоретические основы измерения нестационарных температур.— Л.: Энергия, 1967.— 300 с.
88. Ярышев Н. А., Андреева Л. Б. Тепловой расчет термостатов.— Л.: Энергоатомиздат, 1984.— 176 с.
89. Bardon J. P. Consequences d'erreurs en thermometrie par contact dans un milieu solide//Rev. prat. contr. ind.— 1975.— Vol. 14.— N 75.— P. 21—31.
90. Chohan R. K. Effects of manufacturing tolerance on the thermal response of industrial thermometers//Proc. Inst., Mech. Eng.— 1986.— Vol. 200.— N 4.— P. 285—289.
91. Dantzig J. A. Improved transient response of thermocouple sensor//Rev. Sci. Instrum.— 1985.— Vol. 56.— N 5.— Pt. 1.— P. 723—725.
92. Hennecke D. K., Sparrow E. M. Local heat sink on a convectively cooled surface — application to temperature measurement error//Intern. J. Heat Mass Transfer.— 1970.— Vol. 13.— N 2.— P. 15—21.

93. Hofmann D. Dynamische temperaturmessung.— Berlin: VEB Verlag Technik, 1976.— 328 s.
94. Kalliomäki K., Wallin P. Measurement of surface temperature with a thermally compensated probe//Journ. Physics E: Scientific Instruments.— 1971.— Vol. 4.— N 7.— P. 535—537.
95. Lanivik M. Thermometry by surface probes//High Temp.— High Pressures.— 1983.— Vol. 15.— N 2.— P. 199—204.
96. Lecordier J. C., Dupont A., Gajan P. Correction of temperature fluctuation measurement using cold wires//J. Phys. E: Sci. Instrum.— 1984.— Vol. 17.— N 4.— P. 307—311.
97. Näbauer T., Riedberger F. Verkürzung der Meßzeit bei Temperaturmessungen durch rechnergestützte Auswertung des Einschwingverhaltens//Messen und Prüfen.— 1984.— N 1—2.— S. 30—35.
98. Peek M. K., Salt H. Measurement of transient temperatures at the centre of a sphere//J. Phys. E: Sci. Instrum.— 1987.— Vol. 20.— N 4.— P. 395—398.
99. Robertson D., Sterbutzel G. A. An accurate surface temperature measuring system//IEEE Transactions. Industry and General Applications.— 1970.— Vol. 6.— N 1.— P. 43—47.
100. Satyamurty P., Dixit N. S., Prasad M. P. Dynamic thermocouple technique to measure high gasstream temperature//Res. and Ind.— 1985.— Vol. 30.— N 4.— P. 494—500.
101. Taylor H., Navarro H. A method to determine and reduce the response time of resistance thermometers under practical conditions, J. Phys. E: Sci. Instrum.— 1983.— Vol. 16.— N 9.— P. 916—918.

Часть вторая

ШКОЛА ЖИЗНИ

О РОДИТЕЛЯХ, ДЕТСТВЕ И ЮНОСТИ

Родился я 16 декабря 1930 года в маленькой деревеньке Захарино Усть-Кубинского района Вологодской области. Года через три-четыре наша семья приехала в город Сокол, который в то время состоял из группы отдельных поселков, примыкающих к различным промышленным предприятиям. Крупнейшими из них были – Сухонский и Сокольский целлюлозно-бумажные комбинаты, лесобработывающий, молочный заводы и др., располагавшиеся вдоль реки Сухона в полосе 4х10 кв.км. Река судоходная, совместно с двумя другими, образуя Северную Двину, обладала редкой особенностью: ежегодно, весной, примерно на две недели изменяла свое течение на противоположное.

Моя мама Апполинария Николаевна Ганичева была старшей дочерью в крепкой крестьянской семье, в которой было еще две сестры и четверо братьев, и из-за домашней загрузки никакого образования не получила. Однако, как многие девушки на Вологодчине, она хорошо владела кружевным ремеслом и могла шить. Отец Алексей Лазаревич Ярышев закончил двух- или трехлетнюю церковно-приходскую школу и из-за врожденного сердечного заболевания и ограничения к крестьянским работам был отдан в ученики к сапожнику для обучения сапожному делу. В семье его родителей были еще три сестры и младший брат Елисей Лазаревич (как положено имена детей давались по святцам).

После переезда в город мать и отец, а также я, перешли из крестьянского сословия в рабочее. Никакими производственными профессиями мои родители не обладали, а уровень образования повышали в вечерних кружках. Естественно, что это сказалось на жестком семейном бюджете: отец устроился вахтером на маленьком заводе, а мать занималась домашним хозяйством и подрабатывала кружевоплетением, получая, как и другие артельщики, символическую плату. По приезду первоначально устроились, снимая жилье в близлежащей деревне, через несколько лет получили маленькую комнату от завода. Поскольку я был единственным сыном, то никаких огорчений в дошкольное время не испытывал. Большинство из жильцов поселка, а это пять двухэтажных деревянных домов, жили весьма скромно, эпизодически занимались разгрузкой барж с лесоматериалами и другими разовыми подработками, в частности, отец – ремонтировал обувь.

Школьные годы

В 1938 г., пройдя предварительное собеседование у директора неполной средней школы №4 г. Сокол Северного края (чехарда в названиях территориальных образований была и тогда), я был-таки, зачислен в первый

класс досрочно, так как умел читать и писать. Затем настали для страны военные годы, мне исполнилось 10,5 лет. Хорошо запомнились первые летние месяцы: по дороге мимо нашего дома от речной пристани проходили колонны эвакуированных изнуренных дорогой людей, доставляемых в деревянных грузовых баржах в столовую завода, чтобы подкормить и затем транспортировать в другие районы страны. Картина была безрадостная.

Отца вместе с остальными вскоре мобилизовали на строительные работы по подготовке аэродрома в район Лодейного поля. Пробыв там около трех месяцев и срочно ликвидировав результаты своего труда, их отправили обратно; прибыли не все, так как попали под бомбежку.

Началась осенняя распутица. Военная техника, направляемая на фронт, вязла, т.к. дороги поселковых улиц были грунтовыми, солдаты вытягивали их вручную – все это осталось в памяти. И только с наступлением ранней зимы пошли, наконец, восточные сибирские дивизии, солдаты в белых полушубках, мощные американские машины, танки перебрасывались на защиту Москвы. О первых победах в битве за Москву мы, выстроенные в линейку в школе, узнали от наших учителей.

Произошли изменения и в учебе. Через некоторое время школьное здание и некоторые другие были переданы эвакогоспиталиям. Мы же были переведены в новое здание средней школы №11, расположенное в «чистом поле» в 1,5 – 2 км от основного массива поселка, эту школу я впоследствии и окончил.

Другие трудности военного времени: дефицит тепла (отопление дровяное, разделка дров с участием школьников старших классов), сбой в подаче электроэнергии для освещения и, главное, карточная система снабжения. В первые два года хлеб в магазин привозили нерегулярно с перерывами, стояли в очередь старые и малые, и не всегда удачно. Возникла давка при открытии магазина, под крики и плач женщин мальчишек удавалось поднимать над толпой, и они спасались от травм, перемещаясь по головам очередников, без хлеба, но и без сильных ушибов. Никаких других продуктов питания по карточкам не отоваривалось до 1944 года.

Уже с первой военной осени те, кто мог, (в основном женщины и подростки) ринулись в леса и болота заготавливать грибы и ягоды. Это было, наряду с картофелем, который удавалось выращивать на выделенных земельных участках или выменивать на вещи в деревнях, серьезным подспорьем, без которого трудно было бы выжить.

Трудности в учебе я не испытывал, пристрастился к чтению, т.к. был записан в заводскую библиотеку, за что благодарен, поскольку дома почти никакой литературы за вычетом учебников не водилось. После выпускных экзаменов (7 класс) неполное среднее образование завершилось, и было решено продолжить учебу в школе. Многие ученики по разным причинам (трудности личные или в семьях) поступили в техникумы, ремесленные

училища или устроились на работу. Наступил 1945 год – год Победы, общее настроение – на подъеме. С благодарностью вспоминаю своих учителей физики Иннокентия Дмитриевича и химии Павла Николаевича Шишкарева, прививших мне любовь к этим предметам. Втроем с приятелями нам позволили знакомиться с физическими приборами, что-то мастерить, ставить эксперименты, чем мы и занимались после окончания классных занятий иногда до позднего вечера. Соорудили электромагнитную пушку, и, стреляя, малость попортили двери кабинета, подключив высоковольтный трансформатор, «изучили» разряды в гейслеровских трубках и т.п.

В завершение при консультации учителя изготовили трамвай, который успешно двигался на районной школьной выставке. Замечу, что «в живом виде» трамвай и троллейбус мы увидели только года через три по приезду в Ленинград.

Аналогично занимались и в химическом кабинете. То, что было доступно, типовые реакции (включая порох) делали непосредственно там. Учитель химии и биологии знакомил нас с вузовскими учебниками (Меншуткин, Глинка), развивая наш интерес к химии.

В школе были сформированы для дальнейшего обучения два полноценных класса (на полгорода), нацеленные на получение аттестата зрелости и возможность обучения в высшей школе. Настроение было приподнятое, но случилось непоправимое – серьезно заболела и осенью 1945 года скончалась мама. Будучи единственным и капризным ребенком, всю тяжесть утраты я осознал не сразу. Только благодаря маме мы относительно благополучно пережили трудные военные годы. Отец повторно женился, в 1947 г. родился младший брат Володя, а в 1949 г. – сестра Галина, денежные затруднения возросли. Взаимопонимание с новой матерью установилось не сразу; ее труд и заботу я оценил позже. Успеваемость ухудшилась и только внимание учителей и помощь тетки со стороны матери, Анны Николаевны, работавшей посудомойкой в столовой, помогли преодолеть юношеский психический надлом.

Двухлетний период до окончания школы я занимался по всем дисциплинам выпускных экзаменов, привлекая дополнительные материалы библиотек школы и завода. Старались все ученики, однако, директор школы – волевая, энергичная женщина Надежда Павловна Ржаницина настаивала на получении высших результатов – подготовке группы медалистов. Ее уроки для меня в памяти и сегодня. Она преподавала в школе историю, но широта охвата и ознакомление особенно с историей эпохи Петра I и его творческой деятельности того времени («Юности честные зеркала» и др.) мы в вузе и по телевидению услышали лишь после перестройки.

При каждом приезде в г. Сокол я навещал Надежду Павловну и ее мужа, вплоть до их кончины; проходили обстоятельные беседы и они всегда были для меня полезными.

Выбор вуза

Весной 1948 года перед выпускными экзаменами с познавательной целью группой приятелей была выполнена следующая операция – закуплен справочник вузов Советского Союза (стоимостью 1 руб.) и пачка (штук 50) почтовых открыток с оплаченными почтовыми марками (стоимостью по 2 копейки) и разосланы по адресам институтов в зависимости от интересов участников. Удивительно, но факт – были получены солидные конверты с ответами на наши письма и любезными приглашениями учиться только у них. Кроме одного – МГИМО, где в ответе сухо сообщалось, что они выбирают с учетом собеседования. Не знаю, что думал и произносил почтальон, но, приходя из школы домой и видя на столе солидную пачку конвертов, после ознакомления с содержанием, у меня возникало чувство, что ты востребован страной как будущий специалист. Среди ответов была относительно скромная брошюра из ЛИТМО под авторством П.Н. Гобермана и взята на заметку, т.к. в перечне профессий в ней значилась такая притягательная для меня специальная физика.

Выпускные экзамены выявили двух претендентов на золотую и серебряную медали, но с ними произошла задержка, видимо где-то «затерялись». Нам наряду со всеми соискателями выдали аттестаты обычного образца, но утешили, что поиски наград не прекращаются.

В итоге все отправили необходимые документы по адресам, включая соискателя на серебряную медаль, который и был зачислен в военное училище. Я же послал документы на химфак Ленинградского государственного университета (ЛГУ).

Получив вызовы, многие выпускники по сложившейся традиции выбрали Ленинград и уехали на экзамены, а я был в ожидании и даже уехал в деревню, и уже там получил телеграмму явиться на экзамены. Но произошли изменения, так как одну медаль – серебряную «удалось разыскать» и она была вручена мне, для чего в аттестате (не без пререканий) по одной из гуманитарных дисциплин была поставлена «четверка». Этот второй аттестат, по наивности, я направил на физфак. По приезде в моем присутствии его разыскали и передали на химфак ЛГУ и заодно поселили меня в обширной аудитории гуманитарного факультета.

Экзаменов сдавать не потребовали, но предупредили, что общежитием факультет не обеспечивает. В этом же году было объявлено, что стипендии на первом курсе не дадут, если в результатах будет хотя бы одна тройка. Заодно была введена плата за обучение. Часть приехавших выпускников была вынуждена повернуть обратно к дому и устраиваться в областных вузах Вологды.

Мой же выбор был предопределен – отъезд домой. С подавленными чувствами, сопровождаемый школьным приятелем, уже зачисленным

в Северо-западный политехнический институт, мы брели по городу и на одной из улочек (под названием Гривцов переулок) увидели вывеску Ленинградский институт точной механики и оптики (ЛИТМО) и прошли в приемную комиссию этого вуза. Рассказав о своей истории, получили ответ – немедленно завтра приносить документы, мы вас берем. На робкий вопрос, а как со стипендией и общежитием ответ – «дадим». На следующий день окрыленные, мы вернулись в приемную ЛГУ, но увидели громадную очередь из родителей и абитуриентов, поняли, что получить документы быстро не удастся. Спас меня мой друг – Коля Некрасов, он прорвался к председателю приемной комиссии и настоял на выдаче моих документов.



Н. Некрасов – друг юности

По приходе в ЛИТМО все решилось незамедлительно – документы приняты, выдано направление в общежитие. Не могу не отметить, что друг моего детства Николай Некрасов (тот, кто помог мне в ЛГУ) после окончания вуза, занимаясь электрификацией промышленных и оборонных объектов, объездил много регионов Союза, был награжден двумя орденами Трудового Красного Знамени и другими правительственными наградами. Сейчас он на пенсии и проживает в Сосновом Бору, готовя молодые кадры специалистов-электриков. Мы с ним, хотя и нерегулярно, поддерживаем дружеские связи.

СТУДЕНЧЕСКИЕ ГОДЫ

Первые годы в ЛИТМО

Закончилось мое двухнедельное пребывание в ЛГУ, и не сбылась надежда на получение классического физико-химического образования, но, став студентом инженерно-физического факультета ЛИТМО, я перестал об этом сожалеть.

Контингент поступивших на I курс был достаточно пестрым по составу – прошедшие войну и фронт офицеры и солдаты, награжденные боевыми орденами и медалями, включая ордена Боевого Красного Знамени, и 18-летние юнцы-школьники, приехавшие из многих регионов Советского Союза.

Хорошо помню, как 1 сентября 1948 года медленно поднимались мы по широкой лестнице здания института на 4 этаж в Актный зал мимо выстроившихся шеренгой профессоров, преподавателей и администрации. Дальше начались студенческие будни. К сожалению, не всем (особенно фронтовикам) после 1–2 семестров удалось выдержать все экзамены. Уменьшился и состав первокурсников ИФФ (из 5 групп осталось 4).

Нас поселили на 3 и 4 этажах громадного общежития Военно-механического института (в конце Измайловского проспекта напротив Варшавского вокзала). Аклиматизация и знакомство с соседями прошли относительно быстро. Утром плотная цепочка студентов, и студенток, закупив и на ходу пережевывая французские булки, втискивалась в трамвай, а иногда и пешком добиралась до Сенной площади. Некоторые несли бутылочки с чернилами. Одежда была лишь хлопчатобумажная, спортивная (вязаный трикотаж), а затем стали утепляться по возможностям. В слякоть многие обзаводились галошами, из соображений сбережения обуви, да и по требованию гардеробщиц.

Шестичасовая схема чтения лекций и проведения занятий безукоснительно соблюдалась. Далее – обед в столовой (или чаепитие), а затем – выполнение домашних заданий на следующий день. Память о первом семестре: «жизнь во тьме», нужно выдержать и выжить (т.к. многие не получали стипендии). Будучи прилежным студентом, экзаменационную сессию я выдержал достойно, получил повышенную стипендию и, закупив продукты и подарки, приехал домой. Встреча с родными и одноклассниками, посещение вечеров в школе – все это давало уверенность, что закрепление в вузе состоялось.

Коллектив преподавателей Инженерно-физического факультета был сильный. Особенно запомнились на первом курсе лекции по химии. Их читал заведующий кафедрой неорганической химии ЛГУ (где ранее работал Д.И. Менделеев) профессор С.А. Щукарев. Лекции были построены весьма необычно, назвав однажды учебники и тему лекции он переходил к вольной

трактовке, рассказывая по сути об успехах квантовой химии и физики на то время. Первокурсники слушали завороченные необычностью построения, пытались записывать. Так длилось до конца семестра, а затем у нас возник вопрос: а как сдавать экзамен по этому предмету? По программе-то нужно осваивать совсем другой материал. Впрочем, наши страхи оказались напрасными. У меня в билете первый вопрос звучал примерно так: «Вода». Профессор не стал меня долго выслушивать, а спросил: «Вы конечно знаете, при какой температуре замерзает вода». Пришлось вспомнить: 273,16 К (0,01°C) (тройная точка воды). Что я отвечал на другие вопросы – не помню, но высший бал получил. У большинства других студентов были также положительные оценки.



Зачетная книжка Н.А.Ярышева

Из сохранившейся моей зачетной книжки можно извлечь сведения о количестве семестров, в течение которых излагались общеобразовательные дисциплины на Инженерно-физическом факультете в период 1948–54 годов. Высшая математика – 7 семестров, Физика (включая спецсеминар) – 7 семестров, Теоретическая физика – 5 семестров. Блок дисциплин по специальности, куда входили курсы Физическая оптика, Инфракрасная техника, Спектроскопия, Теория теплообмена и др. в зависимости от специализации изучался в течение 2–3 семестров. Можно, конечно по архивным документам восстановить и количество часов, отводимых на каждый из курсов, но уже из приведенного ясно, что подготовка инженеро-физиков велась обстоятельно.

При воссоздании ИФФ в 1974 году эта тенденция была сохранена, а количество дисциплин и их объем пересмотрены с введением новых специализаций.

По отзывам выпускников ИФФ-1 и ИФФ-2 разных лет полученный в ЛИТМО объем знаний позволял быстро адаптироваться на местах работы или перестроиться с учетом новых конкретных требований. В вузе проходили ежегодно студенческие научно-технические конференции. Состав слушателей был разный, но многочисленный, назывались наиболее яркие фамилии докладчиков – студентов и аспирантов.

В конце второго курса стал заманчивым выбор кафедры, где можно было бы испытать свои возможности в самостоятельной работе. По инициативе сокурсника Жени Платунова мы решили обратиться к аспиранту Г. Дульневу. Он охотно откликнулся, побеседовал с нами, рассказал о своей работе, спросил о нашей успеваемости, любимых предметах и предложил создать при кафедре «Тепловых и контрольно-измерительных приборов» студенческий кружок. Первоначально он состоял из 3-4 студентов, затем количество участников возросло. Вскоре состоялось наше знакомство с руководителем кафедры профессором Георгием Михайловичем Кондратьевым, определены темы студенческих работ. Именно этим двум ученым (Г.М. Кондратьев, Г.Н. Дульнев) мы обязаны вступлению в область знаний и собственных исканий, называемую словом «Теплофизика».

Инженерно-физический факультет

В связи с решением сложных программ по обеспечению безопасности государства в ряде вузов страны открылись новые специализированные институты (Физико-технический в Долгопрудном, МИФИ в Москве), и факультеты в вузах Ленинграда, в ЛИТМО, в частности. Их особенностью являлась более углубленная подготовка инженеров по дисциплинам основного цикла (математика, физика, химия) и специальным дисциплинам. С этой целью в ЛИТМО был создан ряд новых кафедр: физическая оптика, инфракрасная техника, рентгенография, электроника и др. Для заведования и преподавания были приглашены профессора и ведущие специалисты из Государственного оптического института (ГОИ). Была организована кафедра теоретической физики.

Первым деканом ИФФ был профессор Дмитрий Борисович Гогоберидзе, а после его ухода в 1948 – 1952 г.г. факультет возглавил профессор Г.М. Кондратьев. Подробная история факультета и деятельность новых кафедр отражена в специальных книгах [1]. Для нас, студентов ИФФ, учеба на этом факультете закончилась, к сожалению, на четвертом курсе в связи с его закрытием, а учебный план был выполнен в сокращенном виде.

Часть студентов были переведены на оптический факультет, а остальные – на радиотехнический. Причина закрытия факультета для нас – студентов внятно так и не была объяснена. Нас, теперь уже будущих инженеров-оптиков

выпустили в 1954 г. с дипломами по специальности «Физическая оптика». Последующие за нами два младших курса оказались более решительными, организовав поездку в Минвуз и потребовав по объему учебных программ сохранить квалификацию «инженер-физик» по специальности. Удивительно для того времени, что с просителями согласились – для трех курсов, включая наш, заменить дипломы на новые (инженер-физик по специальности «физическая оптика»). Мы этому были конечно рады. Ходатаи-студенты отделались выговорами «за нарушение учебной дисциплины».

У многих выпускников ИФФ сохранились теплые воспоминания об учебном процессе и педагогах. Начиная с третьего курса, разрешалось по спец. дисциплинам приносить на экзамены учебники и пособия. Некоторые из нас явно переборщили с этой для университетов классического типа вольностью. Я, сдавая на пятом курсе дисциплину «Спектроскопия», не постеснялся принести с десятков руководств и справочников и разместил их на первом ряду столов. Экзаменатор, он же заведующий кафедрой, никаких замечаний мне не сделал, но умело перевел разговор с атомных на молекулярные спектры. Воспользоваться принесенными книжными знаниями не удалось, но урок я получил, хотя в итоге была «пятерка».

В современных изданиях ИТМО выпущена памятная книга о выдающемся ученом, дважды лауреате Государственной премии, профессоре В.К. Прокофьеве.

Нам зачитали в сокращенном виде основное содержание курса теоретической физики профессора, будущие академики и лауреаты Госпремий Б.И. Степанов и М.А. Ельяшевич. Восстановленный курс «Физической оптики» читал профессор А.А. Гершун. На двух упомянутых выше кафедрах преподавали доценты, впоследствии профессора, И.М. Нагибина и Г.М. Городинский; курс по инфракрасной технике вел профессор М.Л. Вейнгеро́в. Все эти ученые внесли весомый вклад в наше образование [1].

О сокурсниках

В выпускном фотоальбоме на меня смотрят молодые лица выпускников 1954 года. Вспоминаются наши студенческие вечера, скромные застолья, последующие встречи в командировках и приезды в Ленинград. Сейчас, в 2010 году, большинство моих однокурсников перешагнуло рубеж восьмидесятилетия, многие покинули нас, число контактов уменьшилось.

Прежде всего, о нашей маленькой группе, состоящей из восьми парней, отношения между которыми сохранялись десятилетиями.

Подготовка шла по трем кафедрам физической оптики, инфракрасной техники и теплофизики. Их фотографии и краткий послужной список перед вашими глазами.



Студенческая группа – из альбома выпускника

На фотографии выпускной студенческой группы (справа налево): Г.Г. Стрижов, Е.Н. Малеев, Э.М. Семяшкин, Е.С. Платунов, Н.А. Ярышев, И.Н. Облапохин, О.А. Сергеев, Ю.В. Порошин (вверху).

Игорь Николаевич Облапохин после завершения обучения в ЛИТМО был распределен в Москву в ЦКБ «Геофизика», где трудился в течение пятидесяти лет. Успешно занимался метеорологическими вопросами моделирования процессов лучистого теплообмена Земли и Солнца и проектированием имитационного оборудования. Удостоен правительственных наград: Заслуженный конструктор РФ, орден «Знак Почета». Он автор 23 научных работ, патентов и изобретений. Скончался в 2009 г.

Два моих сокурсника Порошин Юрий Васильевич и Малеев Евгений Николаевич были направлены на работу вначале в город Красногорск Московской области, а затем в 1955 г. в г. Москву и еще через год по переводу в Ленинград в Государственный оптический институт (ГОИ). Занимались исследованием и разработкой приборов инфракрасной техники.

Ю.В. Порошин защитил в 1970 г. кандидатскую диссертацию и работал до выхода на пенсию в должности старшего научного сотрудника. Е.Н. Малеев закончил аспирантуру у профессора М.Л. Вейнгерова и до своей кончины в 2006 г. продолжал работать в ГОИ.

Геннадий Геннадьевич Стрижов родился в 1929 г. в городе Рыбинске, в 1948 г. окончил среднюю школу и в этом же году поступил в ЛИТМО на ИФФ. В 1954 г. с отличием окончил вуз по специальности «физическая оптика» с присвоением квалификации «инженер-физик» и был направлен в город Красногорск Московской области, где проработал 2 года. Затем по приказу Минобронпрома переведен в составе группы сотрудников в Москву на предприятие, которое несколько раз меняло свое название и в настоящее время называется ФГУП НПП «Геофизика-Космос».

С 2000 года – на пенсии. Занимался разработкой, испытаниями и внедрением в серийное производство разного рода оптико-электронных приборов ориентации и навигации для систем управления ракетно-космических комплексов. За работу в этой области имеет государственные награды: Заслуженный конструктор РФ, орден Ленина и почетное звание Лауреата Ленинской премии.

Создание новых приборов в коллективном творчестве – интересное направление деятельности. Объем полученных в ЛИТМО знаний позволял совершенствовать и накапливать их в общении с коллегами. Тепло вспоминает руководителя Сергея Михайловича Николаева, который сказал: «Учить вас здесь некому. Буду помогать» и помогал.

В 1968 г. Г.Г. Стрижов был назначен заместителем главного конструктора комплекса по научной работе и разработке высокоточных и высокочувствительных оптико-электронных приборов. В 1978 г. подключен к проектированию звездно-солнечного прибора для системы «Буран», который использовался в первом полете аппарата. В последствии из-за отсутствия финансирования это направление работ было закрыто.

При поездках в Москву я с Геннадием Геннадьевичем обязательно общался, и наша дружба не прекращается.

Эрий Максимович Семяшкин закончил аспирантуру у профессора Г.М. Кондратьева, затем после защиты в 1959 г. кандидатской диссертации стал доцентом кафедры теплофизики. В соавторстве с Г.Н. Дульневим им написана и в 1968 г. издана книга «Теплообмен в радиоэлектронной аппаратуре». Руководил после перехода в НПО «Коминтерн» лабораторией по исследованию тепловых режимов радиоэлектронных устройств. В течение многих лет до его кончины в 1990 г. между нами, а в последствии и семейно, поддерживались дружеские отношения.

Николай Николаевич Тарновский (род. в 1929 г.) в состав студенческой группы не входил, так как был переведен на Радиотехнический факультет. Семья отца была в эвакуации в гор. Уфа. В 1943–1944 г. Н.Н. Тарновский

работал лаборантом исследовательского цеха на заводе №26. В 1948 г. в Ленинграде окончил с золотой медалью среднюю школу и поступил на Инженерно-физический факультет ЛИТМО. В 1954–1955 гг. был командирован на курсы физики в Московский университет, а в 1955г. поступил в аспирантуру ЛИТМО, которую закончил в 1962 г., получив степень кандидата технических наук. В 1957–1973 гг. работал на кафедре Теплофизики в должности инженера, старшего научного сотрудника, доцента. В 1971 г. совместно с Г.Н. Дульневым была издана книга «Тепловые режимы в радиоэлектронной аппаратуре».

В 1973 г. перешел на работу в НИИ телевидения, где занимался исследованием тепловых режимов объектов радиоэлектроники до 1999 г.

С 1999 г. и по настоящее время – старший научный сотрудник в филиале ЦНИИ «Комета».

Награжден медалями «Ветеран труда», медалями в честь 50-, 60-, и 65-летия победы в Великой Отечественной войне, и медалями в память 250-летия Ленинграда и 300-летия Санкт-Петербурга.

В Федерации космонавтики России награжден медалями имени Ю.А. Гагарина, имени П.Ф. Брацлавца, присвоено почетное звание «Заслуженный создатель космической техники». Н.Н. Тарновский автор и соавтор 50 работ и двух книг.

Другим сокурсником был Олег Александрович Сергеев доктор технических наук, профессор.

Он в детстве перенес полиомиелит, прихрамывал и ходил с палкой, выделялся в среде студентов своей общительностью и остроумием. После окончания в 1954 г. ЛИТМО он был распределен в технологический отдел ГОИ и несколько лет специализировался в процессах обработки оптических деталей, где и защитил кандидатскую диссертацию, однако связей с кафедрой тепловых приборов ЛИТМО не прерывал. Борис Николаевич Олейник, бывший аспирант Г.М. Кондратьева, а затем заместитель директора всесоюзного института метрологии им. Д.И. Менделеева (ВНИИМ) предложил О.А. Сергееву возглавить в этом НИИ лабораторию теплофизических измерений. В итоге в распоряжении теплофизиков появился большой набор образцовых мер и разработаны методики метрологической аттестации теплофизических приборов. В середине 70-х годов по результатам этих работ О.А. Сергеевым была защищена докторская диссертация.

В дальнейшем после переезда в Москву им были написаны несколько книг.

Упомянутая выше болезнь ухудшила его здоровье и приковала к постели; в 2001 году он скончался.

Мы, его товарищи, сожалеем об этой утрате. Сейчас последователи и ученики активно продолжают начатое О.А. Сергеевым дело.

С Евгением Степановичем Платуновым я познакомился в первый же год нашей студенческой жизни, так как мы оба учились на одном факультете в параллельных студенческих группах, и даже оказались в соседних комнатах общежития. Он приехал в Ленинград из глубокой провинции, был поглощен учебными проблемами и медленно привыкал к городскому образу жизни. Позже я узнал, что он был старшим ребенком в многодетной крестьянской семье, его отец вернулся с фронта инвалидом. Малой родиной у него была маленькая деревенька в Уржумском уезде Вятской губернии (ныне Кировская область).

Со второго курса мы стали жить с ним в одной комнате. Питались и одевались в основном на свои стипендии. Повышенная стипендия составляла 400 рублей, для каждого из нас оставалась не пустым звуком, а вполне материализованным стимулом к усердию в учебе по каждому предмету.

Женя Платунов, начиная с первого семестра и на все студенческие годы, оставался круглым отличником. Со второго курса его стали привлекать к активной общественной комсомольской работе, даже избирали членом институтского комсомольского комитета, а затем секретарем комсомольской факультетской организации.

С третьего курса и до окончания института он, как отличник и активный общественник, являлся Сталинским стипендиатом, после чего даже смог изредка материально помогать посылками с сахаром своим младшим сестренкам, родившимся после окончания войны (деревня в те годы многого не имела).

На третьем курсе, как упоминалось выше, при кафедре тепловых приборов был организован студенческий кружок, куда вошли Женя Платунов, Олег Сергеев, Эрик Семяшкин и я, Коля Ярышев. Вскоре мы стали завсегдатаями кафедры, проводили на ней все свободное от занятий время, наивно полагая свою причастность к большой науке. Численный состав кафедры тогда был по сегодняшним меркам удивительно скромным. Помимо заведующего Г.М. Кондратьева на ней был один механик, два лаборанта, инженер НИСа и несколько аспирантов (среди них А.Ф. Бегункова, Л.А. Комкова, а чуть позднее Г.Н. Дульнев, А.И. Лазарев и Б.Н. Олейник). Г.М. Кондратьев одновременно возглавлял отдел тепловых измерений во Всесоюзном научно-исследовательском институте метрологии имени Д.И. Менделеева и незадолго до этого получил Сталинскую премию за создание основ теории регулярного теплового режима. Свою знаменитую монографию «Регулярный тепловой режим» он завершал писать, как говорят, уже на наших глазах.

Наши студенческие опусы продолжал курировать Г.Н. Дульнев. Несколько позже наши первые статьи даже были опубликованы в сборнике

научных студенческих работ. В 1953 году мы выбрали себе темы дипломных работ. На них в учебном плане отводилось 6 месяцев. Женя выбрал себе для дипломной работы тему, предложенную одним из стекольных заводов. Она была связана с совершенствованием процесса заделки автомобильных стекол. Впоследствии она стала основой для его кандидатской диссертации.

При распределении на работу на Платунова «положило глаз» Министерство оборонной промышленности. Попытки Г.М. Кондратьева распределить его к себе на кафедру успехом не увенчались. Научными работами в Государственном Оптическом институте руководил тогда академик А.Н. Теренин и от личной письменной просьбы Г.М. Кондратьева отмахнулся. Поэтому три года ему пришлось работать в ГОИ в лаборатории научной фотографии, участвуя как физик-оптик в экспериментальных взрывах разных моделей атомных бомб и при испытании первых реактивных ракет дальнего действия. Параллельно с этим под руководством Семена Григорьевича Гренишина первым в нашей стране экспериментально реализовал ксерографический способ получения оптических полутонковых и штриховых печатных снимков.

В 1957 году, когда усилиями Г.М. Кондратьева при нашей кафедре в ЛИТМО Министерство высшего образования открыло одну из первых в стране проблемных лабораторий, Женя вернулся на кафедру и активно проработал на ней до 1975 года. За эти годы уже в «ранге» Евгения Степановича Платунова он прошел на кафедре путь от инженера и ассистента до профессора, доктора технических наук и получил известность специалиста в области теплофизических измерений. Собрал вокруг себя молодых учеников и вместе с ними создал оригинальную группу динамических методов и приборов, позволивших изучать теплофизические свойства материалов в широкой области температур, от жидкого азота до 2500 К.

В 1975 году, через 5 лет после защиты докторской диссертации, Е.С. Платунов перешел вместе с учениками работать в Ленинградский технологический институт холодильной промышленности (ныне Санкт-Петербургский государственный университет низкотемпературных и пищевых технологий, СПбГУНиПТ) на должность заведующего кафедрой физики, где при поддержке Министерства приборостроения открыл при кафедре отраслевую научную лабораторию по динамическим методам теплофизических измерений. С 2002 года отошел от административных забот и продолжает работать на кафедре физики в должности профессора. За годы работы в СПбГУНиПТ вокруг Е.С. Платунова на кафедре Физики сформировалась самостоятельная научная школа в области низкотемпературных приборов научного назначения. По ее разработке в 70–80-х годах в стране был организован промышленный выпуск более 500

теплофизических приборов научного назначения. Среди прямых учеников Е.С. Платунова сейчас 9 докторов наук и более 30 кандидатов наук. Он является автором и соавтором семи учебников по физике и теплофизическим измерениям, трех монографий по теплофизике и словаря-справочника по физике.

За научные заслуги в 1998 году указом Президента России Е.С. Платунов получил почетное звание «Заслуженный деятель науки РФ», в 2005 году был избран академиком Международной академии холода, а в 2006 году указом Президента награжден орденом Почета.

Уместно отметить, что Евгений Степанович Платунов является прадедом и главой большой семьи, его старший сын Алексей в 2010 г. защитил докторскую диссертацию. Жена, оба сына и внучка в свое время закончили ЛИТМО.

Наша дружба и общение с Е.С. Платуновым продолжается свыше шестидесяти лет.

Основная группа студентов ИФФ (выпуск 1954 г.) специализировалась по физической оптике и спектроскопии. Автор данных воспоминаний приносит им свои извинения, что по причине ограничения объема книги и трудности сбора данных по Москве и регионам бывшего Союза пришлось ограничиться краткой выборкой персоналий.

Бесспорно, наиболее яркой фигурой здесь был Юрий Николаевич Денисюк (1927–2006), академик РАН, ученый мирового уровня, отмеченный высшими почетными наградами и премиями за успехи в области голографии. В 1962 г. им был предложен и реализован голографический метод с записью в трехмерных средах (Ленинская премия, 1970 г.).

В 1982 и 1989 гг. научные труды Ю.Н. Денисюка были отмечены государственными премиями; он был избран почетным членом Фотографического королевского общества Великобритании и удостоен премии Р. Вуда Американского оптического общества.

Бахшиев Николай Георгиевич, доктор физико-математических наук, профессор, заслуженный деятель науки Российской Федерации, много лет работавший в ГОИ и на химическом факультете Санкт-Петербургского университета. Автор ряда монографий по молекулярной спектроскопии.

Рожков Виктор Андреевич, доктор геологии, работал в НПО «Союз» до ухода на пенсию. Со студенческих времен у него было плохое зрение. Сейчас он, несмотря на полную потерю зрения, продолжает работать и генерировать идеи.

Многие стали кандидатами наук, руководителями лабораторий, среди них Мотовилов Олег Александрович (1930–1976), лауреат Государственной премии по многослойным интерференционным покрытиям.



Ярышев Н.А. на кафедре Теплофизики в Доме учителя. 1958 г.

Дикань Евгений Иванович, главный оптик Красногорского оптического завода, много сделавший для создания и внедрения в производство уникальных технологических процессов и обеспечивший создание новейших образцов техники.

К моменту защиты дипломов об окончании вуза образовалось много семейных пар, внесших трудовой вклад в развитие научно-технического прогресса (Г. и Н. Бахшиевы, Е. и Н. Березины, В. и Р. Есины, М. и Б. Ефимовы и др.). По инициативе группы выпускниц (Ирина Федоровна Постникова, Галина Васильевна Денисюк, Людмила Николаевна Петошина) были организованы встречи выпускников ИФФ ЛИТМО 1954 г., которые регулярно продолжаются в течение 14 лет (с 1995 по 2009 гг.).

Характерно следующее: никто не жалуется на трудности жизни, в разговорах и оценках каждый считает, что жизнь прожита не зря и каждый внес свой посильный вклад. В первые годы на встречи приходило свыше 30 петербуржцев, сейчас (время неумолимо) – всего 15–17 человек; подавляющее большинство участников преодолело рубеж восьмидесятилетия.

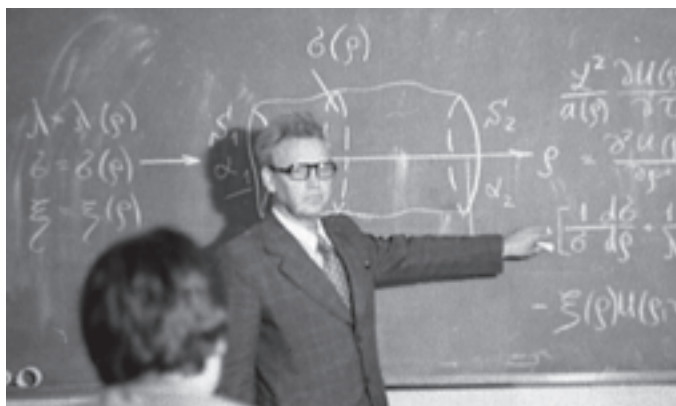
Из этой группы продолжает работать в нашем университете Л.Н. Капорский.

Кафедра Теплофизики

Кафедра Тепловых приборов постоянно испытывала дефицит учебной нагрузки и это сдерживало ее развитие. После кончины Г.М. Кондратьева Г.Н. Дулевым были предприняты энергичные меры по организации новой кафедры, которая бы выпускала специалистов по обеспечению надежного функционирования тепловых режимов в различных областях приборостроения. Эта инициатива была поддержана московскими теплофизиками (д.т.н., профессором Вукаловичем М.П., чл.-корр. АН СССР Новиковым И.И. и др.). Был составлен учебный план, с учетом плана кафедры Инженерной теплофизики Московского энергетического института и Инженерно-физического факультета ЛИТМО (к тому времени закрытого).

Общеобразовательный и специальный циклы дисциплин создавались заново. На первых порах, в частности по курсу «Гидрогазодинамика», нам помог профессор И.П. Гинзбург, работавший в Ленинградском государственном университете и «Военмехе». Молодым доцентам пришлось осваивать новые дисциплины, разрабатывать программы курса «Математическая физика» для кафедры Высшей математики и др.

Время показало, что новая кафедра Теплофизики с 1965 года успешно справляется с педагогическими и научными задачами сегодняшнего дня, выпуская инженеров-теплофизиков, магистров и специалистов высшей квалификации.



Н.А. Ярышев на семинаре на кафедре Теплофизики. 1971 г.



Аспирант Акаев Аскар (впоследствии - первый президент Кыргызстана, иностранный член Российской Академии наук) защищает кандидатскую диссертацию на заседании диссертационного совета факультета Оптико-электронного приборостроения. Справа среди членов совета – Н.А. Ярышев. 1972 г.

В 2003 году была выпущена книга, где подытожены результаты деятельности представителей научной школы Кондратьева – Дульнева и кафедры Теплофизики [2].

С 1995 года кафедрой, которая сегодня называется Компьютерной теплофизики и энергофизического мониторинга, руководит ее выпускник д.т.н., профессор, академик Международной академии холода Александр Васильевич Шарков.



Профессора Н.В. Пилипенко и Н.А. Ярышев на семинаре кафедры КТиЭМ. 2000 г.



Встреча выпускников Инженерно-физического факультета. 2007 г.

Возрождение ИФФ

В 1974 году ректором ЛИТМО стал заведующий кафедрой Теплофизики профессор Г.Н. Дульнев. Одним из его первых деяний было восстановление в вузе Инженерно-физического факультета. Первым его деканом стала профессор И.М. Нагибина (1976-1977 гг.). По сравнению с прежним ИФФ состав его кафедр был расширен. Выросло новое поколение педагогов и научных работников [1], оформились новые направления подготовки студентов (Лазерная физика и техника, Оптиковолоконные каналы связи, Лазерные технологии), создана новая кафедра Теоретической физики,



Стенд по истории создания ИФФ

началось внедрение вычислительной техники в учебном процессе. В проблемных и отраслевых научных лабораториях (кафедры Лазерной физики, Теплофизики, Электротехники) проводились серьезные исследовательские работы.

Мое пребывание в качестве декана ИФФ было относительно не долгим (1978-1980 гг.). Главная задача – не мешать, а поддерживать инициативу коллективов кафедр возродившегося ИФФ.

После моего перехода на должность проректора ЛИТМО деканами ИФФ были профессора И.К. Мешковский, Э.Д. Панков и В.Т. Прокопенко. В настоящее время факультетом руководит профессор Геннадий Николаевич Лукьянов.

К 60-летию юбилею создания Инженерно-физического факультета Научно-образовательный центр «Музей истории СПбГУИТМО» (директор центра доцент Мальцева Н.К.) подготовил стенд с отражением основных этапов развития факультета, изображение которого приводится на стр. 272.

РАЗВИВАЯ КАФЕДРУ ФИЗИКИ

В 1973 г. по приглашению коллектива кафедры Физики после некоторых колебаний я согласился перейти на эту общеобразовательную кафедру, и был избран ее заведующим. Интерес к физике, как таковой, у меня сохранился, поменялся и запас литературы по физике (учебной, научно-популярной, включая историю творцов физической науки).

В процессе работы на кафедре Теплофизики чувствовалась недостаточность базовых знаний по основным разделам физики. Мне казалось, что чтение лекций по общему курсу физики позволит упорядочить и углубить эти знания и освоить методологию их изложения в общем курсе физики.

С тех пор прошло 37 лет, из которых 29 я был руководителем кафедры. В целом кафедра Физики была на уровне аналогичных кафедр других ведущих вузов. Здесь трудились педагоги двух-трех поколений, которые качественно выполняли учебные задачи.

Долгие годы в Ленинграде действовал городской Совет по физике, проводились регулярные встречи на заседаниях (обсуждение всего спектра учебных вопросов, заслушивание лекций по современным направлениям развития теории и прикладным задачам физики, приглашались руководители общественного совета по физике). Особый колорит и настроение создавало то, что эти заседания проходили в помещениях высококняжеского дворца на набережной Невы, где располагается Дом ученых.

У меня осталось неизгладимое впечатление от двадцатиминутной лекции профессора Стивена Хокинга, выдающегося физика-теоретика, занимающегося теорией гравитации, общей теорией относительности, сингулярностям в ОТО (гравитационный коллапс, черные дыры). Поражает сила его духа, стойкость служения физике в условиях тяжелой болезни, когда синтезирование речи производится на специальном компьютере при управлении только слабыми движениями двух пальцев руки практически при лежачем положении. Из набитого до отказа Дубового зала Дома ученых под аплодисменты аудитории он был вынесен слушателями Военно-инженерного училища. Несколько научно-популярных книг, написанных Хокингом в соавторстве, я видел в продаже в домах книги и технической книги.

Проводились взаимные встречи и с коллективами кафедр ведущих технических вузов города Ленинграда.

Министерство высшего и среднего специального образования СССР раз в пять лет проводило совещания заведующих кафедрами физики в лучших вузах Москвы. По инженерно-техническим институтам это была внушительная аудитория (до 200 чел.). Приглашались ведущие



Коллектив кафедры Физики. 1980 г.

ученые-физики из институтов АН СССР, классических университетов, где ставились интересные обзорные доклады по научным и прикладным проблемам физики. Участником таких совещаний, где докладчиками были и непосредственные представители регионов, я был четыре раза (Инженерно-физический институт, Физико-технический институт в Долгопрудном в 1988 году). Больше они в таких масштабах не проводились, хотя в них было много положительного.

Коллектив кафедры Физики ЛИТМО встретил меня благосклонно, и я испытываю искреннюю благодарность ко всему составу преподавателей и вспомогательного персонала. За треть века на кафедре было проведено несколько модернизаций учебно-лабораторного практикума, о содержательности которого хорошо отзывались педагоги вплоть до министерских представителей.

Одна из важнейших обязанностей заведующих образовательными кафедрами это формирование качественного преподавательского состава и поддержание нормальных трудовых взаимоотношений между персоналом сотрудников.

Обновление состава преподавателей и повышение их учебно-научного уровня является сложной задачей руководителя в рамках жесткого ограничения штатных возможностей и соответствующего контроля этого



Сотрудники кафедры Физики (слева направо) С.К. Стафеев, Ю.В. Жданов, А. В. Смирнов, Н. А. Ярышев. 2001 г.



Заведующий кафедрой Физики профессор Ярышев Н.А. рассказывает о работе кафедры представителям Министерства высшего и среднего специального образования СССР. Слева направо: второй – Ярышев Н.А., четвертый – Дульнев Г.Н., пятый – министр Елютин В.П. 1981 г.

процесса со стороны руководства деканатов, ректората и общественных организаций. Оглядываясь во времени назад, осмелюсь высказать мнение, что в целом кадровое обновление не вызвало резких потрясений, хотя обиды со стороны отдельных преподавателей, полагаю, были. Для педагогов ранга кандидатов и доцентов, процесс был менее болезненным: давалось право на их работу на должности в объеме 25% нормативной оплаты

труда, что позволяло оставаться в коллективе кафедры при ежегодном переоформлении. При каждом перемещении и увольнении проводилась беседа и объяснение причин принятия такого решения.

За истекшие годы и десятилетия состав кафедры естественно изменился, количество преподавателей со степенями и званиями достигло 90%. Оправдал себя принцип подбора молодых преподавателей потенциально способных решать стоящие перед кафедрой задачи. К концу девяностых годов последовательно повысили свой статус многие молодые преподаватели, прошедшие соответствующий отбор по своим деловым и нравственным качествам; число докторов и профессоров (включая приглашаемых совместителей из госуниверситетов работающих на неполной ставке) превысило 10.

Я с удовольствием перечисляю их фамилии: А.В. Сечкарев и его ученики: Ю.Л. Колесников и В.Н. Бегер, а также С.А. Козлов, С.К. Стафеев, К.Р. Симовский, Б.А. Федоров, М.Г. Томилин, Ю.А. Балашин, Е.И. Бутиков.

Сложился крепкий коллектив: доценты А.А. Королев, А.В. Смирнов, К.К. Боярский, Т.Д. Колесникова, В.Г. Николаев, Б.В. Павлов, А.Ф. Бегункова, В.В. Сологуб, В.В. Трунев, Г.Л. Башнина, Л.М. Виноградова, В.Л. Володькина, В.В. Попов, В.М. Соловьев и старший преп. С.А. Курашова; имеется крепкий резерв молодых преподавателей: доценты А.А. Зинчик, И.В. Мельчакова, О.Ю. Шевченко, Е.В. Васильева и И.Г. Смирнова, а также ассистенты Я.Б. Музыченко, О.Б. Прищепенко и Т.В. Шеламова, оказавшая большую помощь мне при подготовке этой книги.

Активно участвуют в организации учебного процесса кафедры заведующий лабораторией Н.И. Стешенко, ведущие инженеры Г.Н. Богданова, Т.М. Горбунова, Н.И. Матвеева и программист Г.А. Голубева.

Находятся на пенсии доценты Г.А. Соболева, И.А. Никитина, О.В. Минин, В.А. Комаров, старшие преподаватели Т.Н. Голованова, В.Л. Володькина, Н.Н. Заровная, ведущий инженер Н.А. Воробьева, зав. лабораторией В.С. Седова. Всем этим преподавателям я благодарен за многолетнее сотрудничество и помощь. К сожалению, ушли из жизни А.В. Сечкарев, В.Н. Бегер, И.И. Вассерман, А.Ф. Бегункова, В.В. Трунев, Ю.Д. Корнюшкин, И.В. Павлова, А.Махов, С.В. Уточкин, А.Я. Вятский, Л.А. Гаваллас.



*Заведующий кафедрой
Физики, д.ф.-м.н., профессор
Вятский Алтер Яковлевич.
1956 г.*

Считаю необходимым напомнить, что кафедра Физики (как и кафедра Теплофизики) были «поставщиками кадров» в высшее звено управления университета и факультетов. Так, сегодня сотрудники кафедры д.ф.-м.н., профессор Колесников Ю.Л. является проректором по учебно-организационной и административной работе, д.т.н., профессор Стафеев С.К., с 2002 г. успешно руководит кафедрой Физики и возглавляет Естественнонаучный факультет, д.ф.-м.н., профессор Козлов С.А. является деканом факультета Фотоники и оптоинформатики и заведующим кафедрой Фотоники.

Важную роль выполняли и выполняют инженеры кафедры, без которых было бы трудно создавать и поддерживать лабораторную базу, проводить тестирование студентов и успешно вести учебный процесс по физике для студентов первого и второго курсов всего университета. В течение многих лет учебной лабораторией кафедры Физики заведовал Юрий Васильевич Жданов (1938-2009), военный моряк, капитан второго ранга, который за время службы прошел на военных кораблях более 200 тысяч миль. Он был любимцем сотрудников кафедры, выполнял обязанности председателя совета ветеранов университета.



Ю. В. Жданов, Н. А. Ярышев

Аспирант профессора К.Р. Симовского – П.А. Белов в 2003 году защитил кандидатскую диссертацию, а 24 ноября 2010 года решением Диссертационного совета нашего университета рекомендован Высшей аттестационной комиссией для присуждения степени доктора физико-математических наук. Павел Александрович Белов был удостоен премии Президента Российской Федерации за 2009 год в области науки и инноваций для молодых ученых. Премия присуждена за выдающийся вклад в развитие



*Ведущий научный сотрудник СПбГУ ИТМО,
выпускник 2000 года Павел Александрович Белов,
лауреат премии Президента Российской Федерации,
принимает поздравления Президента Российской Федерации
Дмитрия Анатольевича Медведева*

физики метаматериалов и разработку устройств передачи и обработки изображений со сверхразрешением, ему – 32 года!

В 2008 году под руководством профессора С.К. Стафеева (при поддержке инновационной образовательной программы университета) был открыт Музей оптики (расположен в здании СПбГУ ИТМО по Биржевой линии, д. 14), который объединил в себе две экспозиции: одну – по истории развития этого раздела физики; вторую – современного действующего оборудования, используемого в области оптических технологий.

Основные идеи, заложенные в концепцию Музея оптики, можно сформулировать таким образом: чередование иллюзий, оптических фокусов и парадоксов с серьезными научными проблемами и объяснениями оптических феноменов. В Музее проводится широкий спектр мероприятий: от обзорно-просветительских экскурсий до циклов лекционных демонстраций и тематических мастер-классов.

Залы Музея богато иллюстрированы голограммами шедевров мирового искусства. При этом экскурсанты могут, используя индивидуальные фонарики-осветители, расшифровать содержание ряда многоракурсных голограмм и даже определить верные условия освещения элементов для оригинального мозаичного панно, составленного из кусочков голограмм.

Одним из главных экспонатов Музея является созданный в Советском Союзе под руководством академика Г.Т. Петровского знаменитый каталог Аббе – коллекция практически всех существовавших тогда оптических стекол от легчайших кронов до сверхтяжелых флинтгов.

Каталог размещен на фоне фрески, созданной по мотивам средневековых гравюр и представляющей собой основные этапы стеклоделия. Каталог установлен на специальном трехуровневом основании, каждое стекло укреплено в индивидуальной оправе и подсвечено светодиодной линейкой с возможностью изменения цвета.



Каталог Аббе в Музее оптики

А последней приятной новостью стало то, что коллектив сотрудников нашего университета получил Премию Правительства Российской Федерации в области образования за 2010 год в номинации Внедрение инновационных разработок в сфере образования за проект «Разработка концепции развития образовательных центров науки и для школьников и создание в Санкт-Петербурге интерактивной экспозиции «Музей оптики»».

У РУЛЯ УЧЕБНОЙ И УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЙ РАБОТЫ ЛИТМО

В 1980 году меня утвердили проректором по учебной работе.

Предшественником в этой должности был Леонид Федорович Порфирьев, поступивший в наш институт в 1948 году, но волею обстоятельств (он был на 10 лет старше нас, прошел Отечественную войну) сменил будущую гражданскую деятельность на военную. Вернулся вновь в ЛИТМО только в 1971 г., будучи доктором технических наук, профессором, полковником запаса, возглавив кафедру Оптико-электронных приборов.



*Профессор
Л.Ф.Порфирьев*

По инициативе профессора С.П. Митрофанова (ректора ЛИТМО 1961–1974 гг.) в 1970 году наш институт, будучи одним из 33 ведущих вузов Союза, вошел в подчинение Минвуза СССР (вместе с Военно-механическим и Кораблестроительным институтами Ленинграда). Минвуз СССР координировал всю учебную работу, включая определение направлений подготовки инженеров в стране.

Ректор ЛИТМО Г.Н. Дульнев и проректор Л.Ф. Порфирьев начали эту важную работу первоочередно для выпускников по оптическим специальностям. Мне же предстояло ее продолжить. В то время (30 лет тому назад) вся деятельность управления внутри высших учебных заведений регламентировалась знаменитым двухтомником документов Минвуза СССР.

Предложения ЛИТМО сводились к следующему: выпуск инженеров-оптиков должен осуществляться по трем направлениям подготовки с учетом их будущей работы в соответствии с квалификациями – инженер-исследователь, инженер-конструктор и инженер-технолог. Был создан Совет из представителей вузов и представителей промышленности – Ленинградского оптико-механического объединения и Государственного оптического института во главе с его директором членом-корреспондентом АН СССР М.М. Мирошниковым.

Обсуждение содержания трех учебных планов оказалось хлопотным, трудоемким и растянутым во времени. По этой причине ректор ЛИТМО



*Участники совещания-семинара деканов вузов Северо-Запада СССР, проходившего в нашем вузе, ознакомились с лабораториями кафедры Физики
Справа налево – проф. Г.И.Новиков (ректор ЛИТМО с 1986 по 1996 гг.), проректор, проф. Н.А.Ярышев, начальник учебной части, доцент Н.Кармановский.
фото 1983 года*



*Выступление Н.А.Ярышева
на торжественном вечере,
посвященном 100-летию
университета*

Г.Н. Дульнев справедливо высказывал свое недовольствие. Поэтому, скорректировав три учебных плана и отпечатав их, я явился на прием к председателю Совета и сказал, что не уйду из его кабинета, пока он их не утвердит. Со словами «ну что, допекло?» М.М. Мирошников их подписал, и я (не без помощи Леонида Федоровича Порфирьева) сумел их оперативно утвердить в Минвузе.

Внедрение планов в учебную практику подготовки инженеров-оптиков, по нашему мнению, было полезным.

Другое направление деятельности было связано с директивой Минвуза по проведению работы по формированию учебно-методических комплексов (УМК) в течение трех лет до 1985 г.

Проверка состояния и полноты содержания учебно-методической документации выявила весьма неоднозначную картину на разных кафедрах института, поэтому были созданы комиссии на факультетах и определены нормативы по содержанию УМК (наличие учебных программ, учебников и учебных пособий, домашних заданий и пр.) Возникли неизбежные дискуссии и споры, выявилась необходимость написания учебных пособий, особенно на специальных кафедрах. Между тем, задача массового тиражирования рукописных материалов оказалась для вуза трудновыполнимой по ряду причин. Главная из них определялась слабостью внутривузовской издательской базы.

Параллельно стояла, по распоряжению Главпечати, задача укрепления вузовских типографий с обеспечением нескольких (группы) вузов в пределах города или региона. Наши попытки сохранить то малое, что имелось, успехом не увенчались. Вузы-смежники (Ленинградские Кораблестроительный и Военно-механический институты) находились в лучшем положении и формально согласились на объединение, но оно так и не состоялось.



Факультет повышения квалификации. Научно-методический семинар по совершенствованию работы факультета повышения квалификации как учебно-методического центра по изучению и пропаганде достижений науки, техники передового опыта организации социалистического производства. Выступает проректор ЛИТМО, профессор Ярышев Н.А. 22.06.1983 г.



*1997 год. Фотография на память
после очередного заседания ректората.*

*Сидят (слева направо): **А.А. Шехонин**, проректор
по учебно-методической работе; **Г.И. Кузнецов**, проректор по военному
обучению, начальник факультета военного обучения;*

***Н.И. Комяк**, декан факультета точной механики и технологий;
С.А. Родионов, председатель научно-методической комиссии Ученого совета;*

***В.Т. Прокопенко**, декан инженерно-физического факультета;*

***А.В. Демин**, декан оптического факультета.*

*Стоят (слева направо): **М.И. Потеев**, декан факультета
повышения квалификации преподавателей;*

***Н.А. Ярышев**, декан естественнонаучного факультета;*

***А.В. Кириллов**, декан гуманитарного факультета,*

***Н.В. Кострюков**, начальник управления бухгалтерского учета
и финансового контроля, главный бухгалтер;*

***В.И. Цветков**, проректор по капитальному строительству;*

***В.С. Кулагин**, декан факультета вечернего и заочного обучения;*

***В.Б. Карасев**, проректор по научной работе; **В.Н. Васильев**, ректор;*

***Ю.Л. Колесников**, проректор по учебно-организационной
и административной работе; **В.И. Соболевский**, проректор
по хозяйственной работе; **В.Л. Рудин**, проректор по учебной работе;*

***Л.Г. Муханин**, председатель профкома;*

***С.М. Латыев**, председатель административно-финансовой
комиссии Ученого совета; **О.Ф. Немолочнов**, декан
факультета компьютерных технологий и управления.*



*Проректора ЛИТМО В.И. Цветков и Н.А. Ярышев
в спортивно-оздоровительном лагере «Ягодное»*

В целом, здравая идея межвузовских издательских центров не была реализована, а в ЛИТМО типография была закрыта. Только спустя много лет, у университета появилась возможность массового выпуска учебно-методических (и не только) пособий и изданий. Создание же качественного учебно-методического комплекса (непрерывное его обновление и модернизация) не теряет своей актуальности и сегодня.

Еще одна глобальная проблема, стоявшая перед ректоратом в 80-ые годы прошлого века, – расширение площадей вузов. Перед глазами вижу следующую картину: совещание по обсуждению плана капитального строительства учебно-научных корпусов, макеты которых «высотный» и «приземленный» были представлены архитекторами.

Общая экономическая обстановка в стране в то время ухудшалась. Умерив «аппетиты», пришли к варианту строительства лишь корпуса для ИФФ. Разработчики и члены совещания расходились, обсудив все детали, в частности, и состояние нулевого цикла работ.

Время шло, а возможности вуза резко уменьшались. В конечном итоге участок для строительства пришлось уступить более состоятельным заказчикам. Это, однако, уже совсем другая история.

Управление учебным процессом – сложная многоплановая задача, и сейчас она координируется несколькими проректорами.

СОЗДАВАЯ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНЫЙ ФАКУЛЬТЕТ

Повышение статуса нашего вуза до государственного университета потребовало расширения его деятельности по новым направлениям. Одним из них было создание Естественного факультета, и для разработки комплекса документов была создана профессорская группа в составе Дегтярева В.Г., зав. кафедрой Высшей математики; Колесникова Ю.Л., проректора; Стафеева С.К., Потеева М.И., декана факультета повышения квалификации и автора этих строк. Работа этой группы была поддержана Учебно-методическим объединением, курирующим направление подготовки профессионального обучения.

В 1993 году результатом деятельности этой группы было создание Естественного факультета с подготовкой по специальности «Профессиональное обучение. Компьютерные технологии», первым деканом которого стал я.



*Декан ЕНФ, профессор
Н.А. Ярышев на своем
«посту»*

Факультет объединил кафедру Физики, кафедру Высшей математики, кафедру Теоретической механики и физики, впоследствии в рамках факультета была создана кафедра Технологии профессионального образования. В качестве ассоциированных членов в состав факультета входят кафедра Физической химии, волоконной и интегральной оптики, кафедра Инженерной и компьютерной графики, кафедра Лазерной технологии и экологического приборостроения.

Корни естественнонаучного образования уходят в первые годы деятельности нашего учебного заведения, так как во все периоды его деятельности учащиеся (студенты) изучали и физику, и математику, другие базовые дисциплины. Дважды в тридцатые и пятидесятые годы создавались общетехнические факультеты, осуществлявшие подготовку в течение первых двух лет обучения в институте. Но их деятельность не была долговременной.

С 1995 года на ЕНФ помимо реализации базовой физико-математической подготовки для всех студентов Университета осуществляется ряд учебных и исследовательских программ в области современных образовательных технологий. По созданным нами учебным планам на всех курсах факультета

занимаются более 400 студентов – будущих специалистов по применению компьютерных технологий в различных образовательных областях: информатике, математике, физике, экологии, графике.

Деканом факультета с 1997 года был избран профессор С.К. Стафеев.

Выпускники факультета находят себе место, как в государственном, так и в частном секторе экономики. Значительное их число продолжает обучение в аспирантуре нашего Университета. Темы их научных исследований связаны с теорией и методикой создания учебного программного обеспечения, построения систем компьютерного тестирования, управления экспериментом, технических средств обучения, разработки и использования учебных Интернет-ресурсов.

Преподаватели кафедр факультета, в том числе специально созданной кафедры технологий профессионального обучения, прилагают максимум усилий для того, чтобы передать богатый методический опыт молодежи, стимулировать ее к созданию эффективных средств обучения, основанных на самых передовых технологиях: мультимедийных, телекоммуникационных, сетевых, интерактивных и т.п.

Совместно с Федеральным центром тестирования Минобразования России разработан, функционирует и развивается общероссийский сервер тестирования уровня подготовки выпускников общеобразовательных учреждений.

Совместно с Санкт-Петербургским государственным университетом, РГПУ им. А.И. Герцена, Санкт-Петербургской государственной медицинской академией для учащихся общероссийской Телешколы мы создали систему сетевой обратной связи – www.teleschool.ru, teleschool.spb.ru. Этот проект направлен на возрождение учебного телевидения в России. Но теперь оно основано на спутниковых и кабельных телекоммуникационных каналах и предусматривает ежемесячное проведение контрольных работ и лабораторного практикума по всем учебным дисциплинам 10-х и 11-х классов в режиме удаленного доступа.

В вузах 16 городов России используется комплект учебного оборудования ОМЕГА. Это – модульный конструктор лабораторного практикума по волновой и квантовой оптике курса общей физики. Его аппаратно-программное обеспечение включает в себя модули обработки цифровых дифракционных и интерференционных изображений и поддерживается образовательным сервером ОПТИКА – в сетевом режиме.

Кафедры ЕНФ активно сотрудничают с Учебным центром Федерации Интернет-образования, созданном на базе нашего Университета, и Центром дистанционного обучения Университета. В процессе этого сотрудничества реализуются программы подготовки молодых педагогов по курсу «Информатика», читаются лекции и ведутся практические

занятия по программе, финансируемой компанией ЮКОС; создается учебно-методическое наполнение системы дистанционного обучения по дисциплинам естественнонаучного и профессионально-педагогического циклов. Широко известна деятельность Детского компьютерного клуба кафедры инженерной и компьютерной графики. Эта кафедра входит в состав факультета точной механики и технологий, но одновременно является ассоциированным членом ЕНФ. Кафедра ведет подготовку дизайнеров-педагогов.

Студенты и преподаватели нашего факультета приняли участие в реализации городского проекта по наполнению Санкт-Петербургской образовательной сети и создали ее модуль. На факультете проводятся ежегодные научно-практические конференции студентов и аспирантов «Информационные технологии в образовании». В апреле этого года состоялась уже четвертая такая конференция. Студенты факультета второй год подряд оказываются одними из лучших на всероссийских олимпиадах по профессиональной педагогике, сами организуют и проводят заочный Интернет-сектор этих испытаний.

Студенты ЕНФ – постоянные авторы журналов «Компьютерные инструменты в образовании», «Террабайт», «Высший класс», «ПроФИнфо». Удачной формой реализации внеучебной деятельности студентов факультета стала Студенческая кафедра, созданная по инициативе кафедры технологий профессионального обучения и недавно отметившая свое пятилетие. Совместно с факультетом повышения квалификации преподавателей разработаны и внедрены учебные программы дополнительного образования для получения квалификации «Преподаватель высшей школы». Преподаватели Университета, а также сторонние слушатели имеют возможность, обучаясь на ФПКП, познакомиться с самыми передовыми методиками ведения образовательного процесса, убедиться в несомненных преимуществах новых форм подачи учебного материала.

Наконец, в рамках курсовых и дипломных проектов, профессиональных и педагогических практик студентами факультета поставлен и решен ряд локальных образовательных задач. В результате этого созданы три учебно-информационных компакт-диска, проведены обзорные курсы по математическим, астрономическим и экологическим образовательным ресурсам глобальной сети; выполнены работы по Интернет-аддикции и математической лингвистике; разработан учебный сайт для абитуриентов; спроектировано устройство для тестирования знаний на основе Palm-компьютеров и многое другое.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Шестьдесят лет я учился, работал и служил при семи ректорах в Санкт-Петербургском государственном университете информационных технологий механики и оптики (по старому ЛИТМО).

Первого из них, Сергея Александровича Шиканова, мы видели издали на демонстрациях, торжественных заседаниях и собраниях. Второй, Владимир Петрович Коротков, из-за краткости его работы в ЛИТМО не запомнился, студенты его практически не видели.

К третьему директору, – Александру Александровичу Капустину я явился и «обрадовал» его сообщением о своей женитьбе и возможности проживания в общежитии, на что получил согласие.

Четвертого ректора, Сергея Петровича Митрофанова, однажды подвел, отказавшись на утверждение Министерства высшего образования поехать преподавать в Африку, не владея французским языком, о чем ему немедленно позвонили. По слухам он сказал, что таких преподавателей надо увольнять из вуза. Однако этого не случилось и, спустя годы, у нас были хорошие отношения.

С пятым ректором, Геннадием Николаевичем Дульневым, у меня были многолетние творческие отношения на кафедре теплофизики, которой он руководил, затем, когда меня утвердили в должности проректора по учебной работе, были практически ежедневные рабочие контакты и дискуссии, что не мешало взаимному общению после ухода с административных постов.

Годы и условия ректорства Геннадия Ивановича Новикова (1986–96 гг.) в истории вуза были, пожалуй, самыми неустойчивыми и тяжелыми, что соответствовало общей обстановке в России в целом. Не было ясности с перспективами развития высшей школы, специальностями, штатами и зарплатами. Тем не менее, при формировании учебных планов было получено согласие Г.Н. Новикова на утверждение общей часовой нагрузки курса физики объемом 324 академических часа и четырехсеместрового чтения лекций. Для меня как заведующего кафедрой это было важно.

Седьмым и ныне действующим ректором является Владимир Николаевич Васильев, выпускник Ленинградского политехнического института. Ректору В.Н. Васильеву удалось в результате активнейшей работы реорганизовать институт в университет (буквально «впрыгнуть в отходящий поезд»). Последующие годы стали годами реального закрепления и признания высокого статуса вуза в системе технических университетов не только России, но и за рубежом [1].

Заканчивая свои воспоминания, я желаю всему коллективу, руководству, профессорам и преподавателям, научным сотрудникам, аспирантам и студентам доброго здоровья и больших успехов в поддержании и дальнейшем развитии нашего вуза как Национального исследовательского университета России!



В 1959 году я женился на Элеоноре Евгеньевне, студентке 4 курса факультета точной механики и оптики ЛИТМО.

В 2009 году мы отметили 50-летний юбилей совместной жизни.

У нас есть сын – Сергей Николаевич, который, как это часто бывает, закончил ИФФ нашего университета, здесь же аспирантуру, защитил диссертацию на степень кандидата технических наук и сейчас работает доцентом кафедры Оптико-электронных приборов и систем.

На фотографии семья Ярышевых: Николай Алексеевич, Элеонора Евгеньевна, Сергей Николаевич со старшей дочерью Леной

Не могу не сказать о взаимоотношениях с коллегами старшего возраста, которые на разных этапах жизни оказывали мне поддержку, участвовали в совместных публикациях, написаниях книг.

Среди них: Гордов Александр Николаевич, д.т.н., профессор, рецензент моей дипломной работы и первой научной монографии, соавтор книги по температурным измерениям; Олейник Борис Николаевич, метролог, д.т.н., профессор, рецензент второго издания моей монографии (в 1983 году он защитил докторскую диссертацию у нас в ЛИТМО); Герашенко Олег Аркадьевич, член-корреспондент Академии наук Украины, по приглашению которого я участвовал в качестве одного из соавторов двух объёмных справочников по измерениям температуры. К сожалению, их уже нет в живых.

Установились творческие многолетние связи с представителями Львовского политехнического университета профессорами Лахом Владимиром Ивановичем и Стадныком Богданом Ивановичем, также соавторами справочников; коллективом теплофизиков из Новочеркасского политехнического института во главе с профессором Фандеевым Евгением Ивановичем; д.т.н., профессором Д.Ф. Симбирским и его коллективом из Харьковского авиационного института.

Часто вспоминаю о многолетних контактах с д.т.н., профессором Малковым Яковом Вениаминовичем (город Королев, Московской области)

для лаборатории которого выполнялась комплексная работа по исследованию измерителей температуры.

Предлагаемая читателям книга «Научная школа и школа жизни» издается силами сотрудников нашего вуза и вряд ли увидела бы свет, если бы мы не нашли поддержку ректора нашего Национального исследовательского университета ИТМО, заслуженного деятеля науки Российской Федерации, лауреата премий Президента России и Правительства Российской Федерации, члена-корреспондента Российской академии образования, доктора технических наук, профессора Васильева Владимира Николаевича, которому я приношу глубокую благодарность.

* * *

Благодарю главного редактора серии – заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, профессора Дульнева Геннадия Николаевича, с которым я многолетне связан годами творческого содружества за добрые слова и оценку моей трудовой и научной деятельности в университете.

Благодарю члена редакционной коллегии серии профессора Колесникова Юрия Леонидовича, проректора университета, за инициирование написания этой книги, обсуждения её общего плана и дополнения некоторых её разделов.

Выражаю искреннюю признательность ученому секретарю редакционной коллегии серии Мальцевой Надежде Константиновне, доценту кафедры Оптико-электронных приборов и систем, за ее терпение при многочисленных обсуждениях всего материала книги, редактуру и помощь по отработке содержания, а также за предоставление фотодокументов из архивов Музея истории СПбГУИТМО.

Автор благодарен и признателен заслуженному работнику высшей школы Российской Федерации, профессору Потееву Михаилу Ивановичу, который внес большой вклад в разработку концепции книги, ценные замечания, предложения и правку отдельных её частей.

4.12.2010

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Университет ИТМО: Годы и люди. ч. I / Сост. М.И.Потеев, – СПб.: «Ива», 2000. – 284 с.
2. Кондратьев Г.М., Дульнев Г.Н., Платунов Е.С., Ярышев Н.А. Прикладная физика. Теплообмен в приборостроении. – СПб.: СПбГУИТМО, Серия книг «Выдающиеся ученые университета ИТМО», 2003. – 560 с.

ОСНОВНЫЕ ДАТЫ ЖИЗНИ И НАУЧНО-ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ПРОФЕССОРА Н.А. ЯРЫШЕВА

1930, 16 декабря – дата рождения Николая Алексеевича Ярышева.

1948 – окончил среднюю школу с серебряной медалью.

1948 – поступил в Ленинградский институт точной механики и оптики.

1954 – окончил с отличием инженерно-физический факультет ЛИТМО.

1954–1957 – обучение в аспирантуре на кафедре Тепловых и контрольно-измерительных приборов.

1957–1960 – ассистент кафедры Тепловых и контрольно-измерительных приборов.

1958 – защита диссертации на тему «Теоретическое и экспериментальное исследование тепловой инерции термометров и пирометров»; присуждена ученая степень кандидата технических наук.

1961–1970 – доцент кафедры Тепловых и контрольно-измерительных приборов (с 1965 – кафедра Теплофизики).

1969 – защита диссертации на тему «Обобщенная теория регулярного режима и её применение при анализе нестационарных процессов»; присуждена ученая степень доктора технических наук.

1972 – утверждение в ученом звании профессора по кафедре «Теплофизика».

1973–2002 – заведующий кафедры Физики.

1978–1980 – декан инженерно-физического факультета.

1980–1985 – проректор по учебной работе ЛИТМО.

1981 – награжден орденом Знак Почета.

1993–1997 – декан Естественнонаучного факультета.

1994 – избрание членом-корреспондентом Метрологической академии.

1997 – присуждение Почетного звания «Заслуженный работник высшей школы Российской Федерации».

2000 – награждение орденом Почета.

С 2002 – профессор кафедры Физики СПбГУ ИТМО.

ОСНОВНЫЕ НАУЧНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ

Н.А. ЯРЫШЕВА

Теоретические основы измерения нестационарных температур. – Л.: Энергия, 1967. – 300 с.

Точность контактных методов измерения температуры. – М.: Издательство стандартов, 1976. – 232 с. (соавторы – А.Н. Гордов, Я.В. Малков, Н.Н. Эргардт).

Справочник конструкторов РЭА. Общие принципы проектирования. – М.: Советское радио, 1980. – 480 с. (коллектив авторов под редакцией Р.Г. Варламова).

Температурные измерения. Справочник. – Киев: Наукова думка, 1984. – 496 с. (соавторы – Геращенко О.А., Гордов А.Н., Лах В.И., Стадник Б.И.).

Тепловой расчет термостатов. – Л.: Энергоатомиздат, 1984. – 176 с. (соавтор – Андреева Л.Б.)

Температурные измерения. Справочник. – Киев: Наукова думка, 1989. – 704 с. (соавторы – Геращенко О. А., Гордов А. Н., Еремина А. К. и др.).

Теоретические основы измерения нестационарной температуры. – 2-е изд., перераб. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 256 с.

Прикладная физика. Теплообмен в приборостроении / Серия «Выдающиеся ученые Университета ИТМО». – СПб: СПбГУ ИТМО, 2003. – 560 с. (соавторы – Кондратьев Г.М., Дульнев Г.Н., Платунов Е.С.).

Наименование предыдущих книг серии

Вып. 1. *Г. Н. Дульнев*. Энергоинформационный обмен в природе. – 2000. – 134 с.

Вып. 2. *А. В. Сечкарев*. Фотонная оптика. – 2000. – 220 с.

Вып. 3. *В. С. Игнатовский*. Элементарные основы теории оптических приборов. – 2001. – 202 с.

Вып. 4. *К. Г. Коротков*. Основы ГРВ биоэлектрографии. – 2001. – 360 с.

Вып. 5. *В. Н. Чуриловский*. Теория оптических приборов. – 2001. – 274 с.

Вып. 6. *Ю. Г. Шнейдер*. Эксплуатационные свойства деталей с регулярным микрорельефом. – 2001. – 264 с.

Вып. 7. *В. С. Меськин*. Основы легирования стали. – 2002. – 236 с.

Вып. 8. *Э. С. Слив*. Прикладная теория навигации. – 2002. – 132 с.

Вып. 9. *Г. М. Кондратьев, Г. Н. Дульнев, Е. С. Платунов, Н. А. Ярышев*. Прикладная физика: Теплообмен в приборостроении. – 2003. – 560 с.

Вып. 10. *М. М. Русинов*. Композиция нецентрированных оптических систем. – 2004. – 550 с.

Вып. 11. *В. И. Земский, Ю. Л. Колесников, И. К. Мешковский*. Физика и техника импульсных лазеров на красителях. – 2004. – 150 с.

Вып. 12. *А. А. Акаев, С. А. Майоров*. Оптические методы обработки информации. – 2005. – 240 с.

Вып. 13. Жизнь и деятельность В. К. Прокофьева / Под общей редакцией проф. И. П. Гурова и проф. Ю. Л. Колесникова. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2008. – 92 с.

Вып. 14. *С. А. Сухопаров*. На службе оптическому приборостроению. – СПб.: СПбГУ ИТМО, 2008. – 218 с.

Николай Алексеевич Ярышев

НАУЧНАЯ ШКОЛА И ШКОЛА ЖИЗНИ

Технический редактор
Подготовка иллюстраций
Компьютерная верстка
Дизайн обложки серии

Н.К. Мальцева
О.Н. Ненарокомов, Н.А. Силакова
М. Савенко, Н.А. Силакова
Н.А. Силакова

Санкт-Петербургский государственный университет
информационных технологий, механики оптики
197101, СПб. Кронверкский пр., 49

Подписано в печать 7.12.2010. Тираж 120 экз. Печать цифровая.

Центр распределенных издательских систем
СПбГУ ИТМО

199034, СПб. Биржевая линия, 14–16.
тел: +7 (812) 915-14-54, e-mail: zakaz@tibir.ru